

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université 20 Août 1955-Skikda

Faculté de Technologie

Département de Génie Electrique



\Ref : D 012116015 D

THESE

Présentée en vue de l'obtention du diplôme de

DOCTEUR EN SCIENCES

SPECIALITE : Automatique

OPTION : Automatique avancée

PAR

BOUAKKAZ MESSAOUD

THEME

**Modélisation et Diagnostic des systèmes non
linéaires**

Jury Composé De:

President:	A. LACHOURI	Prof	Université de Skikda
Rapporteur:	M-F. HARKAT	Prof	Université d'Annaba
Examineurs:	M. RAMDANI	Prof	Université d'Annaba
	T. BOUDEN	Prof	Université de Jijel
	L. MEHENNAOUI	M. C.A	Université de Skikda
	S. GHERBI	M. C. A	Université de Skikda

Année 2016-2017

ملخص

إن الكشف المبكر للأعطاب و تحديد موقعها لهما أهمية كبرى في الأنظمة الصناعية لتفادي الكثير من الأخطار ، وضمان الجودة المر دودية، و كذلك ضمان سلامة الأشخاص واستمرارية المنشآت الصناعية.

إن الهدف من هذه العمل هو دراسة طرق كشف و تحديد موقع الأعطاب للأنظمة الصناعية المعقدة الغير الخطية باستعمال تحليل المركبات الأساسية الغير خطية.

حيث كان الهدف العام هو تطوير نموذج خير خطي باستعمال الشبكات العصبية الصناعة حيث تم ذلك وفقا لنموذج يعتمد على نموذجين مصغرين لنوعين من مختلفين من الشبكات العصبية الاصطناعية على التسلسل، فالأول يتم حسابه عن طريق الشبكات العصبية الاصطناعية بدوال ذات أساس دوري ، أما الثاني فيتم حسابه عن طريق شبكة متعددة الطبقات.

في المرحلة الأولى، يتم التعرض لمبدأ ومختلف طرق التشخيص، و بالأخص طريقة التشخيص وفق نموذج.

في المرحلة الثانية، يتم عرض المبادئ الأساسية لتحليل المركبات الأساسية الخطية. يستعمل تحليل المركبات الخطية لتمثيل الأنظمة في حالة التشغيل السوي وفق طرق متعددة.

في المرحلة الثالثة، يتم عرض المبادئ مختلف الطرق المتبعة لتحليل المركبات الأساسية الغير الخطية

في المرحلة الرابعة يتم التطرق لمختلف أساليب الاكتشاف وتحديد مواقع الأعطاب بواسطة تحليل المركبات الأساسية الخطية والغير الخطية. بالنسبة لتحديد موقع الأعطاب، تم تطوير مبدأ التحديد وفق إعادة القياس في الحالة الخطية إلى الحالة غير الخطية.

تطبيق هذه الدراسة، وبالأخص الطريقة المطورة للنموذج الغير الخطي لكشف وتحديد العيوب وإعادة القياس لبعض

ملتقطات قياسات لنموذج مركب صناعي كيميائي مطور من طرف الشركة العالمية تنيسي أستمان.

المفاتيح : التشخيص، المراقبة، كشف وتحديد مواقع الأعطاب، تحليل المركبات الأساسية الخطية والغير خطية، مبدأ إعادة

القياس، الشبكات العصبية الاصطناعية

Résumé

Le travail présenté dans cette thèse concerne la détection et la localisation de défauts par l'analyse en composantes principales non linéaires (ACP_{NL}), dont l'objectif est de développer un modèle ACP_{NL} pour détecter, localiser et estimer un défaut de fonctionnement dans un système à caractéristiques non linéaires. Le modèle ACP_{NL} proposé est basé sur deux types de réseaux de neurones en cascade. Le premier est un réseau de neurones par optimisation des entrées (IT-Net), utilisé pour calculer à la fois les composantes principales recherchées et le modèle d'estimation pour la projection inverse (des composantes principales vers l'estimation des données d'origine). Le deuxième réseau est un réseau RBF à trois couches, utilisé pour le sous-modèle de projection (Espace de mesures vers composantes principales), dont les composantes principales, calculées par le premier réseau, sont utilisées comme entrées de ce réseau.

Dans le premier chapitre, le principe de diagnostic et les différentes approches de diagnostic sont recensés. Dans le deuxième chapitre, les principes fondamentaux de l'analyse en composantes principales linéaires (ACP) sont présentés, ainsi que le modèle ACP pour la détection et la localisation de défauts. Dans la troisième partie, les différentes extensions de l'ACP linéaire au cas non linéaire sont exposées. L'ACP et l'ACP_{NL} sont utilisées pour modéliser les relations entre les mesures des procédés industriels en fonctionnement normal.

Dans le quatrième chapitre, les différentes méthodes de détection et de localisation par ACP et ACP_{NL} ont été décrites. Pour la localisation des défauts, une extension de localisation par le principe de reconstruction du cas linéaire au cas non linéaire a été développée.

L'application de cette étude concerne la détection, la localisation et la reconstruction des défauts d'un processus chimique connu sous le nom de Tennessee Eastman, en utilisant le modèle ACP_{NL} développé dans ce travail.

Mots-clés: Surveillance, Détection et localisation de défauts, Analyse en composantes principales linéaires ACP et ACP_{NL}, Reconstruction de défauts, Réseaux de neurones. RBF

Abstract

The aim of this work is to study fault detection and isolation using nonlinear principal components analysis (NLPCA), which can be applied to complex industrial processes. This thesis describes a Nonlinear Principal Component Analysis (NLPCA) model for process monitoring. The proposed model consists of two cascade three-layer neural networks designed for mapping and demapping. The first is an Input-Training neural network (IT-Net), used to calculate both the desired principal components (neuronal principal curves) and the estimation model for the inverse projection (from principal components to the original data estimation). The second network is a three-layer RBF network, used for the projection sub-model (Measurement space to principal components), where the principal components obtained from the first network serve as inputs to this network.

In this work, the algorithm of proposed (NLPCA) model is developed and applied to fault detection and isolation of the Tennessee Eastman Process (TECP). For fault isolation, nonlinear fault reconstruction approach is considered.

The obtained results verify the effectiveness of the presented model for fault detection, isolation and reconstruction.

Keywords: Process monitoring, Fault detection and isolation, linear and nonlinear Principal component analysis, sensor reconstruction, Neural Networks. RBF

Remerciements

Louange à Allah le tout puissant qui m'a accordé la fois, le courage et la patience pour mener à bien ce travail.

Je tiens à remercier infiniment mon directeur de thèse : Mr. Harkat Mohamed Faouzi Professeur à l'Université Badji Mokhtar Annaba, pour son aide sans réserve, sa patience et conseils précieux qui m'ont été très utiles.

Je remercie également les membres du jury qui m'ont honoré en acceptant de juger et d'enrichir ce travail notamment :

Mr. Abdrazak Lachouri professeur à l'Université de Skikda, Mr. Messaoud Ramdani Professeur à l'Université de Annaba, Mr. Toufik Bouden professeur à l'Université de Jijel, Mr. Lamine Mehanaoui maître de conférences à l'Université de Skikda et Mr. Sofiane Gherbi maître de conférences à l'Université de Skikda.

J'adresse aussi mes remerciements à Mr. Chibi Younes Directeur de centre d'imprimerie à l'Université de Annaba. Merci pour votre support et votre encouragement.

Mes remerciements vont aussi à toute ma famille et à tous mes amis pour leur aide et leur soutien.

*Je dédie ce modeste travail à mon cher père. Je prie Dieu Tout Puissant
de lui accorder Sa sainte miséricorde, de l'accueillir en Son vaste
paradis.*

*Je dédie ce modeste travail à ma chère mère
A mes chers frères et à mes chères sœurs
A toute ma famille
A tous mes amis
A tous ceux qui veulent savoir.*

Table des matières

Introduction générale	1
------------------------------	----------

Chapitre 1

Principe du diagnostic

1.1	Introduction	6
1.2	Définition de diagnostic :	7
1.3	Étapes du diagnostic	7
1.3.1	Acquisition des données	7
1.3.2	Détection	8
1.3.3	Localisation	8
1.3.4	Diagnostic	8
1.4	Différentes méthodes de diagnostic	9
1.4.1	Méthodes sans modèle mathématique	9
1.4.2	Méthodes basées sur l'analyse mono-signal	9
1.4.3	Méthodes à base de modèle mathématique	10
1.4.4	Méthodes basées sur l'analyse mono-signal	10
1.4.5	Méthodes basées sur l'analyse multi-signaux	10
1.5	Conclusion	16

Chapitre 2

Principe de l'analyse en composantes principales

2.1	Introduction :	17
2.2	Principe de l'ACP :	18
2.3	Principe mathématique de l'ACP :	18

2.4	ACP pour le Diagnostic	21
2.5	Génération du modèle ACP pour le diagnostic :	22
2.6	Détermination du nombre de composantes retenues dans le modèle ACP	25
2.6.1	Pourcentage cumulé de la variance totale (PCV)	25
2.6.2	Moyenne des valeurs propres (MVP)	26
2.6.3	Calcul du nombre de composantes basé sur l'erreur de reconstruction	27
2.7	Extensions de l'ACP :	31
2.7.1	Analyse multi-échelle	32
2.7.2	Ondelette et Analyse multi-résolution	32
2.7.3	la transformée en ondelettes continues	34
2.7.4	Transformée en ondelettes continu inverse	34
2.7.5	la transformée en ondelettes discrètes	35
2.7.6	ACP multi-échelle(multiscale PCA)	36
2.7.7	Effet de non linéarité	36
2.8	Conclusion	36

<p>Chapitre 3 ACP Non linéaire (ACP NL)</p>
--

3.1	Introduction	38
3.2	Analyse en Composantes Principales non Linéaires (ACP NL) :	40
3.2.1	Généralisation de l'ACP par les courbes principales	40
3.2.2	Algorithme de calcul des courbes principales (Verbeek)	42
3.2.3	Exemple de simulation	43
3.3	Approches neuronales de l'ACP NL	43
3.3.1	ACP NL par réseau à cinq couches	46
3.3.2	Modèle ACP non linéaire basé sur les réseaux de neurones par optimisation des entrées	52
3.3.3	Algorithme IT-Net	55
3.3.4	Modèle ACP NL à base des réseaux de neurones à fonctions à base radiale (RBF) :	56
3.3.5	Modèle ACP NL proposé :	64
3.3.6	ACP à noyaux (Kernel PCA ou KPCA en anglais)	65
3.3.7	Inconvénient de l'ACP à noyaux	68
3.4	Conclusion	68

Chapitre 4**Détection et localisation de défauts par ACP**

4.1	Introduction :	71
4.2	Détection de défauts par ACP :	72
4.2.1	Statistique SPE (Q-Statistic)	74
4.2.2	Défectabilité	75
4.2.3	Statistique T^2 de Hotelling	76
4.2.4	Indice de détection basé sur les dernières composantes principales (D_i)	76
4.3	Lien entre le SPE et D_i	78
4.3.1	La statistique SWE	78
4.3.2	Filtrage $EWMA$ pour la détection	78
4.3.3	Détection basée sur le SPE filtré	79
4.3.4	Indice combiné	79
4.3.5	Distance de Mahalanobis	80
4.3.6	Exemple de simulation	80
4.4	Localisation par ACP :	83
4.4.1	Localisation par structuration des résidus	83
4.4.2	Localisation utilisant un banc de modèles	87
4.4.3	Localisation basée sur le principe de la contribution	89
4.4.4	Localisation par ACPNL partielles	89
4.4.5	Localisation basée sur le principe de la contribution	91
4.4.6	Localisation basée sur le principe de reconstruction (ACPNL)	94
4.4.7	Localisation basée sur la Contributions par reconstruction RBC :	94
4.4.8	Localisation de défauts multiples	97
4.5	Conclusion :	99

Chapitre 5**Application du modèle ACPNL pour la détection et la localisation de défauts capteur**

5.1	Introduction	101
5.2	Présentation du TEP	101
5.3	Génération des données	104
5.4	Détection et Localisation de défauts	104

5.5 Conclusion :	107
----------------------------	-----

Chapitre 6 Conclusion Générale et Perspectives

Bibliographie	113
----------------------	------------

Table des figures

1.1	Les différentes étapes d'un système de diagnostic	8
1.2	Principe de la redondance matérielle	9
1.3	Estimation paramétrique	12
1.4	Principe général d'un estimateur d'état	13
2.1	Principe de l'ACP.	19
2.2	principe de la Reduction de dimensions.	19
2.3	Algorithme ACP	21
2.4	Nuage de n points dans le cas $m = 3$ La démarche de l'ACP : ajuster le nuage de N points par un sous espace de dimension $\ell < m$	22
2.5	Représentation d'observations et parties : modélisée et résiduelle de l'une d'entre elles (x) dans le cas de deux variables ($m = 2$)	25
2.6	La variance cumulée en fonction du nombre de composantes principales.	26
2.7	Evolution des valeurs propres en fonction du nombre de composantes principales	26
2.8	Principe de l'approche itérative pour la reconstruction.	28
2.9	La variance cumulée en fonction du nombre de composantes principales.	31
2.10	Plan temps-échelle de la transformée en ondelettes	33
2.11	Décomposition multi-échelle par bancs de filtre	35
3.1	Composante principale linéaire.	40
3.2	Composante principale non linéaire.	40
3.3	Projection des points sur la courbe principale.	41
3.4	Utilisation de cinq segments de droite.	43
3.5	Algorithm de Verbeek avec six segments de droite.	44
3.6	Algorithm de Verbeek avec sept segments de droite.	44
3.7	Algorithm de Verbeek avec huit segments de droite.	45
3.8	Courbe principale par algorithme de Verbeek	45
3.9	Variation et Estimations en utilisant l'algorithme de Verbeek.	46
3.10	Réseau à cinq couches pour l'extraction d'une seule composante principale non linéaire.	46

3.11	Mesures et estimations avec la première composante non linéaire avec un réseau à cinq couches.	51
3.12	réseau de neurones par optimisation des entrées.	53
3.13	Mesures et estimation avec la première composante non linéaire avec un réseau IT-Net.	56
3.14	Réseau RBF pour la compression des données (projection) $\mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^\ell$	58
3.15	Réseau RBF pour la décompression des données (projection inverse) $\mathbb{R}^\ell \rightarrow \mathbb{R}^m$	58
3.16	Réseau RBF pour la compression des données (projection) $\mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^\ell$	61
3.17	Réseau RBF pour la décompression des données (projection inverse) $\mathbb{R}^\ell \rightarrow \mathbb{R}^m$	61
3.18	Le modèle ACPNL proposé.	65
3.19	Effet du nombre de neurones dans la couche cachée sur les performances du RBF et IT-Net	66
3.20	Effet du nombre de composantes principales non linéaires sur la variance non reconstruite.	67
3.21	Données et Données estimées par le modèle ACPNL (RBF et IT-Net)	67
3.22	Evolution de la première composante non linéaire.	68
4.1	Propagation du défaut dans les deux espaces φ_r et φ_p	73
4.2	Condition de détectabilité par SPE	76
4.3	Détection de défauts basée sur les dernières composantes principales	77
4.4	Evolution de T^2 dans le cas sans défaut	81
4.5	Evolution de SPE et SPE filtré dans le cas sans défaut	81
4.6	Evolution de SWE et SWE filtré dans le cas sans défaut	82
4.7	Evolution de $\varphi(k)$ dans le cas sans défaut	82
4.8	Evolution de l'indice de Mahalanobis dans le cas sans défaut	83
4.9	Evolution des SPE et SPE filtré dans le cas un biais d'amplitude 15% sur la variable x_2	84
4.10	Evolution des SWE et SWE filtré dans le cas un biais d'amplitude 15% sur la variable x_2	84
4.11	Evolution des T^2 dans le cas un biais d'amplitude 20% sur la variable x_2	85
4.12	Evolution de $\varphi(k)$ dans le cas un biais d'amplitude 15% sur la variable x_2	85
4.13	Evolution de l'indice de Mahalanobis dans le cas d'un biais d'amplitude 18% sur la variable x_2	86
4.14	Evolution des différents indices \overline{SPE}_i après reconstruction des différentes variables	89
4.15	Contributions des variables à l'indice \overline{SPE} avec un défaut affectant x_2 à l'instant 365	90
4.16	Contributions des variables à l'indice \overline{SPE} avec un défaut affectant x_2 à l'instant 362	90
4.17	Procédure de structuration de résidus par ACPNL partielles	91
4.18	Détection et localisation par ACPNL partielle	92
4.19	Différents résultats de localisation basée sur le principe de contribution	93
4.20	Principe de reconstruction (cas non linéaire), exemple de la variable x_1	94

4.21	SPE filtré : le cas sans défaut	95
4.22	Evolution du SPE filtré avec un défaut affectant x_1	95
4.23	Localisation de la variable en défaut x_1 par la reconstruction des 3 variables	96
4.24	Reconstruction de la variable en défaut x_1	96
5.1	Schéma de Tennessee Eastman Process.	104
5.2	\overline{SPE} généré après le calcul du modèle ACPNL.	106
5.3	mesure et estimation de m_8	106
5.4	mesure et estimation de m_6	107
5.5	Evolution du \overline{SPE} dans le des données en défaut	107
5.6	Evolution du \overline{SPE}_j après la reconstruction de chaque variable m_j , $j=1, 2,$ $\dots, 12$	108
5.7	La reconstruction de la mesure en défaut m_4	109

Introduction générale

La complexité croissante des systèmes automatisés s'est accompagnée d'une demande toujours plus forte de la disponibilité et de la sécurité des installations industrielles. La moindre erreur dans un processus est préjudiciable dans un contexte où les performances sont essentielles. Il s'avère donc nécessaire, pour assurer le bon fonctionnement du système vis-à-vis des objectifs qui lui ont été assignés, de réaliser un système de diagnostic et d'apporter les moyens de correction ou de reconfiguration appropriés. Or, le diagnostic d'un système revient à détecter et à localiser un ou des défaut(s), et aussi à estimer les amplitudes des défauts détectés pour assurer en permanence la conduite optimale des systèmes, donc, un système de diagnostic doit être capable d'accomplir les actions clés suivantes : détecter une anomalie, diagnostiquer cette anomalie et prendre une décision pour rétablir l'état normal.

Pour mettre en place un système de diagnostic, il est nécessaire de créer des indicateurs de défauts ou symptômes (signes), puis d'analyser ces symptômes de façon adéquate afin de trouver la cause du problème, c'est-à-dire l'élément qui ne fonctionne pas correctement, et enfin de prendre une décision pour rétablir le bon fonctionnement de l'installation. Il est crucial de déterminer si le système peut continuer à fonctionner jusqu'au prochain arrêt programmé de l'installation ou s'il doit être arrêté d'urgence pour garantir la sécurité des individus et des biens.

Le but du diagnostic est de constater l'apparition d'un défaut, d'en trouver les causes puis en déduire la marche à suivre afin d'assurer la sûreté de fonctionnement de l'installation. La définition adoptée par les organismes de normalisation (AFNOR, CEI) est la suivante : "**Le diagnostic est l'identification de la cause probable de la (ou des) défaillance(s) à l'aide d'un raisonnement logique fondé sur un ensemble d'informations provenant d'une inspection, d'un contrôle ou d'un test**". Cette explication synthétise les principales fonctions d'un système de diagnostic : observer les signes d'une défaillance et ensuite déterminer sa source en se basant sur des observations et un raisonnement logique. Donc toute procédure de diagnostic consiste finalement à vérifier s'il y a cohérence entre l'ensemble des connaissances, reflétant le fonctionnement nominal du système, et le comportement effectivement observé sur celui-ci. En cas d'incohérence, on pourra conclure à l'apparition d'une défaillance dont il s'agira de déterminer l'origine. Ceci bien entendu le problème des connaissances nécessaires à la conception d'un système

de diagnostic. Ainsi, chaque étape d'un système de diagnostic vise à confirmer la concordance entre les connaissances théoriques sur le fonctionnement normal du système et son comportement réellement constaté. En cas de divergence, on pourra conclure qu'une défaillance est survenue et il faudra en trouver la cause. Cela soulève bien sûr la question des connaissances requises pour concevoir un système de diagnostic. Donc, pour développer une stratégie de ce genre, il est essentiel d'exploiter l'ensemble de connaissances disponibles sur l'installation.

L'approche moderne de diagnostic s'appuie sur l'exploitation des connaissances disponibles sur l'équipement à surveiller pour obtenir des modèles quantitatifs et/ou qualitatifs. Ainsi, les méthodes quantitatives utilisent des modèles mathématiques (de système et / ou des signaux). Les méthodes qualitatives se basent sur l'exploitation de connaissances qui ne peuvent pas être facilement modélisées à l'aide de lois physiques.

Les méthodes quantitatives se basent sur le fait que les grandeurs impliquées sont mesurables et qu'il existe une loi mathématique pour calculer les unes en fonction des autres. En ce qui concerne l'approche qualitative, basée sur l'expérience sensorielle des personnes, elle cherche à reproduire les processus cognitifs humains, et est donc mesurée en termes d'intelligence artificielle. Le défi principal consiste à bien modéliser et traiter les connaissances qualitatives. Les systèmes experts, les systèmes d'inférences flou (induction et déduction), la reconnaissance de formes (analogie) sont des essais pour modéliser et traiter les connaissances afin de reproduire le processus cognitif humain. .

Aujourd'hui, la complexité croissante des systèmes industriels rend de plus en plus difficile la mise en place d'une stratégie de diagnostic, ce qui nécessite des recherches scientifiques pour mettre en place des méthodes de diagnostic fiables pour détecter les dysfonctionnements dès leur apparition et trouver des solutions adaptées à chaque processus industriel. .

Il y a de nombreuses méthodes dans la littérature pour traiter le problème de complexité des systèmes [1], [2], Parmi celles-ci, l'Analyse en Composantes Principales (ACP) ou transformée de Karhunen-Loève ou de Hotelling (ACP) [3] est choisie pour cette étude. Elle a été fréquemment employée pour détecter et localiser des défauts capteurs [4], [5], [6] pour améliorer la surveillance du fonctionnement des systèmes. Dans la communauté scientifique, cette approche est connue sous le nom de détection et d'isolation des défauts basée sur les données historiques collectées lors du fonctionnement normal du système (data-driven Fault Detection and Isolation en anglais). Cette méthode est incluse dans les analyses statistiques multivariées qui offrent la possibilité de :

- de prendre en compte les corrélations entre les variables, et ainsi surveiller les processus à plusieurs variables ;
- de réduire la dimension de données pour aboutir à un espace réduit et représentatif de la variation de données.

L'idée principale de l'ACP est de convertir les variables d'un système en un petit nombre de nouvelles variables, appelées composantes principales, qui sont des combinaisons linéaires des variables d'origine, tout en préservant au maximum la variance des données mesurées sur le système. Ensuite, ces nouvelles variables sont employées pour modéliser et diagnostiquer le fonctionnement des systèmes. La réduction du nombre de

variables ne peut se faire que si les variables de départ sont redondantes, cette redondance découlant directement des relations linéaires existantes entre les variables du processus. L'ACP identifie un sous-espace de représentation contenant les variations importantes des données et un sous-espace résiduel contenant principalement les bruits affectant les mesures. Un test de cohérence permet de détecter les capteurs défectueux en vérifiant la conformité des mesures aux estimations. Depuis que la technique ACP a été prouvée très efficace, plusieurs extensions et améliorations ont été créées pour s'adapter aux besoins réels des procédés, tels que ACP-dynamique, ACP non linéaire ACP-moving et etc.,.

Des recherches ont été menées afin de comparer ces diverses extensions et de souligner leurs points forts et faiblesses, ce travail de recherche se concentre sur l'adaptation de l'analyse en composantes principales (ACP) linéaire aux cas non linéaires. De nombreuses extensions ont été proposées dans littérature pour aborder la nature non linéaires des systèmes [7], [8], [9], [10], [11], par exemple L'extension basée sur la théorie des courbes principales [7] et [12], une courbe principale est une courbe non linéaire lisse qui minimise la distance entre tous les points de données et leurs projections sur cette trajectoire. Le principal inconvénient des courbes principales est qu'elles ne permettent pas de représenter un modèle paramétrique et ne peuvent pas être utilisées pour le diagnostic. En outre, elles ne peuvent être utilisées que pour calculer des composantes non linéaires unidimensionnelles. En plus des courbes principales, Kramer [8] propose une analyse en composantes principales non linéaires (ACPNL) basée sur la théorie des réseaux de neurones artificiels, Il s'agit d'un réseau de neurones auto-associatif à cinq couches, dont les paramètres (poids) sont calculés par apprentissage en minimisant l'erreur quadratique entre les entrées et les sorties du réseau. Vue de la complexité associée à ce réseau (problèmes de temps de calcul et de convergence), Tan et Mavrovouniotis [9] ont proposé une ACPNL obtenue en utilisant un réseau de neurones à trois couches, avec un processus d'apprentissage qui vise à optimiser à la fois les paramètres (poids) et les entrées du réseau. Néanmoins, dans le cas de ces réseaux, l'apprentissage nécessite beaucoup de temps de calcul, en plus des défis liés à l'initialisation et à la convergence. Pour cette raison, Webb [13] propose une approche pour l'analyse en composantes principales en utilisant deux réseaux de neurones de fonctions de bases radiales (RBF) à trois couches en cascade en maximisant la variance des sorties du premier réseau. Cette maximisation permet de calculer les composantes principales non linéaires. Ainsi, l'apprentissage du second réseau se ramène à un problème de régression. Harkat et al [11], ont présenté une nouvelle variante du modèle ACPNL combinant l'algorithme des courbes principales et deux réseaux RBF à trois couches en cascade. Ainsi, le problème d'apprentissage se ramène à un problème de régression linéaire par rapport aux poids de la couche de sortie.

En se basant sur le même principe et dans le but d'unifier le problème d'apprentissage, nous proposons dans cette thèse un modèle ACPNL en utilisant deux types de réseaux de neurones en cascade [14], le premier réseau est basé sur l'algorithme proposé par [9] utilisé pour calculer à la fois, les composantes principales recherchées, et le modèle d'estimation la projection inverse (de composantes principales vers l'estimation des données originelles), quant au deuxième réseau, un réseau RBF à trois couches est utilisé pour le sous-modèle de projection (Espace de mesures vers composantes principales), dont les composantes principales calculées par le premier réseau sont utilisées comme les entrées de ce réseau, ainsi, le problème d'apprentissage se ramène à un problème de régression

linéaire par rapport aux poids de la couche de sortie. Une autre variante d'analyse en composantes principales non linéaire, connue sous le nom de Kernel PCA, a été créée par [15]. Cet extension implique la projection des données dans un espace d'hypothèse de dimension élevée (Espace de Hilbert à noyau reproduisant)[15] et d'identifier le modèle ACP linéaire classique dans cet espace. L'identification du modèle ACP à noyaux est équivalent à un problème de diagonalisation d'une matrice, appelée matrice **Gram**, de dimension égale à la taille de l'ensemble des données. En considérant sa dimension, la diagonalisation de la matrice **Gram** présente une grande complexité. Ainsi la plupart des études menées jusqu'à aujourd'hui ne portent que sur la détection des défauts. Afin d'avoir un résultat interprétable, il s'avère nécessaire, après avoir appliqué l'ACP dans l'espace transformé, de revenir à l'espace initial dans lequel les données ont un sens. Cependant, ce processus de retour est complexe en raison de l'utilisation de noyaux pour la transformation vers cet espace.

Ce mémoire est décomposé en cinq chapitres et organisé de la façon suivante :
Le principe et les différentes techniques de diagnostic de défauts sont abordés dans le premier chapitre.

Le principe et la théorie de l'analyse en composantes principales linéaire sont abordés dans le deuxième chapitre. Pour identifier un modèle ACP, il est généralement nécessaire de passer par deux étapes : la première consiste à définir sa structure, tandis que la seconde concerne l'estimation des paramètres. Déterminer combien de composantes principales à garder est la première étape, plus difficile que la deuxième étape impliquant le calcul des valeurs et des vecteurs propres. Certaines critères classiques utilisées pour choisir ce nombre seront expliquées dans ce chapitre.

Le troisième chapitre porte sur la généralisation de l'analyse en composantes principales linéaire au cas non linéaire. Il est expliqué comment l'analyse en composantes principales a évolué pour traiter les cas non linéaires, et une revue des divers modèles ACPNL créés au cours des 30 dernières années est également incluse. Le nouveau modèle neuronal de l'ACPNL proposé dans ce travail pour le diagnostic est décrit en détail dans ce chapitre.

Le quatrième chapitre abordera la détection et la localisation de défauts par l'analyse en composantes principales ACP et ACPNL. Deux indices sont fréquemment utilisés dans la plupart des études publiées qui emploient l'analyse en composantes principales pour détecter des défauts : la statistique T^2 de Hotelling et l'erreur quadratique d'estimation. Le calcul de T^2 se fait dans le sous-espace principal qui représente les variations importantes des variables du processus, tandis que l'erreur quadratique d'estimation est calculée dans le sous-espace résiduel qui correspond à la somme quadratique des résidus. Basée sur le même principe, l'approche exploitant le principe de reconstruction sera également présentée. La dernière approche est une approche basée sur le calcul des contributions des variables à l'indice de détection. Ces différentes approches seront exposées. Après la détection des défauts, il est essentiel d'identifier les éléments responsables. Différentes techniques sont employées pour réaliser cette tâche : L'une des techniques repose sur la structuration des résidus, comme dans le cas de l'espace de parité. D'autres techniques fonctionnent sur le même principe que les méthodes classiques utilisant des ensembles (bancs) de modèles, telles que l'ACP partielles qui utilise des ACPs avec des ensembles

de variables réduites ou la méthode d'élimination qui crée des résidus en éliminant une variable à chaque fois. Basée sur le même concept, la technique utilisant le principe de reconstruction est utilisée. La méthode récente repose sur le calcul des contributions des variables à l'indice de détection. Ces diverses techniques seront présentées. La dernière section illustre l'application du modèle ACPNL pour la détection et la localisation de défauts capteurs en utilisant des données issues d'un simulateur d'un procédé réel développé par la société Eastman Chemical Company connu sous le nom Tennessee Eastman Process (TEP). En se basant sur le modèle ACPNL proposé, nous proposons une procédure de localisation et reconstruction de défauts des systèmes non linéaires basée sur la technique de reconstruction. Ces deux points constituent la contribution de ce travail. Quelques résultats de simulation sont obtenus et démontrent l'efficacité de ce modèle pour la détection et la localisation de défauts.

Une conclusion est présentée dans la dernière section ainsi que les perspectives dégagées et les travaux futurs que nous envisageons de réaliser.

Chapitre 1

Principe du diagnostic

Sommaire

1.1	Introduction	6
1.2	Définition de diagnostic :	7
1.3	Etapas du diagnostic	7
1.3.1	Acquisition des données	7
1.3.2	Détection	8
1.3.3	Localisation	8
1.3.4	Diagnostic	8
1.4	Différentes méthodes de diagnostic	9
1.4.1	Méthodes sans modèle mathématique	9
1.4.2	Méthodes basées sur l'analyse mono-signal	9
1.4.3	Méthodes à base de modèle mathématique	10
1.4.4	Méthodes basées sur l'analyse mono-signal	10
1.4.5	Méthodes basées sur l'analyse multi-signaux	10
1.5	Conclusion	16

1.1 Introduction

L'évolution constante des enjeux économiques conduit à une augmentation continue de la production. La plus petite erreur dans un processus est nuisible dans un contexte où la performance est essentielle. Il est donc crucial de surveiller en permanence la performance des processus industriels. Les données des variables de ces processus permettent de décrire le fonctionnement des systèmes. Il est indispensable de mettre en place un dispositif de surveillance pour détecter, localiser et identifier toute anomalie. En raison de la diversité des systèmes et des défauts à diagnostiquer, ainsi que de la disparité des données disponibles, plusieurs approches ont été créées pour détecter et localiser les des défauts. Ces approches peuvent être classées en fonction de la présence ou non d'un modèle du processus à surveiller. Il existe de nombreuses approches de diagnostic de défauts décrites

dans la littérature. Parmi ces approches basées sur un modèle, celui-ci peut être quantitatif ou qualitatif. En ce qui concerne les approches basées sur un modèle quantitatif, le diagnostic se fait généralement en comparant le comportement réel mesuré par des capteurs avec le comportement attendu décrit par un modèle mathématique (redondance analytique). Par conséquent, un modèle de système à surveiller est nécessaire pour. Ce modèle contient plusieurs paramètres dont les valeurs sont censées être connues pendant le fonctionnement normal.

L'analyse du résidu, qui est la différence entre le comportement réel du système et celui prévu par le modèle, est utilisée pour évaluer si le système fonctionne normalement ou non. Si le modèle n'est pas accessible, il faut se baser sur l'analyse des données du système pour déterminer son état.

Ce chapitre concerne la présentation du concept de diagnostic. Après avoir défini quelques termes et concepts couramment utilisés dans la littérature, nous aborderons les principales méthodes de diagnostic.

1.2 Définition de diagnostic :

La définition du diagnostic "norme AFNOR et CEI" stipule que : *Le diagnostic est l'identification de la cause probable de la (ou de) défaillance(s) à l'aide d'un raisonnement logique fondé sur un ensemble d'informations provenant d'une inspection, d'un contrôle ou d'un test.* [16]

Cette définition résume les deux tâches essentielles en diagnostic :

- Observer les symptômes de la défaillance.
- Identifier la cause de la défaillance à l'aide d'un raisonnement logique fondé sur les observations.

1.3 Etapes du diagnostic

La procédure de diagnostic de défaillances qui pourraient impacter les diverses parties d'un processus industriel (Fig.1.1) comprend les étapes suivantes [16] :

- l'extraction des informations à partir de moyens de mesures appropriées ou d'observations réalisées lors des rondes par les personnels de surveillance,
- l'élaboration des caractéristiques et des signatures associées à des symptômes,
- la détection d'un dysfonctionnement,
- la mise en oeuvre d'une méthode de diagnostic de la défaillance ou de la dégradation à partir de l'utilisation des connaissances sur les relations de cause à effet,
- la prise de décision (arrêt de l'installation ou reconfiguration).

1.3.1 Acquisition des données

Cette fonction doit fournir une image du système. Les fonctions suivantes doivent être réalisées :

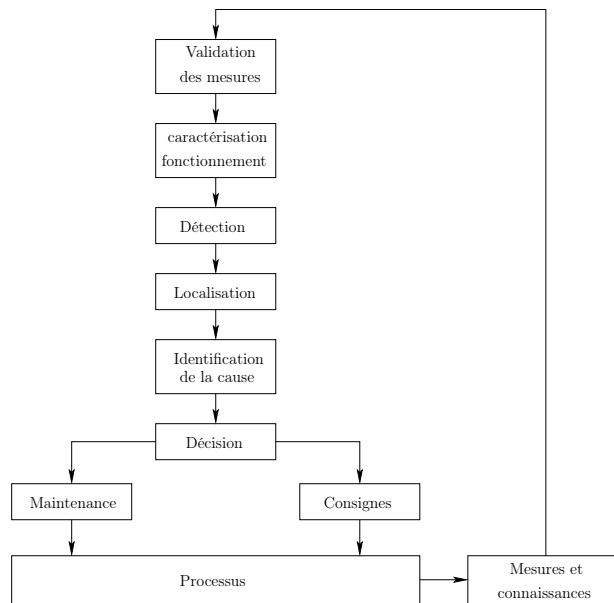


FIGURE 1.1 – Les différentes étapes d’un système de diagnostic

- conditionnement et pré-traitement du signal,
- validation du signal de mesure

1.3.2 Détection

C’est l’opération qui permet de décider si le système est en fonctionnement normal ou non.

- probabilité de fausse détection : conduit à des arrêts ou des reconfigurations inutiles,
- probabilité de non détection : peut conduire à une panne, intolérable dans les systèmes à haut niveau de sécurité (aéronautique, nucléaire, ...).

1.3.3 Localisation

La localisation suit l’étape de détection ; elle attribue le défaut à un sous système particulier : capteur, actionneur, organe de commande, processus, ...

1.3.4 Diagnostic

La diagnostic est une opération de classification du défaut par son amplitude, son type et son degré de sévérité. Les principaux outils qui peuvent être employés sont de nature diverses :

- classification et reconnaissance de formes,
- utilisation d’arbres logiques,
- Systèmes experts ...

1.4 Différentes méthodes de diagnostic

Dans cette section, quelques méthodes employées dans le domaine du diagnostic des systèmes sont exposées. L'objectif n'est pas de résumer tous les méthodes existants, mais de mettre en lumière les nombreuses options disponibles pour le designer de systèmes de diagnostic.

1.4.1 Méthodes sans modèle mathématique

Ces méthodes n'utilisent pas d'un modèle du processus à surveiller [17],[?].

1.4.2 Méthodes basées sur l'analyse mono-signal

Redondance matérielle

La redondance matérielle (physique) implique de mesurer une grandeur à l'aide de plusieurs capteurs (Fig.1.2). Les mesures sont comparées entre elles et un vote logique permet de localiser le capteur défaillant. Afin de pouvoir localiser le défaut, la redondance matérielle doit être d'ordre impair. Pour des raisons techniques et financières, cette solution est réservée aux industries de haute technologie. Ses avantages incluent une conception simple mais une exécution coûteuse. Sa mise en place entraîne des installations encombrantes.

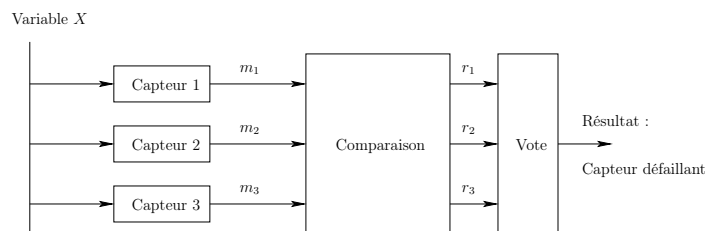


FIGURE 1.2 – Principe de la redondance matérielle

Systemes experts

Les méthodes par systèmes experts semblent particulièrement adaptées lorsque les connaissances sur le système sont de types heuristiques. C'est-à-dire lorsque les informations utilisées (qualitatives ou quantitatives) permettent l'utilisation de règles imbriquées issues de la connaissance et de l'expérience de l'expert, comme par exemple des liens de cause à effet.

Reconnaissances de formes

Les méthodes basées sur la reconnaissance de formes sont des approches intermédiaires entre les techniques fondées sur l'utilisation d'un système expert et les techniques analytiques. Elles reposent sur la détermination d'un certain nombre de classes au moyen d'une

procédure d'apprentissage. A chacune des classes est associé un mode de fonctionnement. Chaque donnée prélevée sur le système est ensuite affectée à l'une de ces classes ce qui permet de déterminer le mode de fonctionnement du système.

Analyse en composantes principales

L'analyse en composantes principales (ACP) est une technique descriptive permettant d'étudier les corrélations qui existent entre les variables, sans tenir compte à priori d'un quelconque modèle [17]. Le but de l'ACP est d'identifier la structure de dépendance entre des observations multivariables afin d'obtenir une description ou une représentation compacte de ces dernières.

L'analyse en composantes principales peut être vue comme une technique de projection orthogonale linéaire qui projette les observations multidimensionnelles représentées dans un espace de dimension m (m est le nombre de variables observées) dans un sous-espace de dimension inférieure en maximisant la variance des projections.

1.4.3 Méthodes à base de modèle mathématique

Il existe de nombreuses méthodes à base de modèle mathématique dans la littérature, celui-ci peut être un modèle de système ou un modèle de signaux.

1.4.4 Méthodes basées sur l'analyse mono-signal

Traitement statistique

Le traitement statistique consiste à calculer divers paramètres des variables, tels que les moments statistiques (moyenne, variance, ...) ou d'autres grandeurs comme la somme cumulée. Ces paramètres ou grandeurs sont examinés pour détecter d'éventuels défauts dans le signal.

L'analyse spectrale

L'analyse spectrale offre une visualisation des signaux en termes de fréquence. Cette illustration aide à identifier certains types de défauts qui peuvent présenter des signes distincts. Ces signatures sont employées afin de détecter et localiser ces défauts.

1.4.5 Méthodes basées sur l'analyse multi-signaux

Les méthodes multi-signal tiennent compte des relations qui existent entre les différentes grandeurs surveillées. Ces méthodes utilisent le concept de la redondance de l'information et plus précisément la redondance analytique. Cette redondance analytique présente l'avantage de ne pas augmenter le coût de l'installation et de se dégager des contraintes matérielles.

Leur principe se base habituellement sur une comparaison entre le comportement observé et le comportement prévu décrit par un modèle mathématique du processus. Les méthodes de redondance analytique nécessitent donc un modèle de système à surveiller. Ce

modèle inclut plusieurs paramètres dont les valeurs doivent être connues pendant le fonctionnement normal. La différence entre le fonctionnement réel et le fonctionnement prévu par le modèle donne une quantité, nommée résidu (indicateurs), qui permet de déterminer si le système est en état normal ou non [2]. Ces indicateurs sont souvent des écarts entre les caractéristiques observées et les caractéristiques de références qui définissent le comportement normal du système. Généralement, les méthodes de génération de résidus sont basées soit sur une estimation d'état ou une estimation paramétrique. Dans le cadre des méthodes reposant sur l'estimation d'état on retrouve trois approches :

1. l'approche de l'espace de parité,
2. l'approche par observateur ou filtre de Kalman,
3. les filtres sensibles aux défauts.

Estimation paramétrique :

Les paramètres sont estimés en utilisant les données d'entrée et de sortie du système. Les paramètres du modèle (paramètres de référence) et les paramètres calculés sont ensuite comparés pour générer des résidus. [18]

L'idée de diagnostic par estimation paramétriques ou identification repose sur le constat que les défauts dans un processus se manifestent à travers des paramètres physiques comme la masse, le coefficient de viscosité, les frottements, la vitesse, la résistance, ou une combinaison de plusieurs de ces paramètres physiques. Les méthodes d'estimation paramétriques ont pour principe d'estimer les paramètres du modèle. Pour ce dernier cas, une correspondance unique doit exister entre les paramètres du modèle et les paramètres du système. La figure (Fig.1.3) donne le principe d'estimation paramétriques.

Les premières applications de cette méthode sont celles de Iserman [18], la procédure générale pour la détection des défaillances se décompose en cinq étapes :

- Une modélisation mathématique du procédé selon des équations du type $y(t) = f(u(t), \theta)$, dans lesquelles $u(t)$ représente les commandes du système et θ sont les paramètres du modèle.
- La description des relations entre les constantes physiques p supposées connues et les paramètres du modèle $\theta : \theta = g(p)$
- L'estimation des paramètres du modèle $\hat{\theta}$ à partir de la relation précédente et des mesures des entrées et des sorties du système : $\hat{\theta} = h(y(1), \dots, y(t), u(1), \dots, u(t))$
- L'estimation des paramètres du système \hat{p} à partir de l'équation $\theta = g(p)$ tel que : $\hat{p} = g^{-1}(\hat{\theta}(t))$
- Le calcul du vecteur de résidus $r(t)$ en faisant la différence entre les paramètres estimés et les valeurs nominales, soit à partir des paramètres physiques, soit à partir des paramètres du modèle : $r(t) = \theta(t) - \hat{\theta}(t)$ ou $r(t) = p(t) - \hat{p}(t)$

Estimation d'état

Les techniques d'estimation d'état consistent à reconstituer les états et les sorties du système en utilisant les entrées et les sorties. Ces techniques génèrent les résidus de manière indirecte en évaluant l'erreur d'estimation de la sortie. L'estimation de l'état

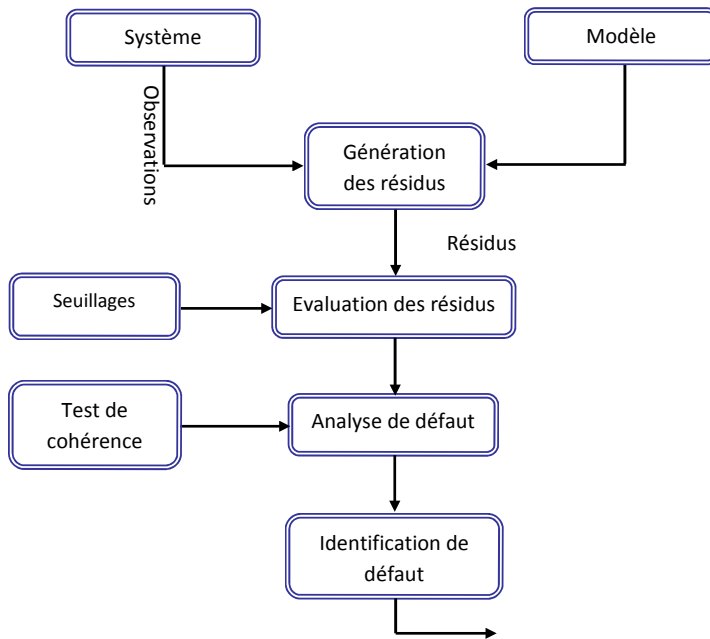


FIGURE 1.3 – Estimation paramétrique

peut être réalisée en utilisant des observateurs dans le cas déterministe ou des filtres dans le cas stochastique (comme le filtre de Kalman ou les filtres détecteurs de défauts). Les deux approches se ressemblent dans leur expression et peuvent être résumées par la figure (Fig1.4), la seule distinction réside dans le calcul des paramètres du reconstituteur en fonction du contexte sélectionné (continu ou discret, déterministe ou stochastique).

Espace de parité

Les équations du modèle sont projetées dans un espace spécifique connu sous le nom d'espace de parité [19], ce qui permet d'éliminer les variables inconnues en exploitant les redondances. Seules les variables mesurables (les entrées et les sorties du système) sont impliquées dans les équations projetées sur une fenêtre d'estimation. Les RRA sont le nom donné à ces équations. Le but est de vérifier si les mesures concordent avec les valeurs prédites par le modèle (coïncidence des mesures, de leur similitude).

Cas statique

Considérons un système d'équations de mesures :

$$y(k) = Cx(k) + b(k) + Ff(k) \quad (1.1)$$

$x \in \mathfrak{R}^n$, $y \in \mathfrak{R}^m$, $f \in \mathfrak{R}^p$, $e \in \mathfrak{R}^m$, $C \in \mathfrak{R}^{m \times n}$, et $F \in \mathfrak{R}^{m \times p}$

où $y(k)$ est le vecteur des mesures, $x(k)$ est le vecteur des variables à mesurer, $f(k)$ est le vecteur de défauts, et $b(k)$ est le vecteur des bruits de mesure. C est une matrice caractérisant le système de mesure et F est la matrice qui traduit la direction des défauts.

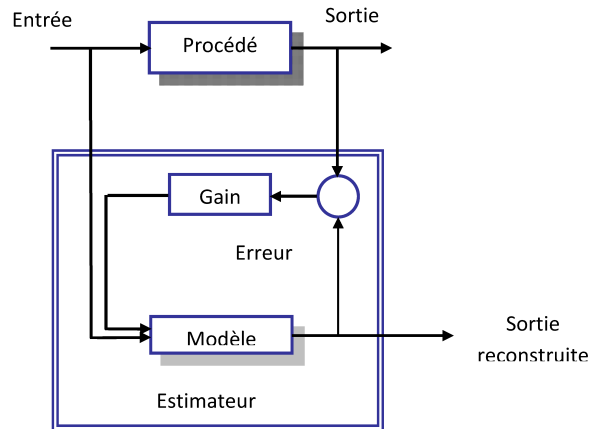


FIGURE 1.4 – Principe général d'un estimateur d'état

Le vecteur parité $r(k)$ est défini comme la projection du vecteur des mesures $y(k)$:

$$r(k) = Wy(k) \quad (1.2)$$

où W est la matrice de projection. La propriété d'orthogonalité de cette matrice avec la matrice C entraîne :

$$r(k) = WFf(k) + Wb(k) \quad (1.3)$$

Le vecteur parité est représenté ici par la somme de deux termes. Le premier terme $Wb(k)$ apporte une contribution aléatoire de statistique (connue si celle du bruit $b(k)$ est connue). Le second terme $WFf(k)$ est une composante déterministe dont la direction est fixée par le rang du capteur en défaut, et l'amplitude est fonction de celle de la défaillance du capteur.

En l'absence d'erreurs de mesure $b(k)$ et de défaillances $f(k)$, le vecteur parité est nul. L'ensemble des redondances entre les mesures se traduit par :

$$Wy(k) = 0 \quad (1.4)$$

Il est bien évident que la matrice W ne pourra pas découpler parfaitement les entrées inconnues. Elle doit faire l'objet de travaux d'observabilité.

Pour obtenir la matrice W , on peut utiliser différentes méthodes, comme l'élimination directe par substitution des variables, qui permet de décomposer la matrice C . $C = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix}$, où C_1 est régulière, alors on peut écrire simplement la matrice :

$$W = (C_2C_1^{-1} - I) \quad (1.5)$$

On prend comme exemple le système de mesures suivant :

$$Y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} b(k) + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} f(k) \quad (1.6)$$

On peut extraire de C une sous matrice régulière de rang 3, notée C_1 formée par exemple, des trois premières lignes de C , on obtient donc : $C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ et $C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

D'après (1.5), le calcul de la matrice W : $W = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & 4 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ ce qui permet de donner les deux formes du vecteur de parité, la forme de calcul numérique et la forme représentant l'influence des perturbations et défauts.

Cas dynamique

On considère le modèle déterministe d'un système (1.7) où x est l'état inconnu, u et y sont les entrées et sorties connues, et on considère que les mesures y ne dépendent de l'entrée u [20]

$$\left\{ \begin{array}{l} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + F_1 f(k) \\ y(k) = Cx(k) + F_2 f(k) \end{array} \right\} \quad (1.7)$$

où

$$\begin{array}{l} x \in R^n, y \in R^m, u \in R^r, f \in R^p \\ A \in \mathfrak{R}^{n \times n}, C \in \mathfrak{R}^{m \times n}, F_1 \in \mathfrak{R}^{n \times p}, F_2 \in \mathfrak{R}^{m \times p} \end{array} \quad (1.8)$$

L'espace de parité basé sur la redondance temporelle continue est une extension de la redondance statique dans le cas où le rang de C est inférieur ou égal à p (pas de redondance directe). On considère le système dont la représentation est donnée par l'équation (1.7). En effet sur un horizon d'observation $[k, k+s]$, à instant k (soient les mesures passées entre $k-s$ et k), on peut réécrire (1.7) en fonction de x_{k-s} comme suit :

$Zx(k-s) = Y(k) - TU(k)$ A l'aide des vecteurs étendus de dimensions $p(s+1)$ et $m(s+1) \times 1$: respectivement :

$$Y(k) = \begin{bmatrix} y(k-s) \\ y(k-s+1) \\ \cdot \\ \cdot \\ y(k) \end{bmatrix}; U(k) = \begin{bmatrix} u(k-s) \\ u(k-s+1) \\ \cdot \\ \cdot \\ u(k) \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

et les matrices T et Z de dimensions $p(s+1) \times m(s+1)$ et $p(s+1) \times n$ respectivement qui sont définies par :

$$T = \begin{pmatrix} D & 0 & \dots & \dots & 0 \\ CB & D & 0 & \cdot & \\ CAB & CB & D & 0 & \\ \cdot & & & & \\ \cdot & & & & \\ \cdot & & & & \\ CA^{s-1} B & \dots & CAB & CB & D \end{pmatrix}; Z = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ CA^s \end{pmatrix} \quad (1.10)$$

Le système (1.9) est dit "la forme statique du système (1.7)". Cette relation est satisfaite en absence de défauts. Par élimination des mesures inconnues (soit l'état $x(k-s)$) par multiplication du système (1.9) à gauche par une matrice W (définissant l'espace de parité). On obtient la relation de parité d'ordre $s+1$ (puisqu'elle relie les $s+1$ mesures les entrées et sorties du système) :

$$W(Y(k) - TU(k)) = 0 \quad (1.11)$$

avec W satisfaisant la condition :

$$WZ = 0 \quad (1.12)$$

On peut ainsi définir le résidu par le vecteur de parité suivant :

$$r(s-s) = W(Y(k) - TU(k)) \quad (1.13)$$

Ce vecteur est nul en absence de défauts (en considérant l'équation (1.9) est diffère de cette valeur dans le cas contraire puisque le modèle (1.7) ne tient pas compte des défauts pouvant apparaître sur les mesures (ni des incertitudes sur le modèle).

Condition d'existence

Une condition suffisante d'existence de W est que la matrice Z soit plein rang colonne.

Une solution existe toujours pour un s_0 suffisamment grand (soit $s_0 + 1$ mesures sur l'horizon). Cette valeur minimale de s peut ainsi être cherchée par simple incrément du nombre de mesures prises en compte. Cependant, Mironovsk [21] montre que le degré minimal des relations de parité satisfait la double inégalité suivante :

$$\frac{\text{rang}(O)}{\text{rang}(C)} \leq s_0 \leq \text{rang}(O) - r(\text{ang}(C)) + 1 \quad (1.14)$$

où O est la matrice d'observabilité de la paire (A, C) . La matrice W sera donc choisie de manière à garantir l'égalité pour la borne minimale.

Les valeurs des résidus doivent refléter l'effet des défauts. Elles doivent être presque nulles en cas d'absence de défaut et différentes de zéro dans le cas contraire. La seconde étape, désignée par évaluation des résidus, consiste à déterminer la présence de comportements anormaux dans le système et à identifier la ou les sections responsables de ces irrégularités.

L'analyse des résidus implique de effectuer une première évaluation de la cohérence présentée, sous la forme d'une comparaison des résidus selon des tolérances définissant le comportement normal du système, en tenant compte de leurs aspects non déterministes (bruits de mesure, erreurs de modélisation). La phase de détection vise à identifier les équations du modèle qui ne sont plus valides, révélant ainsi une ou plusieurs anomalies de fonctionnement dans le système. Les résidus sont donc élaborés pour être facilement utilisés par un outil décisionnel capable de détecter et de localiser les défauts. Deux méthodes peuvent être considérées à cet effet [1] :

- génération de résidus directionnels [6] : les résidus sont générés de manière à ce que leur vecteur reste aligné dans une direction spécifique de l'espace des résidus, en réaction à une défaillance particulière.
- génération de résidus structurés [1] : les résidus sont créés pour répondre à des catégories spécifiques de problèmes divers. Ces ensembles de défauts structurent une table de signature appelée aussi matrice d'incidence ou matrice de signatures théoriques de défauts.

1.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons exposé le concept du diagnostic en fournissant certaines définitions. Ensuite, nous avons exposé plusieurs techniques de diagnostic telles que les méthodes sans modèle et les approches basées sur un modèle mathématique. Dans le chapitre suivant nous allons présenter une description de l'analyse en composantes principales pour le diagnostic.

Chapitre 2

Principe de l'analyse en composantes principales

Sommaire

2.1	Introduction :	17
2.2	Principe de l'ACP :	18
2.3	Principe mathématique de l'ACP :	18
2.4	ACP pour le Diagnostic	21
2.5	Génération du modèle ACP pour le diagnostic :	22
2.6	Détermination du nombre de composantes retenues dans le modèle ACP	25
2.6.1	Pourcentage cumulé de la variance totale (PCV)	25
2.6.2	Moyenne des valeurs propres (MVP)	26
2.6.3	Calcul du nombre de composantes basé sur l'erreur de reconstruction	27
2.7	Extensions de l'ACP :	31
2.7.1	Analyse multi-échelle	32
2.7.2	Ondelette et Analyse multi-résolution	32
2.7.3	la transformée en ondelettes continues	34
2.7.4	Transformée en ondelettes continu inverse	34
2.7.5	la transformée en ondelettes discrètes	35
2.7.6	ACP multi-échelle(multiscale PCA)	36
2.7.7	Effet de non linéarité	36
2.8	Conclusion	36

2.1 Introduction :

L'Analyse en Composantes Principales (ACP) a été présentée pour la première fois par K. Pearson en 1901 dans le domaine de l'analyse des données, et également développée

de manière indépendante par Hotelling [3]. Il est important de noter que l'analyse des données consiste à étudier diverses méthodes statistiques descriptives pour simplifier les informations des grands tableaux afin de :

- Expliquer un phénomène de manière plus compréhensible.
- Permettre de valiser de manière statistique des intuitions sur un phénomène
- Révéler des phénomènes cachés au sein d'un vaste jeu de données.

Ce chapitre aborde l'utilisation de l'Analyse en Composantes Principales (ACP) pour diagnostiquer les systèmes complexes. En premier lieu, les principes de l'Analyse en Composantes Principales sont présentés de manière théorique. Ensuite, on explique en détail l'utilisation de l'ACP pour la surveillance des procédés. Ensuite, différentes extensions de l'Analyse en Composantes Principales sont finalement exposées.

2.2 Principe de l'ACP :

La méthode de l'Analyse en Composantes Principales, souvent abrégée en ACP (ou PCA en anglais), consiste à trouver les axes principaux d'une distribution normale multivariée [3].

Afin de bien comprendre le concept de l'ACP, la figure (Fig.2.1) illustre un scénario où un tore, une torche, et une chambre noire sont en jeu, en supposant que le tore soit suspendu dans les airs. Allumons-le en provenance de deux points distincts. Ces deux écrans sont éclairés par deux lumières ambrées. La position de la torche détermine la nature de l'ombre. Les deux images représentent deux perspectives distinctes de l'objet tridimensionnel projeté sur deux écrans en deux dimensions. Selon l'orientation de l'ombre, il sera possible de reconnaître ou non le tore. Il est important de remarquer que le tore conserve sa forme malgré les projections variations. Deux manières pour obtenir les projections :

- Déplacer le tore et laisser immobiles les torches,
- Laisser immobile le tore et déplacer les torches.

Les projections obtenues par ces alternatives peuvent être équivalentes, l'effet est le même. La méthode mathématique de l'analyse en composantes principales est en accord avec la seconde alternatives. Il ne s'agit pas de déplacer les données, mais de déplacer les axes, ce qui revient au même que déplacer les torches.

En d'autres termes, on recherche les axes géométriques orthogonaux où la dispersion des données soit maximale. cette technique est avantageuse car un petit nombre de composantes principales peut expliquer la majeure partie de la variabilité des données. L'ACP est donc une technique linéaire de réduction de dimension, visant à expliquer au mieux la variabilité d'un ensemble de données.

2.3 Principe mathématique de l'ACP :

D'un point de vue mathématique, l'analyse en composantes principales (ACP) est une méthode de projection linéaire orthogonal qui réduit la dimension des données multivariées représentées dans un espace de dimension m (m est le nombre de variables observées) en maximisant la variance des observations dans un espace de dimension inférieure ($\ell < m$).

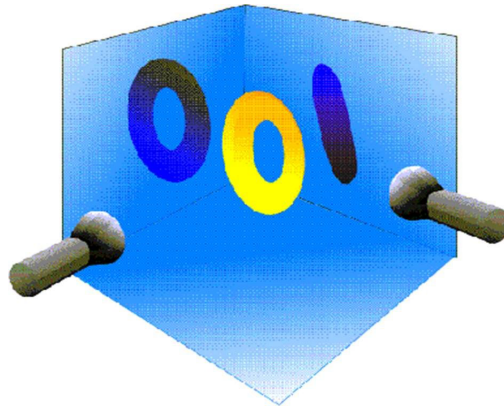


FIGURE 2.1 – Principe de l'ACP.

La résolution du problème de maximisation consiste à définir à la fois la projection de l'espace m vers l'espace ℓ et la projection inverse (de l'espace ℓ vers l'espace m) afin d'estimer les variables d'origine (FIG.2.2).

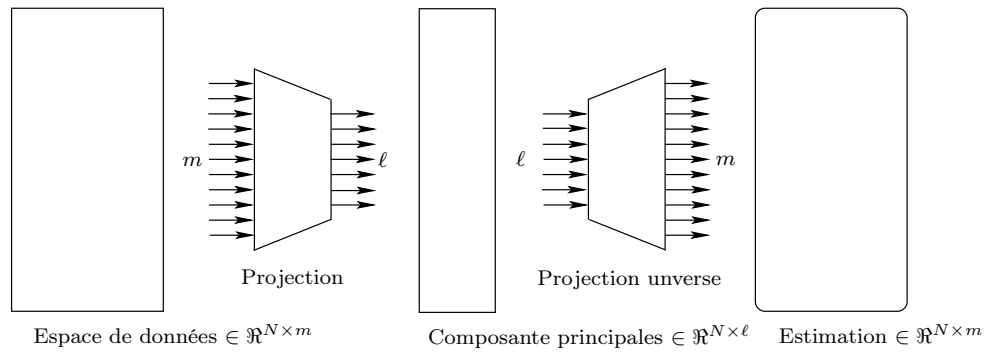


FIGURE 2.2 – principe de la Reduction de dimensions.

Si on considère le vecteur de données aléatoires suivant suit une loi statistique quelconque, son espérance mathématique est défini $\mu = \varepsilon(x)$ et sa matrice de covariance est donnée par $\Sigma = \varepsilon[(x - \mu)(x - \mu)^T]$. Dans son principe général, l'analyse en composantes principales (ACP) cherche à déterminer les ℓ axes d'un sous-espace de \mathbb{R}^ℓ qui représentent au mieux la base de données x après la projection.

Pour simplifier on considère dans ce qui suit que le vecteur de données a un moyenne nulle et la matrice de covariance ou d'auto corrélation sera $\Sigma = \varepsilon(xx^T) \in \mathbb{R}^{m.m}$. L'ACP est une méthode linéaire visant à réduire les dimensions tout en minimisant la perte d'information. L'analyse en composantes principales consiste en une transformation linéaire des variables initiales x_i en un nouveau jeu de variables orthogonales t_i , cette transformation est déterminée par :

$$t = P^T x \quad (2.1)$$

Le vecteur de données $x \in \mathbb{R}^m$ est normalisé pour avoir une moyenne centrée et une variance de un. $t \in \mathbb{R}^\ell$, $\ell < m$, est le vecteur de nouvelles variables (composantes princi-

pales), tandis que P est la matrice de transformation composée des vecteurs propres de la matrice covariance Σ et donnée par :

$$P^T \Sigma P = \Lambda \quad (2.2)$$

Les vecteurs propres sont appelés vecteurs directionnels et les éléments du vecteur t sont appelés "les composantes principales". La matrice diagonale $\Lambda \in \mathfrak{R}^{m \cdot m}$ est la matrice de covariance des composantes principales et consiste aux valeurs propres de la matrice de covariance $\Sigma \in \mathfrak{R}^{m \cdot m}$, les vecteurs directionnels sont les colonnes orthogonales de la matrice P tel que :

$$P^T P = P P^T = I \quad (2.3)$$

La matrice Σ contient des valeurs propres d'amplitudes décroissantes $\lambda_1 \geq \lambda_2 \dots \geq \lambda_m \geq 0$. Les matrices P et Λ peuvent être calculées par la décomposition en valeurs et vecteurs propres de Σ , une fois la matrice P calculée, la transformation des variables originales x_i au nouvel ensemble des variables orthogonales t_i calculées par (2.1).

$$x = P t = \sum_{i=1}^m t_i P_i \quad (2.4)$$

Pour réduire la dimension de la représentation des données en ne retenant dans l'équation (2.1) que les ℓ premières composantes associées aux ℓ plus grandes valeurs propres de Σ , la dimension de t_i devient $t \in \mathfrak{R}^\ell, \ell \leq m$.

Enfin, l'estimation \hat{x} du vecteur de données x est alors décrite par l'expression réduite suivante :

$$\hat{x} = \sum_{i=1}^{\ell} t_i P_i = \sum_{i=1}^{\ell} (P_i^T x) P_i \quad (2.5)$$

Les données présentées par les ℓ composantes principales t_1, \dots, t_ℓ ont la plus forte quantité de variance, en comparaison les m valeurs descriptives, x_1, \dots, x_m .

La perte d'information induite par la réduction de dimension de x est mesurée par la différence (e) entre x (2.1) et son estimation (2.5) :

$$e = x - \hat{x} = \sum_{i=\ell+1}^m t_i P_i \quad (2.6)$$

Les valeurs les plus petites $\lambda_{\ell+1}, \dots, \lambda_m$ représentent les relations linéaires entre les variables, théoriquement nulles, correspondant à la dépendance linéaire entre les derniers vecteurs propres. Ainsi, le vecteur de données x peut être exprimé de la manière suivante :

$$x = \hat{x} + e \quad (2.7)$$

Si on note par \hat{P} les ℓ premiers vecteurs propres, et \tilde{P} ceux les $m - \ell$ derniers, les premières composantes principales s'écrit :

$$\hat{t} = \hat{P}^T x \quad (2.8)$$

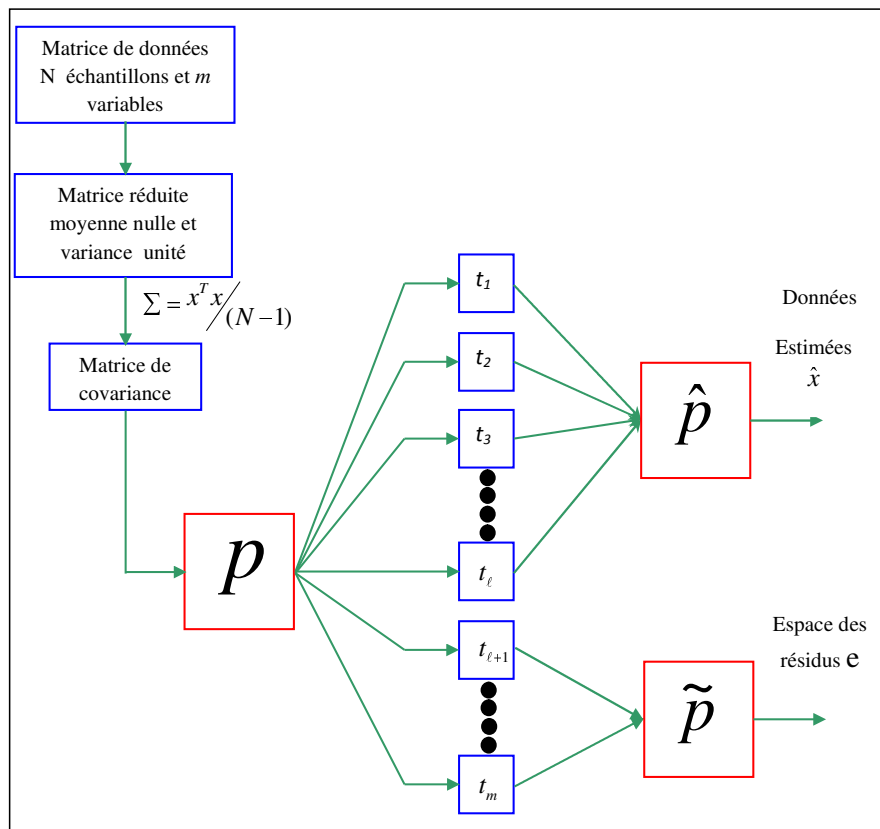


FIGURE 2.3 – Algorithme ACP

Le vecteur estimé peut être écrit :

$$\hat{x} = \hat{P}\hat{P}^T x = \hat{C}x \quad (2.9)$$

Ainsi, le vecteur e s'écrit :

$$e = \tilde{C}x \text{ avec } \tilde{C} = \tilde{P}\tilde{P}^T \quad (2.10)$$

Pour résumer, la figure (FIG.2.3) illustre l'algorithme représentant le principe mathématique de l'analyse en composantes principales (ACP).

2.4 ACP pour le Diagnostic

Comme mentionné précédemment, l'analyse en composantes principales (ACP) est une méthode descriptive qui cherche à identifier les liens entre les variables sans tenir d'une structure explicite. L'objectif de l'ACP est de mettre en évidence la relation de dépendance entre les observations multivariées pour fournir une synthèse concise de celles-ci. Elle a été restreinte à projeter des données sur les axes factoriels et à calculer des distances par rapport à ces axes pour détecter des valeurs aberrantes. Utiliser l'analyse en composantes principales de cette manière n'est pas très pratique car un opérateur doit examiner les projections pour déterminer la présence de valeurs aberrantes. Des

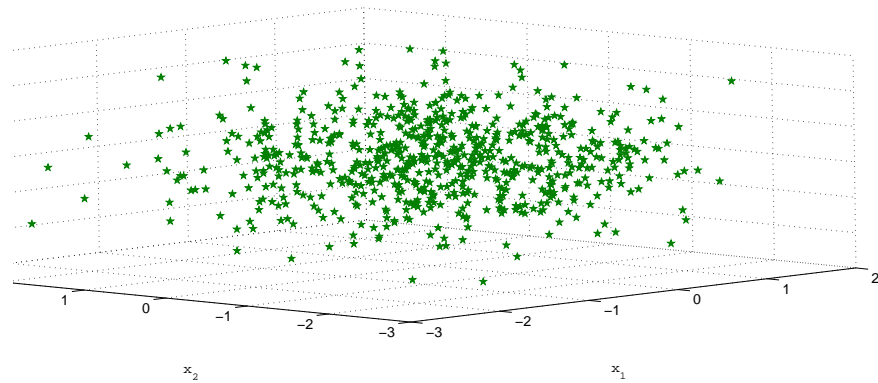


FIGURE 2.4 – Nuage de n points dans le cas $m = 3$ La démarche de l'ACP : ajuster le nuage de N points par un sous espace de dimension $\ell < m$.

recherches ont proposé d'utiliser l'analyse en composantes principales pour modéliser les processus afin d'obtenir un modèle. De cette manière, cette alternative permet d'estimer les paramètres du processus à observer. L'ACP présente beaucoup d'avantages pour la détection et localisation de défauts :

- L'ACP comme toutes les méthodes statistiques multivariées prend en compte la structure des corrélations entre les variables,
- Un nombre important de variables corrélées peut être inclus dans le modèle, donc l'ACP est robuste aux données manquantes et les bruits.
- Le modèle peut être développé rapidement.
- Nécessite seulement les données historiques collectées du fonctionnement normal du processus.
- la réduction de dimension (surtout pour les systèmes complexes)

2.5 Génération du modèle ACP pour le diagnostic :

En prenant en compte une matrice $X(N.m)$ représentant les données historiques collectées lors d'une période sans défauts, où N est le nombre d'observations et m est le nombre de variables ou capteurs : Du point de vue géométrique, on peut voir cette matrice comme un regroupement de N points dans l'espace \mathfrak{R} en dimension m , ou un regroupement de m points dans \mathfrak{R} en dimension N . dans ce qui suit on définit quelques notions ;

Matrice de variance-Covariance :

On définit l'expression mathématique : $\frac{1}{N-1} X^T X$ par la matrice de variance-covariance ou matrice de corrélation :

- Matrice de Variance-Covariance si les variables sont de même nature (on les centre seulement),
- Matrice de Corrélation : si les variables sont hétérogènes (on centre et on réduit les variables).

La trace d'une matrice

La trace d'une matrice carrée est définie par la somme de ses éléments diagonaux, donc la trace de la matrice de covariance est donnée par :

$$Tr(X^T X) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^m x_{ij}^2 = \sum_{i=1}^m \lambda_i \quad (2.11)$$

La relation (2.11) est définie comme l'inertie ou la variance totale du nuage de points.

Comme les échelles des différentes variables ne sont pas les mêmes, on effectue en fait au départ une normalisation des données. Donc, un prétraitement indispensable consiste à centrer et réduire les variables. Chaque colonne X_i de la nouvelle matrice centrée est donnée par :

$$X_i = \frac{X_i - M_i}{\sigma_i} \quad (2.12)$$

Ceci est réalisé afin d'éviter que certaines variables paraissent prédominantes dans l'analyse uniquement en raison de leur amplitude par rapport aux autres variables. Après avoir centré et réduit les données, on calcule la matrice de corrélation des données Σ .

$$\Sigma = \frac{1}{N-1} X^T X \quad (2.13)$$

La analyse en composantes principales consiste à décomposer la matrice X de la manière suivante :

$$X = TP^T eT = XP \quad (2.14)$$

où les colonnes de la matrice T sont les composantes principales de X et celles de P sont les vecteurs propres normés de la matrice de corrélation de la matrice Σ .

La résolution de ce problème donne les résultats suivants : La minimisation de l'erreur quadratique d'estimation de x_i est équivalente à la maximisation de la variance des projections t_i de données, on a donc :

$$P_{opt} = \arg \min J_e(X) = \arg \max J_v(P) \quad (2.15)$$

Cette dernière relation présente un avantage mathématique crucial, car la réponse souhaitée implique une optimisation sous contraintes. $\|P\|^2 = P^T P = 1$ La résolution de ce problème d'optimisation donne :

- La variance à maximiser est représentée par les valeurs singulières de X ou bien les valeurs propres de la matrice de corrélation Σ ,
- La matrice P est constituée des vecteurs propres correspondantes de ces valeurs propres.

En utilisant la décomposition en valeurs singulières : $\frac{1}{\sqrt{N-1}} X = \Gamma \Sigma P^T$ et $\Sigma^T \Sigma = \Lambda$, avec Γ et Λ sont : la matrice unitaire et la matrice diagonale respectivement. On a pour chaque valeur de ℓ compris entre 1 et $m-1$, donc :

$$X = \sum_{i=1}^m t_i p_i^T = \sum_{i=1}^{\ell} t_i p_i^T + \sum_{i=\ell+1}^m t_i p_i^T = \hat{T} \hat{P}^T + \tilde{T} \tilde{P}^T \quad (2.16)$$

$$= \hat{X} + \tilde{X} \quad (2.17)$$

où les t_i et p_i sont, respectivement, les colonnes de T et de P . Si on considère que $C = \hat{P}\hat{P}^T$, on a de plus :

$$XC = TP^T\hat{P}\hat{P}^T = T \begin{pmatrix} I_\ell \\ 0 \end{pmatrix} \hat{P}^T = \hat{T}\hat{P}^T = \hat{X} \quad (2.18)$$

où I_ℓ désigne la matrice identité d'ordre ℓ et 0 la matrice nulle de taille $(m - \ell) \cdot \ell$, de même si $\tilde{C} = \tilde{P}\tilde{P}^T = I - C$, alors :

$$X\tilde{C} = \tilde{X} \quad (2.19)$$

Les vecteurs de P forment une base orthonormée de \mathfrak{R}^m . Si on ne conserve que les ℓ premières composantes principales, on peut décomposer la matrice X en deux sous-espaces orthogonaux : le sous-espace de composantes principales (*PCS*, principal component subspace, φ_P) engendré par les vecteurs p_1, \dots, p_ℓ et le sous-espace résiduel (*RS*, residual subspace, φ_R , engendré par les vecteurs $p_{\ell+1}, \dots, p_m$. Les matrices C et \tilde{C} sont, en fait, les matrices de projection sur les deux sous-espaces, on a alors : pour un instant k , un vecteur de mesure peut être représenté par :

$$x(k) = \hat{x}(k) + \tilde{x}(k) \quad (2.20)$$

avec

$$\hat{x}(k) = Cx(k) \text{ et } \tilde{x}(k) = \tilde{C}x(k) \quad (2.21)$$

$$[\tilde{x}(k)]^T \hat{x}(k) = 0 \quad (2.22)$$

$\hat{x}(k)$ et $\tilde{x}(k)$ sont : les parties modélisé et résiduelle du vecteur $x(k)$ respectivement. La figure (Fig 2.5) représente les observations ($x(k)$) et les deux parties modélisée et résiduelle de l'un d'entre elle, dans le cas de deux variables (deux dimensions).

Pour trouver le modèle ACP, il faut encore préciser combien de composantes principales seront conservées. Cette décision est primordiale lors de la construction du modèle ACP, car choisir un nombre trop élevé de composantes entraînera une réduction minimale de la dimension du processus. Le seul avantage serait l'orthogonalité des nouvelles variables, mais il y aurait également un risque de contenir du bruit de mesure. Si, en revanche, on garde seulement quelques composantes, il y aura une importante perte d'information et on obtiendra une représentation incomplète du processus. Pour trouver une solution à ce problème, divers critères ont été proposés dans la littérature, ces critères sont souvent des méthodes heuristiques basées sur l'analyse des valeurs propres. Une autre critère basée sur la variance non reconstruite, faite par Dunia [5], sera expliquée en détail.

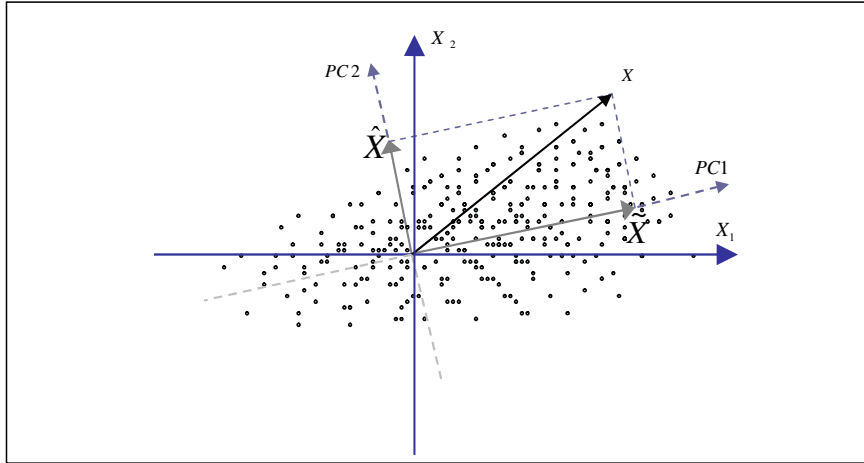


FIGURE 2.5 – Représentation d’observations et parties : modélisée et résiduelle de l’une d’entre elles (x) dans le cas de deux variables ($m = 2$)

2.6 Détermination du nombre de composantes retenues dans le modèle ACP

2.6.1 Pourcentage cumulé de la variance totale (PCV)

: Les valeurs propres de la la matrice de covariance évaluent l’importance des composantes principales à inclure dans l’analyse en composantes principales (ACP). Le nombre de composantes dépend du pourcentage de la variance choisi pour être conservé dans le modèle, donc ℓ est le nombre minimum de composantes nécessaires pour atteindre ou dépasser ce pourcentage. Les composantes sont sélectionnés de manière séquentielle en fonction de leur niveau de variabilité décroissant. Le taux de variance expliquée par les premières ℓ composantes est indiqué comme suit :

$$PCV(\ell) = 100 \left(\frac{\sum_{j=1}^{\ell} \lambda_j}{\sum_{j=1}^m \lambda_j} \right) \quad (2.23)$$

Il faut noter que la variance du bruit est inconnue a priori, la décision est alors basée sur la variance expliquée, donc le choix d’un nombre de composantes correcte dépendra fortement du rapport entre signal et bruit. Si on prend l’exemple suivant :

$$\begin{aligned} x_1 &= \sin(2\pi.u) \\ x_2 &= \cos(2\pi.u) \\ x_3 &= x_1 + \eta_1 \\ x_4 &= 0.3x_2 + \eta_2 \\ x_5 &= x_1 + 0.5\eta_3 \\ x_6 &= x_2 + 0.7\eta_4 \end{aligned} \quad (2.24)$$

où u est une variable entre 0 et 401, et les η_i sont des variables aléatoires gaussiennes centrées, réduites indépendantes entre $[-0.1 \ 0.1]$, les variables x_i sont ensuite centrées et

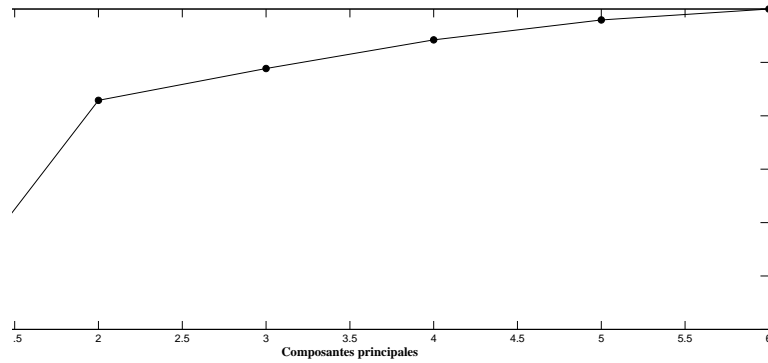


FIGURE 2.6 – La variance cumulée en fonction du nombre de composantes principales.

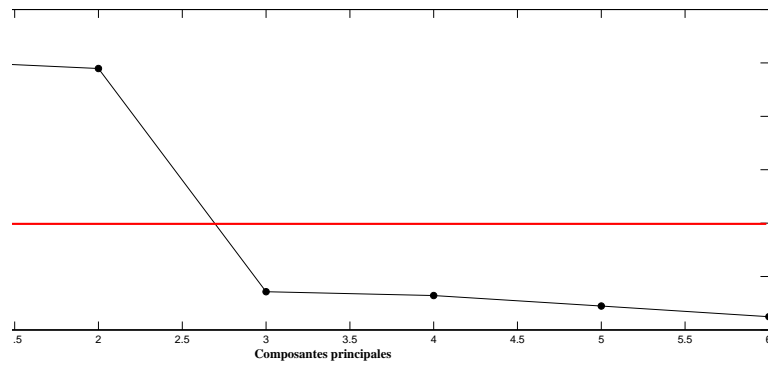


FIGURE 2.7 – Evolution des valeurs propres en fonction du nombre de composantes principales

réduites. La figure (FIG.2.9) trace l'évolution de PCV en fonction du nombre de composantes principales, tel qu'un pourcentage de 83% permet de retenir deux composantes principales, et 87% permet de retenir trois composantes principales, donc le nombre de composantes principales n'est pas précis.

2.6.2 Moyenne des valeurs propres (MVP)

: Ce critère consiste à ne prendre en considération que les composantes pour lesquelles la valeur propre est supérieure à la moyenne arithmétique de toutes les valeurs propres. Dans le cas où le modèle ACP est calculé à partir de la matrice de covariance Σ , la moyenne arithmétique des valeurs propres est donnée par $trace(\Sigma/m)$, En particulier, si les données utilisées pour construire la matrice de données sont centrées et réduites, la moyenne arithmétique des valeurs propres est égale à l'unité(1)

2.6.3 Calcul du nombre de composantes basé sur l'erreur de reconstruction

Les techniques précédentes pour déterminer le nombre de composantes principales utilisent un indice qui est monotone croissant, de sorte que le nombre de composantes principales est choisi lorsque le critère évolue légèrement après l'ajout d'une composante principale. L'utilisation de cet indice a tendance à considérer un nombre excessif de composantes. C'est pourquoi Dunia et al [?] ont proposé un autre indice basé sur le principe de la reconstruction, qui repose sur un problème d'optimisation par rapport au nombre de composantes principales. Avant d'exposer ce critère, il est d'abord nécessaire de définir le principe de la reconstruction.

Principe de la reconstruction

Le principe de reconstruction consiste à estimer une des variables de vecteur de mesure à un instant donné k , $x(k)$ par la valeur $x_i(k)$ en utilisant toutes les autres variables $x_j(k)$ au même instant à partir du modèle ACP déjà obtenu [22]. Pour cela, on considère un vecteur de mesure dans un instant k , $x(k)$ tel que :

$$x(k) = x^*(k) + f\varepsilon_i \quad (2.25)$$

où $x^*(k)$ est un vecteur de mesures normal (sans défaut) et ε_i est la i^{me} colonne de la matrice d'identité, f est l'amplitude du défaut. La fiabilité de cette technique est évaluée en analysant la variance de l'erreur, la formule de de reconstruction :

$$Var(x^*(k) - x_i(k)) \quad (2.26)$$

Pour des données supposées sans défaut (qui servent à rétablir le modèle) on a $f = 0$ et $x = x^*$, la variance de l'erreur de reconstruction est donc :

$$Var(x^*(k) - x(k)) \quad (2.27)$$

La reconstruction de défaut est la meilleure façon pour estimer la valeur de x^* en utilisant le modèle ACP et la direction du défaut ε_i , donc la reconstruction du vecteur x_i est obtenue par la correction de x en direction de ε_i , on a donc :

$$x_i = x - f_i\varepsilon_i \quad (2.28)$$

où f_i est une estimation de l'amplitude de défaut f qui mesure le déplacement dans la direction ε_i , tel que x_i a une erreur de modélisation minimale :

$$f_i = \arg \min_{f_i} \|x_i - \hat{x}_i\|^2 = \arg \min_{f_i} \|\tilde{x}_i\|^2 = \arg \min_{f_i} \|\tilde{x}_i - f_i\tilde{\varepsilon}_i\|^2 \quad (2.29)$$

La résolution du problème (2.29) par la méthode des moindres carrés donne :

$$f_i = \frac{\tilde{\varepsilon}_i^T \tilde{x}}{\tilde{\varepsilon}_i^T \tilde{\varepsilon}_i} = \frac{\tilde{\varepsilon}_i^T x}{\tilde{\varepsilon}_i^T \tilde{\varepsilon}_i} \quad (2.30)$$

La principale difficulté de cette méthode réside dans le calcul de la valeur de reconstruction. Trois méthodes principales ont été identifiées dans la littérature, toutes menant à la même valeur de reconstruction. Parmi celles-ci, nous nous concentrerons sur l'algorithmes par itération, choisie pour sa capacité à être étendue aux cas non linéaires.

Approche par itération pour la reconstruction

Une fois, l'estimation \hat{x}_i de la i^{me} variable est calculée à partir de x en utilisant l'équation (2.5), on remplace la i^{me} variable x_i par \hat{x}_i dans le vecteur x , et on estime cette i^{me} variable. Cette opération est répétée jusqu'à la convergence vers la valeur z_i , Chaque itération à travers le modèle ACP est une projection orthogonale dans le sous espace des Composantes principales, ces itérations peuvent être calculées par l'expression suivante [] : n calcule le vecteur estimé à partir du modèle ACP, on a donc :

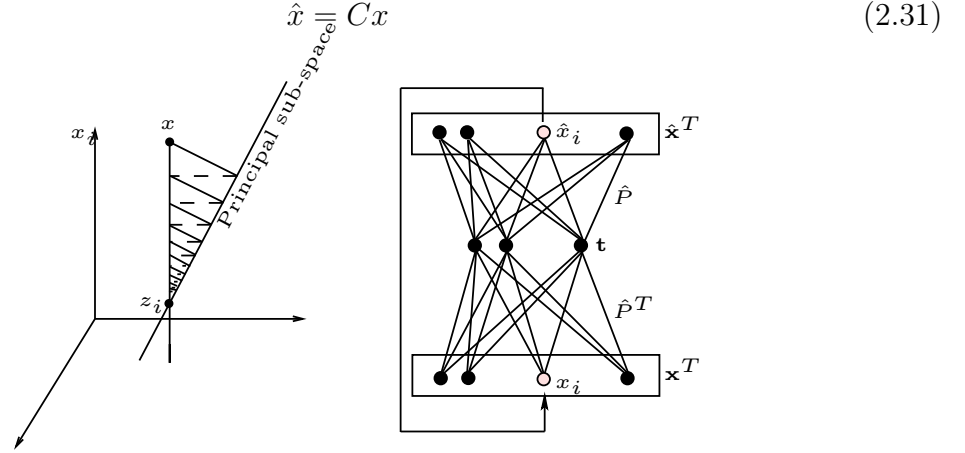


FIGURE 2.8 – Principe de l'approche itérative pour la reconstruction.

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \hat{x}_i^{(1)} \\ \cdot \\ \cdot \\ \hat{x}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdot & \cdot & c_{1i} & \cdot & \cdot & c_{1m} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ c_{i1} & \cdot & \cdot & c_{ii} & \cdot & \cdot & c_{im} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ c_{m1} & \cdot & \cdot & c_{mi} & \cdot & \cdot & c_{mm} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_i \\ \cdot \\ \cdot \\ x_m \end{bmatrix}$$

donc :

$$\hat{x}_i(k) = [c_{i1} \cdot \cdot c_{ii} \cdot \cdot c_{im}] \times x(k) = c_i^T \times x_1(k) \quad (2.32)$$

on remplace cette valeur dans le vecteur de mesures, le nouveau vecteur de mesures sera :

$$x^{(2)}(k) = [x_1 \cdot \cdot \hat{x}_i \cdot \cdot x_m]^T \quad (2.33)$$

on estime encore ce vecteur on trouve :

$$\hat{x}_i^{(2)} = c_i^T \times x_2(k) = [c_{i1} \cdot \cdot c_{ii} \cdot \cdot c_{im}] \times \begin{bmatrix} x_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \hat{x}_i^{(1)} \\ \cdot \\ \cdot \\ x_m \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

$$\hat{x}_i^{(2)} = [c_{i1} \ . \ . \ 0 \ . \ . \ c_{im}] \times x(k) + c_{ii}\hat{x}_i^{(1)} \quad (2.35)$$

Si on note par z_i , la variable reconstruite, de l'équation (2.35), on peut écrire la forme générale de la nouvelle valeur estimée par :

$$z_i^{itre} = [x_{-i}^T \quad z_i^{(itre-1)} \quad x_{+i}^T] c_i = c_{ii}z_i^{(itre-1)} + [c_{-i}^T \quad 0 \quad c_{+i}^T] x \quad (2.36)$$

avec $z_i^0 = x_i$ où $\hat{C} = \hat{P}\tilde{P}^T = [c_1 \ c_2 \dots \dots \dots c_m]$, et z_i est la valeur reconstruite à la convergence, de la mesure de la i^{me} variable.

$z_i^{(itre-1)}$ est la valeur de mesure estimée par le modèle ACP à l'itération précédente et z_i^{itre} est la nouvelle valeur de la mesure estimée par ACP à partir du vecteur $\hat{x}_i^{(itre-1)}$ qui représente le vecteur x dont la i^{ime} composante a été reconstruite à l'itération précédente.

$$c_i^T = [c_{1i} \ c_{2i} \ . \ . \ . \ c_{mi}] = [c_{-i}^T \quad c_{ii} \quad c_{+i}^T] \quad (2.37)$$

et x^T est un vecteur ligne contenant les mesures des capteurs à un instant donnée et les indices $+iet - i$ désignent les vecteurs formés par les $(i-1)$ premiers et les $(m-i)$ derniers éléments du vecteur originel, respectivement. A la convergence la valeur de la nouvelle itération doit égale à la valeur précédente : $z_i^{itre} = z_i^{(itre-1)}$, alors la solution est donnée par :

$$z_i(1 - c_{ii}) = [c_{+i}^T \quad 0 \quad c_{-i}^T] \quad (2.38)$$

Ainsi, z_i sera donnée par :

$$z_i = \frac{[c_{+i}^T \quad 0 \quad c_{-i}^T]}{1 - c_{ii}} x \quad (2.39)$$

avec $c_{ii} \neq 1$ et $z_i = x_i$ pour $c_{ii} = 1$. Dans ce cas $:c_i = [0 \ \dots \ .1 \ \dots \ 0]^T$ est la i^{ime} colonne de la matrice identité. Ce ci correspond au cas où x_i ne serait pas corrélée avec les autres variables et cette variable ne peut donc pas être reconstruite à partir des autres.

Erreur de reconstruction

Si on substitue l'équation (??) dans l'expression (??), on obtient :

$$x^* - x_i = (f_i - f)\varepsilon_i \quad (2.40)$$

on substitue encor (??) on trouve :

$$f - f_i = \frac{\tilde{\varepsilon}_i^T x^*}{\tilde{\varepsilon}_i^T \tilde{\varepsilon}_i} \quad (2.41)$$

alors l'erreur de reconstruction dans la direction ε_i est :

$$x^* - x = (f - f_i)\varepsilon_i = \frac{\tilde{\varepsilon}_i x^*}{\tilde{\varepsilon}_i^T \tilde{\varepsilon}_i} \varepsilon_i \quad (2.42)$$

avec

$$\tilde{\varepsilon} = \tilde{c}\varepsilon = (1 - c)\varepsilon \quad (2.43)$$

Détermination du nombre de composantes principales pour meilleure reconstruction

La variance de l'erreur de reconstruction (VNR) dans la direction ε_i peut être calculée comme suit en supposant que $f = 0$,

$$u_i = \text{var} \{ \varepsilon^T (x - x_i) \} = \text{var} \{ f_i \} = \frac{\tilde{\varepsilon}_i^T \sum \tilde{\varepsilon}_i}{(\tilde{\varepsilon}_i^T \tilde{\varepsilon}_i)^2} \quad (2.44)$$

avec \sum est la matrice de corrélation et u_i est la variance de l'erreur de reconstruction en estimant x^* en utilisant x_i , la propriété d'orthogonalité de P permet de représenter la matrice de corrélation \sum comme suit :

$$\sum = C \sum C + (I - C) \sum (I - C) = \hat{\sum} + \tilde{\sum} \quad (2.45)$$

où $\hat{\sum} = \varepsilon(\hat{x}\hat{x}^T)$ et $\tilde{\sum} = \varepsilon(\tilde{x}\tilde{x}^T)$ sont les parties modélisée et non modélisée de \sum , respectivement, la substitution de cette expression dans l'équation (??) donne :

$$u_i = \frac{\tilde{\varepsilon}_i^T \tilde{\sum} \varepsilon_i}{(\tilde{\varepsilon}_i^T \varepsilon_i)^2} = \frac{\|\tilde{\varepsilon}_i^o\|_{\tilde{\sum}}^2}{\|\tilde{\varepsilon}_i\|^2} \quad (2.46)$$

Cette équation relie u_i avec les variations non modélisées de données

Nombre de composantes principales pour meilleure reconstruction

La condition pour laquelle rendre possiblement u_i très petite, peut être utilisée pour déterminer le nombre de composantes principales, pour illustrer cette minimisation, l'identité suivante

$$\|\tilde{\varepsilon}_i\|^2 + \|\hat{\varepsilon}_i\|^2 = \|\varepsilon_i\|^2 = 1 \quad (2.47)$$

est utilisée et on obtient de l'équation (2.44) multipliée par $(f_i - f)^2$

$$u_i = \tilde{u}_i + \hat{u}_i \quad (2.48)$$

avec $\hat{u}_i = \varepsilon \left\{ \left(\hat{f}_i - f \|\hat{\varepsilon}_i\| \right)^2 \right\}$ est la variance de $(f_i - f)$ dans la direction de ε_i projetée dans φ_p , et $\tilde{u}_i = \varepsilon \left\{ \left(\tilde{f}_i - f \|\tilde{\varepsilon}_i\| \right)^2 \right\}$ et la variance de $(f_i - f)$ projetée dans φ_r . En comparant les deux équations (2.44) et (2.45), on obtient :

$$\tilde{u}_i = u_i \|\tilde{\varepsilon}_i\|^2 = \tilde{\varepsilon}_i^{oT} \sum \tilde{\varepsilon}_i \quad (2.49)$$

avec $\tilde{\varepsilon}_i^o = \tilde{\varepsilon}_i / \|\tilde{\varepsilon}_i\|$, on a donc :

$$\text{hat } u_i = \tilde{u} \frac{\|\hat{\varepsilon}_i\|^2}{\|\tilde{\varepsilon}_i\|^2} \quad (2.50)$$

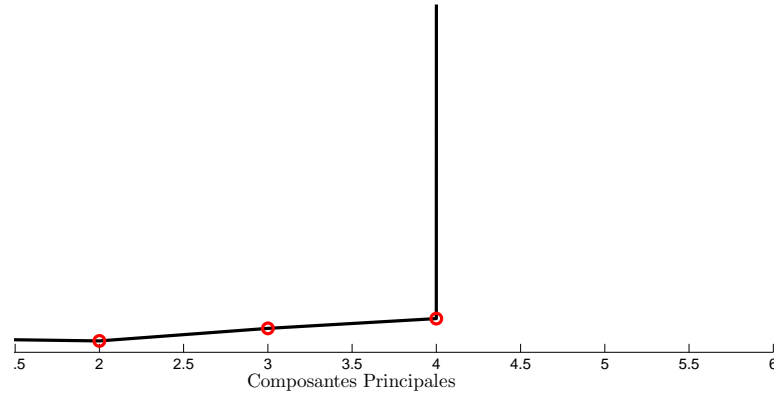


FIGURE 2.9 – La variance cumulée en fonction du nombre de composantes principales.

Dunia et al [23] ont montré que la quantité \tilde{u}_i est monotone croissante avec ℓ et \hat{u}_i tend vers l'infini pour $\ell=m, \lim_{\ell \rightarrow m} \hat{u}_i = \infty$ u_i doit nécessairement avoir un minimum dans l'intervalle $[1, m]$, Il est possible que le minimum soit pour $\ell = 1$, pour une meilleur reconstruction ℓ doit être inférieur à m . La réduction de u_i , en choisissant ℓ , améliore la reconstruction. Donc, un problème d'optimisation peut être formulé dont l'objectif est de minimiser u_i par rapport au nombre de composantes principales :

$$\min_{\ell} u_i(\ell) \quad (2.51)$$

Pour l'ensemble des toutes variables reconstruites le critère (2.51) devient :

$$\min_{\ell} \sum_{i=1}^m u_i(\ell) \quad (2.52)$$

La figure (FIG.??) illustre l'évolution de la variance non reconstruite (VNR) de l'exemple précédent, il est clair que le nombre de composantes principales retenues est deux puisque le minimum de la courbe correspond cette valeur. On remarque aussi que le critère des valeurs propres donne le même nombre de composantes que le critère de la variance non reconstruite.

2.7 Extensions de l'ACP :

Une éventuelle extension de l'Analyse en Composantes Principales est d'inclure la production par lots (procédé batch). En réalité, l'analyse en composantes principales décrite dans la partie précédente suppose que le processus est strictement continu. Cependant, il est courant dans le domaine industriel de rencontrer des procédés de production basés sur des lots. L'ACP multi échelle (multiscale PCA) est la méthode la plus examinée pour aborder de tels problèmes [?]. L'ACP multi échelle est une extension en trois dimensions

Nature du procédé	Méthode	Référence
Dynamique	ACP Dynamique, ACP à fenêtre glissante	Ku et al. (1995); Chow et al. (1999)
Mesures Auto-Corrélées	ACP-moving	Kano et al. (2002b)
Non linéaires	Courbes principales, Réseaux de neurones auto-associatifs, Réseaux RBF, Kernel-ACP,	[7],[8],[15]
Diagnostic par lot (batch)	Multi-voies ACP, Multi-block RMCP, ACP Multi-échelles	Nomikos and MacGregor (1994), Wise and Gallagher (1996), Bakshi (1999)
Données non Gaussiennes	ACI	Lee et al (2004)

TABLE 2.1 – Différentes Extensions de l'ACP.

de l'ACP classique, ainsi que ACP mobile (Moving-PCA) [?]. Les trois aspects correspondent aux observations, aux moments d'observation et aux lots (l'ACP classique se base sur deux aspects : les observations et les moments d'observation).

2.7.1 Analyse multi-échelle

Cette technique simplifie la visualisation des signaux à différentes échelles. On désigne par (échelle) l'échelle de temps qui est inversement liée à la fréquence. Les grandes échelles aident à décrire les données des fréquences basses. En revanche, les fréquences élevées apparaissent dans les petites échelles (précises) de la décomposition.

Ces méthodes ont été appliquées pour extraire des propriétés essentielles des signaux, les segmenter, examiner les défauts à différentes échelles, etc. Les articles présentent diverses méthodes pour effectuer un traitement multiscalaire, y compris celle basée sur les ondelettes. Les articles présentent diverses méthodes pour effectuer un traitement à plusieurs échelles, y compris celle basée sur les ondelettes.

L'utilisation des ondelettes comme un outil de traitement du signal pour la surveillance des systèmes a occupé une place de plus en plus importante dans la littérature, spécialement pour la surveillance des machines-outils (palier, boîte à vitesse, fraiseuse, etc.)

2.7.2 Ondelette et Analyse multi-résolution

La meilleure façon d'introduire les ondelettes est de passer par l'analyse de Fourier. En effet, la transformée de Fourier est une décomposition d'un signal dans une base sinusoïdale. Chaque sinusoïde correspond à une fréquence donnée, pondérée par des coefficients, appelés coefficients de Fourier. Cette transformée ne traite que les signaux stationnaires et, après la transformation du signal dans le domaine fréquentiel, l'information temporelle est complètement perdue.

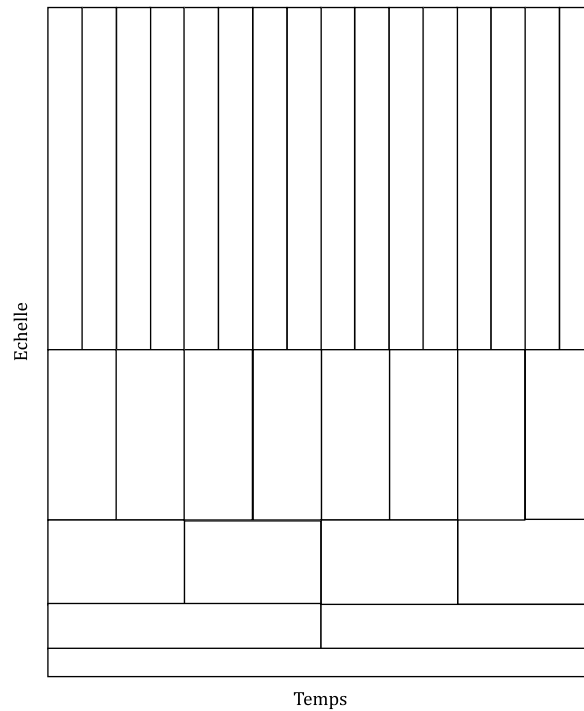


FIGURE 2.10 – Plan temps-échelle de la transformée en ondelettes

Par analogie, la transformation en ondelettes constitue une décomposition dans les bases d'ondelettes, [24], [25], [26] et permet la projection du signal du domaine temporel vers le plan temps-échelle. Comme la transformée de Fourier, elle représente le signal à l'aide de fonctions de base, mais cette fois-ci, le signal sera projeté sur une ondelette mère $\Psi_{s,u}(t)$ adaptant son échelle et son décalage temporel. Une série de fonctions d'ondelettes est ainsi élaborée en conservant la même structure que l'ondelette mère mais avec des dimensions et emplacements variés. La famille d'ondelette peut être caractérisée de la manière suivante (2.53) :

$$\Psi(t) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \psi\left(\frac{t-u}{s}\right) \quad (2.53)$$

Où $\psi(t)$ représente l'ondelette mère, et s et u sont respectivement les paramètres de dilatation et de translation. Le paramètre de translation détermine la localisation de l'ondelette dans le domaine temporel, alors que le paramètre de dilatation détermine la localisation de celle-ci dans le domaine fréquentiel.

Ils représentent le signal sur différentes échelles (décomposition multi-échelle). En outre, la transformée en ondelettes conserve l'information temporelle à l'encontre de la transformée de Fourier, engendrant ainsi une représentation $2D$: temps-échelle (Fig2.10).

La transformation en ondelettes permet donc d'analyser le contenu fréquentiel d'un phénomène d'une manière 'naturelle' : un phénomène de type basse fréquence nécessite par essence un temps d'observation suffisamment long pour pouvoir être correctement analysé. À l'inverse, un phénomène aux fréquences élevées aura tendance à être évalué

rapidement et nécessite un temps d'observation plus réduit pour estimer ses composantes. La transformation en ondelettes autorise ce type d'analyse, car elle repose sur la notion d'échelle qui impose un support temporel fonction de la fréquence des ondelettes. Cette approche permettra d'introduire la notion de multi-résolutions. La théorie de la multi-résolution/multi-échelle développée par [27] a mis en exergue le lien entre les bases orthogonales d'ondelettes et les bancs de filtres déjà utilisés dans le traitement du signal. Ces travaux ont donné naissance à l'algorithme d'implémentation des transformations en ondelettes rapides. En conséquence, les applications basées sur les ondelettes ont pris leur plein essor. Plusieurs bases d'ondelettes discrètes à support compact existent et sont généralement regroupées par familles : Haar [28], Daubechies, Coiflet, Symlet et Daubechies biorthogonales [25]. De même, les ondelettes continues proposées incluent l'ondelette de Morlet, l'ondelette gaussienne, etc. [27]. Deux types de transformations en ondelettes ont été proposés dans la littérature : la transformée en ondelettes continues (CWT) et la transformée en ondelettes discrètes (DWT).

2.7.3 la transformée en ondelettes continues

Une fonction ou un signal est décomposé en une somme pondérée de petites ondes translatées ou dilatées d'une même fonction, appelée "ondelette mère", qui ne diffèrent entre elles que par leur taille. La transformée en ondelettes continues d'un signal $X(t)$ est définie par :

$$CWT(t) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int_{-\infty}^{\infty} X(t)\psi^* \left(\frac{t-u}{s} \right) dt \quad (2.54)$$

Les coefficients d'ondelettes de la CWT sont calculés par le produit de convolution entre le signal et l'ondelette. Celle-ci est étirée ou comprimée dans chaque échelle en fonction de la valeur de s . Le paramètre de localisation u varie de façon continue pour balayer le signal. La transformée en ondelettes continues est une transformée redondante par le fait que l'ondelette parcourt tout le signal à toutes les échelles.

La CWT est donc une corrélation entre une ondelette à différentes échelles et le signal avec l'échelle (ou la fréquence) étant employée comme mesure de similarité.

2.7.4 Transformée en ondelettes continu inverse

Comme pour l'analyse de Fourier, on peut reconstruire la fonction d'origine à partir de sa transformée ; $X(t)$ est alors obtenu par :

$$X(t) = \frac{1}{C_\psi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_X^\psi \frac{1}{s^2} \psi \left(\frac{t-u}{s} \right) dudt \quad (2.55)$$

Où C_ψ^2 est la constante d'admissibilité, obtenu par la transformée de Fourier de ψ notée par : $\psi_f(\omega)$

$$C_\psi = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\psi_f(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega}, 0 < C_\psi < +\infty \quad (2.56)$$

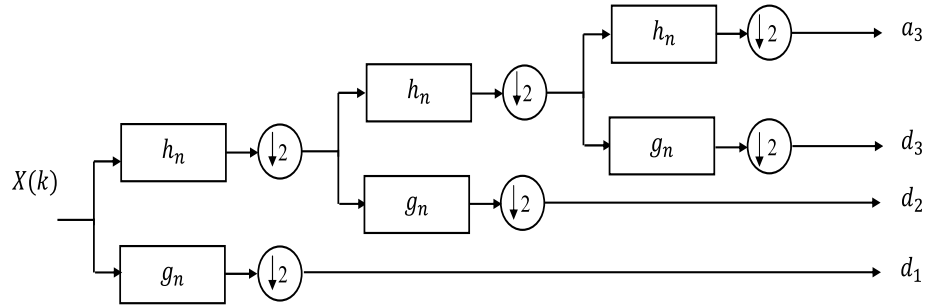


FIGURE 2.11 – Décomposition multi-échelle par bancs de filtre

2.7.5 la transformée en ondelettes discrètes

La transformée en ondelettes discrètes (DWT) est conçue en discrétisant les paramètres d'échelle s et de localisation u , les valeurs de s sont pris sur une échelle géométrique et les paramètres de translation u sont proportionnels à s .

L'ondelette s'écrit alors :

$$\Psi_{k,j}(t) = 2^{\frac{j}{2}} \Psi(2^j t - k) \quad (2.57)$$

Les bases d'ondelettes sont orthogonales et définies dans le cadre de la théorie de la multi-résolution [29],[27]. Les bases octaves et dyadique sont généralement utilisées

Une dilatation s et translation u dite dyadique si $s = 2^j$ et $u = 2^{jk}$, $(j, k) \in \mathbb{Z}$ $s = 2^j$ et $u = 2^{jk}$, $(j, k) \in \mathbb{Z}$ et octave si $s = 2^j$ et $u = 2^j k$, $(j, k) \in \mathbb{Z}$. Cependant on peut ne pas se restreindre à ces valeurs. Ces choix de s et de u permettent aux ondelettes d'être orthonormales. Une façon efficace d'implémenter ce schéma en utilisant les bancs de filtres a été développée par [27] dans sa théorie de l'analyse multirésolution (Fig2.11).

Celle-ci montre que n'importe quel signal peut être décomposé en le projetant sur des fonctions échelon et des fonctions d'ondelette. L'algorithme récursif pour la décomposition en ondelette est aussi connu sous le nom d'algorithme pyramide ou bien transformée en ondelette rapide. $\Psi_{jk}(t)$ est la version translatée et dilatée de $\Psi(t)$ repose sur les filtres miroirs en quadratures Les filtres h_n et g_n sont liés respectivement à la fonction d'échelle et à l'ondelette. Les coefficients $a_j(k)$ représentent l'approximation et $d_j(k)$ les coefficients de détails. Ils sont définis pour chaque échelle j comme suit :

$$a_j(k) = \sum_{i=0}^l h[i] a_{j-1}[2k-1] \quad (2.58)$$

$$d_j(k) = \sum_{i=0}^l g[i] a_{j-1}[2k-1] \quad (2.59)$$

Tels que $a_0 = x$ est le signal d'origine ; $j \in \{1, 2, \dots, J\}$, l est l'ordre du filtre, h est le filtre de la fonction d'échelle et g celui de l'ondelette, $k \in \{1, 2, \dots, 2^{J-j}\}$

L'utilisation des ondelettes comme un outil de traitement du signal pour la surveillance des systèmes a occupé une place de plus en plus importante dans la littérature, spécialement pour la surveillance des machines-outils (palier, boîte à vitesse, fraiseuse, etc.)

2.7.6 ACP multi-échelle(multiscale PCA)

Bakshi a proposé une approche de surveillance à multi-échelle. (Bakshi, 1998). Cette approche se base sur la surveillance des signaux reconstitués suite au filtrage des coefficients d'ondelettes. Elle implique de combiner l'ACP et les ondelettes. De plus, cette approche permet de détecter les défauts dans chaque échelle afin de reconstruire les données en préservant uniquement les échelles pertinentes (où la détection a eu lieu). Pour obtenir le modèle linéaire MSPCA, il est nécessaire de suivre les étapes suivantes :

1. Pour une matrice de données en fonctionnement normal. Pour chaque variable dans la matrice des données, calculer la décomposition en ondelette et obtenir les coefficients d'ondelette.
2. Pour chaque échelle, mettre ensemble les coefficients d'ondelette de toutes les variables, appliquer l'ACP linéaire pour avoir le modèle ACP linéaire de référence, fixer les seuils pour les statistiques de contrôles, répéter cette procédure pour chaque échelle.
3. Définir les scénarios de reconstruction en se basant sur le nombre de niveau de décomposition. Pour chaque scénario de reconstruction, assigner l'échelle significative sélectionnée avec le coefficient d'ondelette de référence correspondant et les échelles non significatives avec zéro. Reconstruire le signal à partir des coefficients seuillés, sélectionnés pour chaque variable. Mettre le signal reconstruit de toutes les variables ensemble et appliquer l'ACP linéaire pour avoir le modèle ACP linéaire de référence. Répéter la même procédure pour tous les autres scénarios de reconstruction. Les nouvelles données sont décomposées et projetées sur le modèle correspondant à chaque échelle.

2.7.7 Effet de non linéarité

L'analyse en composantes principales est une technique de transformation linéaire des données multivariées vers une dimension inférieure avec minimum de pertes d'informations, et est appliquée dans beaucoup de disciplines, avec succès, chimique, biologie, génie, météorologie, surveillance, etc., mais, comme elle est une opération de projection linéaire, seules les dépendances linéaires ou quasi linéaires entre les variables peuvent être relevées, donc l'utilisation de l'ACP linéaires sur des données présentent des comportements non linéaires peut parfois être inadéquate et incapable de trouver la représentation compacte décrivant ces données.

2.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le principe de l'analyse en composantes principales (ACP). L'ACP est une méthode d'analyse statistique multivariée ; les composantes

principales sont définies comme une transformation linéaire des variables originales qui sont corrélées entre elles. Son application dans le domaine du diagnostic, précisément les phases de modélisation et de génération des résidus, a été bien détaillée. Ainsi, l'ACP est utilisée comme une technique de modélisation des relations entre les différentes variables du processus.

L'évaluation des paramètres du modèle ACP se fait en estimant les valeurs et vecteurs propres de la matrice de corrélation des données. Pour identifier la structure du modèle, il est nécessaire de définir le nombre de composantes à conserver dans celui-ci (nombre de vecteurs propres) en ce qui concerne l'ACP linéaire. Pour cette raison, différents critères de choix du nombre de composants ont été exposés.

Cependant, appliquer l'analyse en composantes principales linéaires sur des processus réels peut s'avérer inadapté en raison de la non-linéarité de nombreux de ces processus. À l'opposé, l'analyse en composantes principales non linéaires permet d'aborder les interactions tant linéaires que non linéaires entre les variables. Dans le chapitre suivant, nous allons décrire comment l'analyse en composantes principales peut être adaptée au cas non linéaire, en présentant plusieurs solutions.

ACP Non linéaire (ACPNL)

Sommaire

3.1	Introduction	38
3.2	Analyse en Composantes Principales non Linéaires (ACPNL) :	40
3.2.1	Généralisation de l'ACP par les courbes principales	40
3.2.2	Algorithme de calcul des courbes principales (Verbeek)	42
3.2.3	Exemple de simulation	43
3.3	Approches neuronales de l'ACPNL	43
3.3.1	ACPNL par réseau à cinq couches	46
3.3.2	Modèle ACP non linéaire basé sur les réseaux de neurones par optimisation des entrées	52
3.3.3	Algorithme IT-Net	55
3.3.4	Modèle ACPNL à base des réseaux de neurones à fonctions à base radiale (RBF) :	56
3.3.5	Modèle ACPNL proposé :	64
3.3.6	ACP à noyaux (Kernel PCA ou KPCA en anglais)	65
3.3.7	Inconvénient de l'ACP à noyaux	68
3.4	Conclusion	68

3.1 Introduction

Depuis le succès exceptionnel prouvé par la technique ACP, de nombreuses extensions pour traiter les problèmes non linéaires ont été proposées [7], [8], [9], [10], [11]. La première est basée sur la théorie des courbes principales [7] et [12], une courbe principale est une trajectoire non linéaire lisse minimisant la distance entre tous les points de données et leurs projections sur cette courbe. L'inconvénient majeur des courbes principales est qu'elles ne donnent pas un modèle paramétrique et ne peuvent être utilisées pour le diagnostic. De plus elles ne permettent de calculer que des composantes non linéaires unidimensionnelles.

Outre les courbes principales, Kramer [8] propose une analyse en composantes principales non linéaires (ACPNL) basée sur la théorie des réseaux de neurones artificiels, la méthode est appelée réseau de neurones auto-associatif à cinq couches dont les paramètres du réseau (poids) sont calculés par apprentissage en minimisant l'erreur quadratique entre les entrées et les sorties du réseau. Vue la complexité d'un tel réseau (problème lié au temps de calcul et à la convergence), Tan et Mavrouniotis [9] ont proposé une ACPNL obtenue en utilisant un réseau de neurones à trois couches, dont l'apprentissage est effectué en minimisant à la fois les poids et les entrées du réseau. Cependant, pour un tel réseau, l'apprentissage demande beaucoup de temps de calcul en plus des problèmes d'initialisation et de convergence. Pour cette raison, Webb [13] propose une approche pour l'analyse en composantes principales en utilisant deux réseaux de fonctions de bases radiales (RBF) à trois couches en cascade en maximisant la variance des sorties du premier réseau. Cette maximisation permet de calculer les composantes principales non linéaires. Ainsi, l'apprentissage du second réseau se ramène à un problème de régression.

Harkat et al [11], présentent un modèle ACPNL combinant l'algorithme des courbes principales et deux réseaux RBF à trois couches en cascade. Ainsi, le problème d'apprentissage se ramène à un problème de régression linéaire par rapport aux poids de la couche de sortie.

Dans le but d'unifier le problème d'apprentissage, nous proposons un modèle ACPNL en utilisant deux types de réseaux de neurones en cascade, le premier réseau est basé sur l'algorithme proposé par [9] utilisé pour calculer à la fois, les composantes principales recherchées, et le modèle d'estimation la projection inverse (de composantes principales vers l'estimation des données originelles), quant au deuxième réseau, un réseau RBF à trois couches est utilisé pour le sous-modèle de projection (Espace de mesures vers composantes principales), dont les composantes principales calculées par le premier réseau sont utilisées comme les entrées de ce réseau, ainsi, le problème d'apprentissage se ramène à un problème de régression linéaire par rapport aux poids de la couche de sortie.

Une Autre variante de la méthode d'analyse en composantes principales basée sur les fonctions noyaux (Kernel PCA), a été développée [15]. Cet extension consiste à projeter les données dans un espace d'hypothèse de dimension très grande (Espace de Hilbert à noyau reproduisant (RKHS))[15] et d'identifier le modèle ACP linéaire dans cet espace.

L'identification du modèle ACP à noyaux est équivalente à un problème de diagonalisation d'une matrice, appelée matrice **Gram**, de dimension égale à la taille de l'ensemble des données. Vue de sa dimension, la diagonalisation de la matrice **Gram** entraîne une grande difficulté. Ainsi afin d'avoir un résultat interprétable, il s'avère nécessaire, après avoir appliqué l'ACP dans l'espace transformé, de revenir à l'espace initial dans lequel les données ont un sens. Or, ce retour s'avère complexe, à cause du recours à l'utilisation de noyaux afin d'effectuer la transformation vers cet espace.

3.2 Analyse en Composantes Principales non Linéaires (ACPNL) :

L'ACP non linéaires (ACPNL) est une extension de l'ACP linéaire, dont l'objectif est d'extraire à la fois les relations linéaires et non linéaires au lieu de chercher à identifier les relations linéaires entre les variables (ACP linéaire).

Cette extension est effectuée par une projection des données du processus sur des courbes ou des surfaces (Fig.3.2) au lieu des droites ou des plans (Fig.3.1)

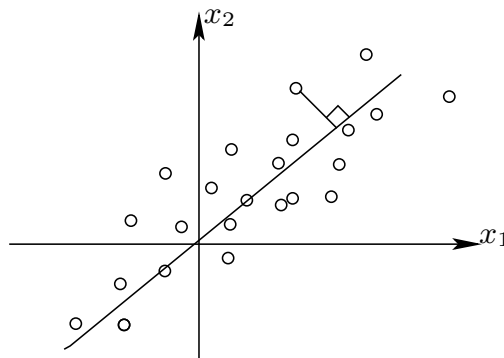


FIGURE 3.1 – Composante principale linéaire.

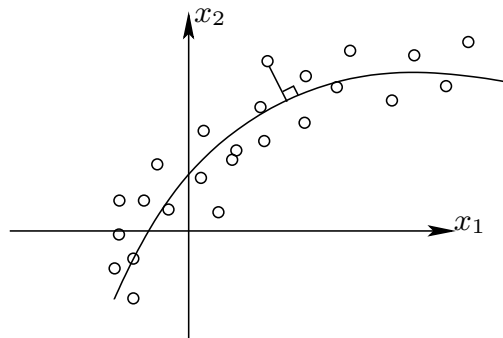


FIGURE 3.2 – Composante principale non linéaire.

3.2.1 Généralisation de l'ACP par les courbes principales

Une courbe principales est une généralisation de la première composante linéaire, elle est définies à la première fois par Hastie et Suetzle [7] comme des courbes auto-consistantes

lisses unidimensionnelle $1 - D$ qui passent au milieu d'une distribution de probabilité de dimension $m - D$ ou d'un nuage de point, sa forme est déterminée par la structure des données originales, et donne un résumé unidimensionnel non linéaire des données. Mathématiquement, on considère un vecteur aléatoire $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_m)$ avec une distribution de probabilité connue $h(x)$, donc la courbe $\mathcal{F} = (\mathcal{F}_1(t), \dots, \mathcal{F}_m(t)) \in \mathfrak{R}^m$ en fonction du paramètre $t \in \mathfrak{R}$ est la courbe principale de $h(x)$ pour un vecteur $\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^m$, le $t_{\mathcal{F}}(\mathbf{x})$ qui en fonction du paramètre t pour lequel la distance entre \mathbf{x} et $\mathcal{F}(t)$ est minimisée. par cette définition, $\mathcal{F}(t)$ appelée un courbe principale de $h(x)$ si :

$$\mathcal{F}(t) = \varepsilon(\mathbf{x} | t_{\mathcal{F}}(\mathbf{x}) = t) \quad (3.1)$$

avec $t_{\mathcal{F}}$ est défini comme un indice de projection de \mathfrak{R}^m \mathfrak{R}

$$t_{\mathcal{F}} = \sup_t \left\{ t : \|\mathbf{x} - \mathcal{F}(t)\| = \inf_{\tau} \|\mathbf{x} - \mathcal{F}(\tau)\| \right\} \quad (3.2)$$

Une courbe principale est définie comme une courbe auto-consistante, où la propriété d'auto-consistance peut s'interpréter par le fait que chaque point de la courbe \mathcal{F} est la moyenne de tous les points qui sont projetés sur elle (Fig.3.3). Ainsi, les courbes principales sont des courbes lisses auto-consistantes qui passent au milieu du nuage de point de dimension m et donne un résumé unidimensionnel non linéaire des données [7].

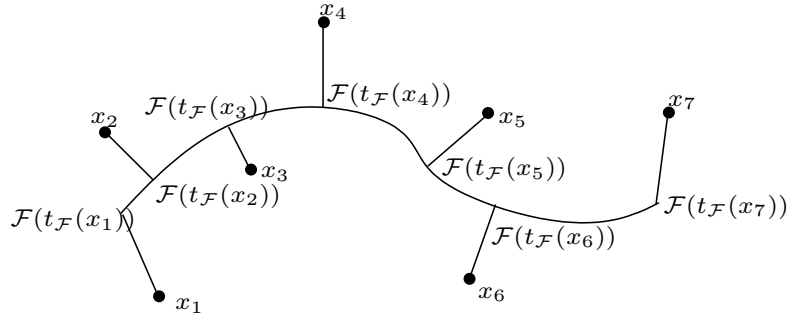


FIGURE 3.3 – Projection des points sur la courbe principale.

Généralement la courbe est paramétrée par sa longueur d'arc \mathfrak{S} , c'est-à-dire que chaque point sur la courbe peut être décrit par sa distance le long de la courbe à partir de l'origine. La calcul de la longueur d'arc de la courbe \mathcal{F} entre t_0 et t_1 est donnée par :

$$\mathfrak{S}(\mathcal{F}, t_0, t_1) = \int_{t_0}^{t_1} \sqrt{\sum_{j=1}^m \left(\frac{\partial \mathcal{F}_j}{\partial t} \right)_{t=z}^2} dz \quad (3.3)$$

Comme la définition de la courbe n'est pas unique, il y a différentes fonctions \mathcal{F} qui définissent la même courbe, mais avec une paramétrisation différente. Ainsi, une propriété additionnelle pour l'unicité de la fonction est donnée par :

$$\sum_{j=1}^m \left(\frac{\partial \mathcal{F}_j}{\partial t} \right)^2 = 1 \quad (3.4)$$

Dans la suite nous allons présenter un algorithme pour le calcul des courbes principales développé par Verbeek [12].

3.2.2 Algorithme de calcul des courbes principales (Verbeek)

Cet approche est basée sur l'algorithme des **k-lines**, dont à chaque centre du nuage de points, on cherche à tracer une droite ou plus exactement un segment de droite pour approximer la courbe \mathcal{F} . Dans son approche, Verbeek utilise des modèles locaux unidimensionnels représentant ainsi des segments de droite et le raccordement entre les segments adjacents est effectué par des arêtes entre les sommets de ces derniers. Dans l'algorithme des **k-lines**, la droite s_i est définie comme $s_i = s_i(t) | t \in Re$, avec $s_i(t) = c_i + p_i t$. la distance entre un point x_i et la droite est donnée par :

$$d(x_i, s_i) = \inf_{t \in \mathbb{R}} \|s_i(t) - x\| \quad (3.5)$$

Si on considère, X l'ensemble des échantillons avec N mesures et m variables, des régions R_1, \dots, R_r sont définies par :

$$R_i = \left\{ x \in X \mid i = \arg \min_j d(X, S_j) \right\} \quad (3.6)$$

Dans l'algorithme k-lines, l'objectif est de trouver r droites s_1, \dots, s_r qui minimisent :

$$\sum_{i=1}^r \sum_{x \in R_i} d(x, s_i)^2 \quad (3.7)$$

Ainsi, pour déterminer les droites qui sont des optima locaux de (3.7), Verbeek [12] propose d'exploiter l'algorithme des k-lignes.

Commencer avec des centres et des directions aléatoires des k droites, et répéter les deux étapes suivantes jusqu'à convergence :

1. déterminer les régions R_i
2. déterminer la droite pour chaque région R_i comme étant la première composantes principale de la matrice de corrélation des données $\in R_i$.

Puisque on cherche à construire une courbe polygonale, il ne faut pas chercher des droites mais des segments de droite. Ainsi, on doit remplacer l'étape 2 de l'algorithme. Au lieu d'utiliser première composante principale, on doit utiliser un segment de cette dernière. Ainsi, on utilise plus petit segment de la première composantes telle que les projections des points de la région correspondante sur cette composante soient incluses dans le segment.

Cependant, il reste à résoudre le problème de liaison entre les différents segments de droite obtenus pour obtenir une courbe polygonale. Pour cela, Vereek définit un graphe totalement connecté $G = (R, E)$, où l'ensemble de sommets est constitué de $2k$ points

des k -segments. Ainsi, deux sommets adjacents sont connecté par une arête minimisant la distance euclidienne entre ces sommets tout en minimisant la distance entre la courbe obtenue et l'ensemble des points [12].

3.2.3 Exemple de simulation

On considère un exemple de simulation non linéaire de trois dimensions piloté par une seule variable u qui est inaccessible et l'information est disponible par les mesures de x_1 , x_2 et x_3 satisfaisant :

$$\begin{cases} x_1 = u^2 + 0.3 \sin 2\pi u + \epsilon_1 \\ x_2 = u + \epsilon_2 \\ x_3 = u^3 + 1 + \epsilon_3 \end{cases}$$

avec u est une variable qui est définie dans $[-1, 1]$, et les variables ϵ_i sont des bruits blancs gaussiens, uniformément distribués dans $[-0.1, 0.1]$. Les figures (Fig3.4), (Fig3.5), (Fig3.6) et (Fig3.7) présentent, respectivement, les courbes obtenues en utilisant 5, 6, 7 et 8 segments de droite. La figure (Fig3.8) présente l'évolution de la première composante principale obtenue en utilisant huit segments. La figure (Fig3.9) présente la courbe représentant les relations non linéaires entre les trois variables x_1 , x_2 , et x_3 ainsi que l'estimation de cette courbe en utilisant l'algorithme des courbes principales développé par Verbeek [12] avec huit segments de droite.

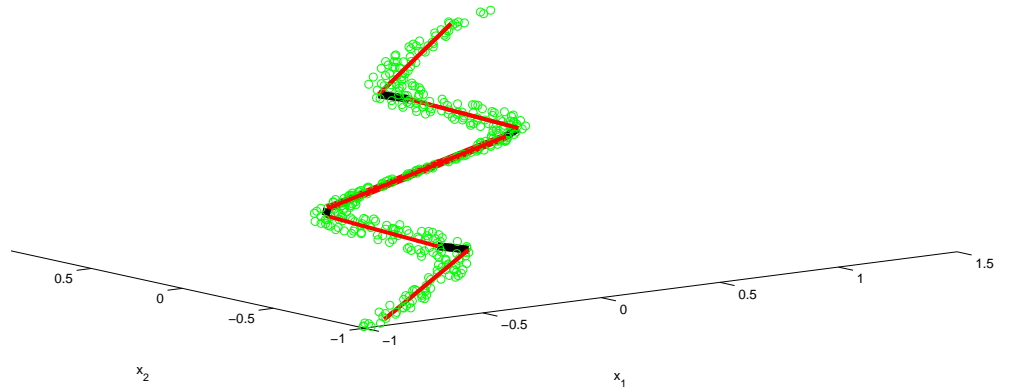


FIGURE 3.4 – Utilisation de cinq segments de droite.

3.3 Approches neuronales de l'ACP NL

L'analyse en composantes non linéaires (ACP NL) à base de réseaux de neurones, a connu ces dernières années un intérêt considérable et a été largement utilisée dans des domaines différents [30],[10]. Dans cette partie, nous allons présenter les différents modèles ACP NL basés sur les réseaux de neurones.

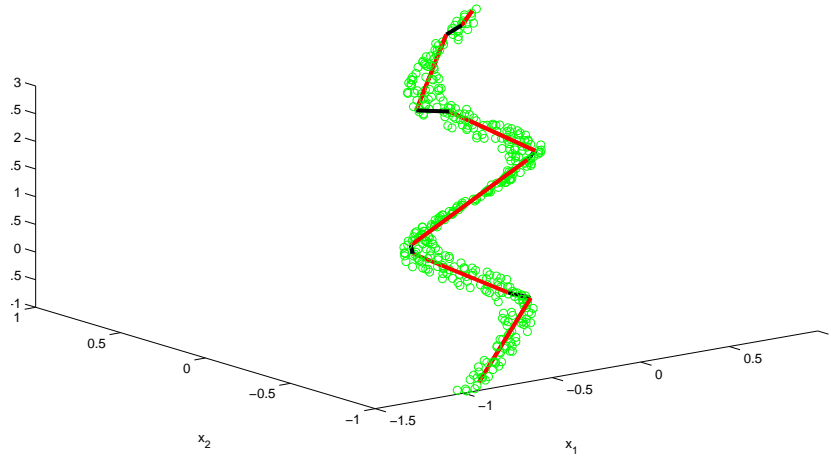


FIGURE 3.5 – Algorithm de Verbeek avec six segments de droite.

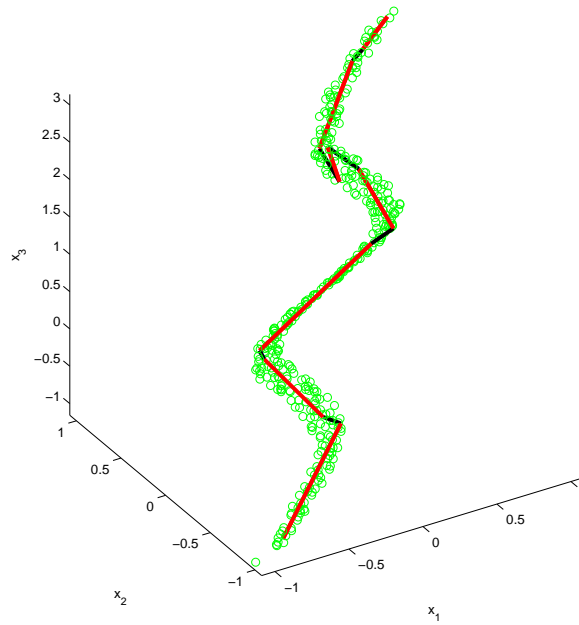


FIGURE 3.6 – Algorithm de Verbeek avec sept segments de droite.

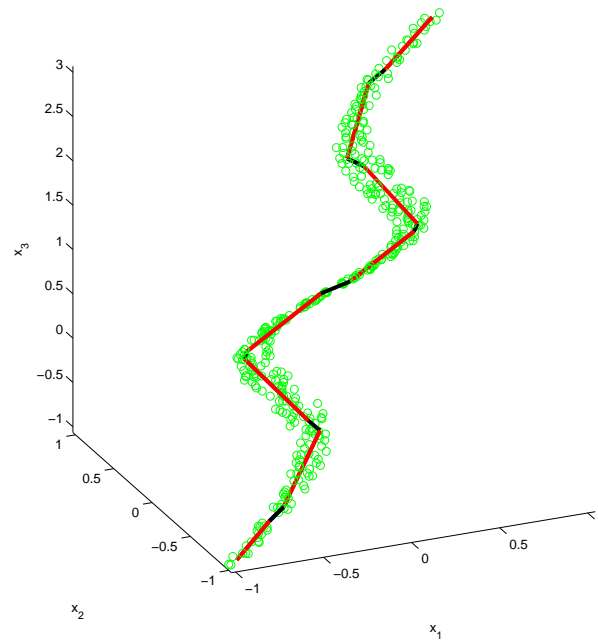


FIGURE 3.7 – Algorithm de Verbeek avec huit segments de droite.

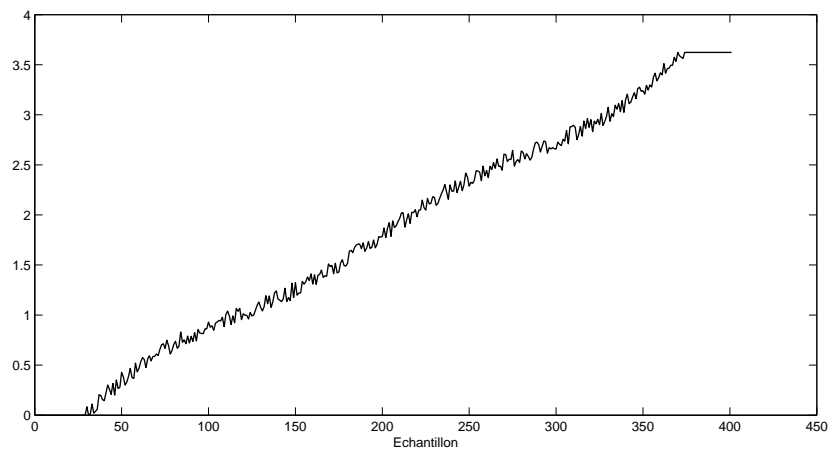


FIGURE 3.8 – Courbe principale par algorithme de Verbeek .

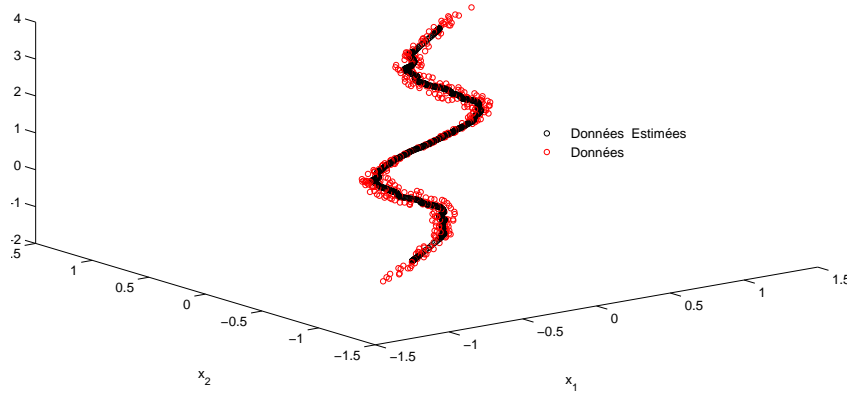


FIGURE 3.9 – Variables et Estimations en utilisant l’algorithme de Verbeek.

3.3.1 ACPNL par réseau à cinq couches

L’ACP NL basé le réseau à cinq couches a eu un intérêt particulier, [30],[8]. Kramer [8] a proposé une ACPNL comme une extension de l’ACP linéaire. Pour simplifier la représentation du modèle ACPNL à cinq couches, on considère le cas d’une seule composante principale non-linéaire, ainsi, l’architecture d’un tel réseau est illustrée sur la figure (Fig.3.10).

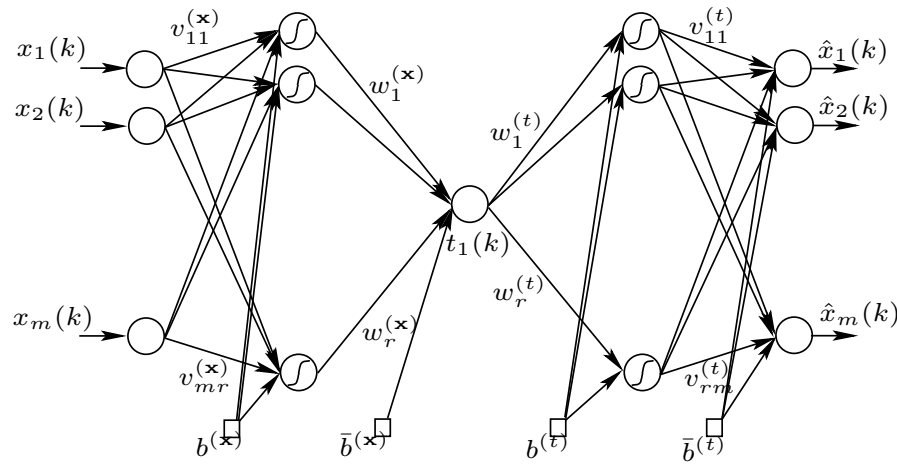


FIGURE 3.10 – Réseau à cinq couches pour l’extraction d’une seule composante principale non linéaire.

Pour effectuer l’ACP NL, le réseau de neurones (Fig.3.10) contient trois couches entre les variables d’entrées et de sorties. Une fonction de transfert \mathcal{G}_1 réalise une projection du vecteur x (vecteur d’entrée de dimension m), vers la première couche cachée (couche de codage), représentée par $h_j^{(x)} (j = 1, \dots, r)$:

$$h_j^{(x)} = \mathcal{G}_1 \left(\sum_{i=1}^m v_{ij}^{(x)} x_j + b_j^{(x)} \right) \quad (3.8)$$

un vecteur colonne de dimension r avec r représente le nombre de neurones dans la première couche cachée.

$V^{(x)}$ est la matrice des poids de dimension $(r \times m)$, $b^{(x)}$ un vecteur contenant les r paramètres de biais. La deuxième fonction de transfert \mathcal{G}_2 projette le vecteur $h_j^{(x)}$ de la première couche cachée vers la couche de milieu "bottleneck layer" contenant un seul neurone, qui représente la composante principale non linéaire t . La fonction de transfert \mathcal{G}_1 est généralement non linéaire (on utilise la fonction tangente hyperbolique ou la fonction sigmoïde), tandis que la fonction \mathcal{G}_2 représente la fonction identité ($\mathcal{G}_2(x) = x$: donc :

$$t = \sum_{j=1}^r w_j^{(x)} h_j^{(x)} + \bar{b}^{(x)} \quad (3.9)$$

Ensuite, la fonction de transfert non linéaire \mathcal{F}_1 , projette les données à partir de t vers la dernière couche cachée (couche de décodage) $h_j^{(t)}$ et ($j = 1, \dots, r$) et r représente le nombre de neurones dans la troisième couche cachée :

$$h_j^{(t)} = \mathcal{F}_1 \left(w_j^{(t)} t + b_j^{(t)} \right) \quad (3.10)$$

La dernière fonction de transfert \mathcal{F}_2 , est la fonction identité projette les données à partir de $h^{(t)}$ vers \hat{x} , un vecteur de sortie de dimension m qui a les éléments :

$$\hat{x}_i = \mathcal{F}_2 \left(\sum_{j=1}^r v_{ji}^{(t)} h_j^{(t)} + \bar{b}_i^{(t)} \right) \quad (3.11)$$

Enfin, le vecteur de sortie de dimension m est donné par :

$$\hat{x} = \mathcal{F}(t) = \mathcal{F}(\mathcal{G}(x)) \quad (3.12)$$

avec $\mathcal{F}(t)$ représente la fonction de transformation de x vers la composante principale t (mapping), et $\mathcal{G}(x)$ représente la transformation inverse de t vers \hat{x} (de-mapping).

La fonction de coût $J = \|x - \hat{x}\|^2$ est minimisée pour trouver les valeurs optimales de $V^{(x)}$, $b^{(x)}$, $w^{(x)}$, $\bar{b}^{(x)}$, $w^{(t)}$, $b^{(t)}$, $V^{(t)}$ et $\bar{b}^{(t)}$. L'erreur quadratique MSE (mean square error) entre la sortie du réseau \hat{x} et les données originelles x est donc minimisée.

Une fois la structure générale est définie, il reste à déterminer la structure précise du modèle neuronal (architecture du réseau). Pour cela, il faut déterminer le nombre de couches cachées nécessaire et le nombre de neurones dans chaque couche cachée.

Choix du nombre de couches cachées :

Une première contrainte des réseaux de neurones pour extraire des relations non linéaires réside dans l'incertitude concernant le nombre de couches introduit dans le réseau. En effet, le nombre de connexions d'un réseau dépend du nombre de couches cachées.

Ainsi, en ajoutant davantage de couches cachées, il est nécessaire d'augmenter le nombre d'exemples fournis au réseau pour établir correctement les paramètres de celui-ci. De manière intuitive, un nombre excessif de couches cachées peut mener à un apprentissage inefficace, en d'autres termes, à assimiler le bruit et à compromettre ainsi la capacité de généralisation du modèle [31], tout en présentant également des problèmes numériques durant l'apprentissage. Les travaux de Funahashi [32] et Cybenko [33] montrent que toute fonction continue peut être approximée par un réseau de neurones à trois couches utilisant une fonction d'activation sigmoïdale pour les neurones de la couche cachée et une fonction d'activation linéaire pour les neurones de la couche sortie. Si ces résultats nous indiquent qu'il existe toujours un réseau permettant d'approximer une fonction non-linéaire donnée, ils ne nous fournissent pas d'indications quant au nombre de neurones à introduire dans la couche cachées. De plus, il existe toujours le risque d'obtenir un minimum local. Les réseaux multicouches possédant une seule couche cachée sont plus utilisés. Ces réseaux sont constitués de trois couches : une couche d'entrée, une couche cachée et une couche de sortie.

Choix du nombre de neurones des couches cachées :

L'utilisation d'un trop grand nombre de paramètres dans le modèle peut conduire à un surapprentissage, ce qui cause une diminution des capacités de généralisation du réseau. Le total des paramètres est en relation directe avec le nombre de neurones présents dans la couche cachée.

En général, le nombre de neurones dans la couche cachée est choisi de manière empirique. Comme précédemment, il est nécessaire d'effectuer une approche par essai-erreur. En général, le nombre optimal de neurones est déterminé en effectuant une validation croisée sur un ensemble de données de validation. Néanmoins, il existe des techniques algorithmiques permettant d'approfondir progressivement la couche cachée ; [34] ; [35],[36]. Il est cependant nécessaire d'utiliser dans ce type d'algorithme une validation croisée afin de contrôler la croissance du réseau. Afin de déterminer la taille optimale du réseau, il est possible de suivre une autre approche. Cette dernière consiste à partir d'un réseau utilisant un grand nombre de neurones cachés, puis, d'éliminer progressivement les connexions inutiles. Pour cela, diverses méthodes ont été mises au point. Il faut noter ici que l'on ne s'intéresse pas au problème d'optimisation du réseau.

Apprentissage du réseau (Estimation des paramètres du modèle)

Une fois la structure du modèle définie, nous passons à la troisième étape qui est l'estimation des paramètres du modèle. Différentes méthodes d'estimation des paramètres pour les perceptrons multicouches en rappelant les méthodes les plus classiques. Les méthodes d'apprentissage, c'est-à-dire d'estimation des poids des connections d'un réseau de neurones sont très nombreuses. Les performances des algorithmes d'apprentissage sont sensibles à toute une gamme de facteurs, incluant le choix de la fonction d'erreur, l'initialisation de poids, la précision de l'arithmétique de calcul, les critères d'arrêt d'apprentissage, ainsi que le choix par l'utilisateur d'un certain nombre de paramètres spécifiques aux différentes méthodes. Un résumé est donné dans [37] et [38].

La plupart des algorithmes d'apprentissage des réseaux de neurones sont des algorithmes d'optimisation ; ils cherchent à minimiser, par des méthodes d'optimisation non linéaires, une **fonction de coût**. Cette optimisation se fait de manière itérative, en modifiant les poids en fonction du gradient de la fonction de coût (qui, dans le cas d'un apprentissage supervisé, constitue une mesure de l'écart entre les sorties réelles du réseau et ses sorties désirées). Les poids sont initialisés aléatoirement avant l'apprentissage, puis modifiés itérativement jusqu'à obtention d'un compromis satisfaisant entre la précision de l'approximation sur l'ensemble d'apprentissage et la précision de l'approximation sur l'ensemble de validation. On note $E(k)$ l'erreur quadratique obtenue à partir des erreurs obtenues sur les m neurones de sortie en présence de l'échantillon k :

$$E(k) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m (x_i(k) - x_i(\hat{k}))^2 \quad (3.13)$$

La minimisation de $E(k)$ par rapport aux poids $v_{ji}^{(t)}$ est donnée par :

$$\frac{\partial E(k)}{\partial v_{ji}^{(t)}} = \frac{\partial E(k)}{\partial \hat{x}_i(k)} \frac{\partial \hat{x}_i(k)}{\partial v_{ji}^{(t)}} \quad (3.14)$$

avec $\frac{\partial E(k)}{\partial \hat{x}_i(k)} = -(x_i(k) - \hat{x}_i(k))$ et $\frac{\partial \hat{x}_i(k)}{\partial v_{ji}^{(t)}} = h_j^{(t)}$.

Donc, le gradient de $E(k)$ sur la couche de sortie est calculé par la minimisation de $E(k)$ par rapport aux poids $v_{ji}^{(t)}$ et donné par :

$$\frac{\partial E(k)}{\partial v_{ji}^{(t)}} = -(x_i(k) - \hat{x}_i(k)) h_j^{(t)} \quad (3.15)$$

Ainsi, les modifications des poids sont données par :

$$\Delta v_{ji}^t = \eta (x_i(k) - \hat{x}_i(k)) h_j^{(t)} \quad (3.16)$$

De même pour les couches intermédiaires, commençons par calculer le gradient de $E(k)$ par rapport à $w_j^{(t)}$:

$$\frac{\partial E(k)}{\partial w_j^{(t)}} = \frac{\partial E(k)}{\partial \hat{x}_i(k)} \frac{\partial \hat{x}_i(k)}{\partial h_j^{(t)}} \frac{\partial h_j^{(t)}}{\partial w_j^{(t)}} \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial E(k)}{\partial w_j^{(t)}} = -\mathcal{F}'_1(w_j^{(t)} + b_j^t) t \sum_{i=1}^m (x_i(k) - x_i(\hat{k})) v_{ji}^t \quad (3.18)$$

Les modifications de $w_j^{(t)}$ sont données par :

$$\Delta w_j^t = \eta \mathcal{F}'_1(w_j^{(t)} + b_j^t) t \sum_{i=1}^m (x_i(k) - x_i(\hat{k})) v_{ji}^t \quad (3.19)$$

Les mêmes opérations de dérivation et de calcul des modifications seront appliquées pour les poids $w_j^{(x)}$ et $v_{ij}^{(x)}$, ce qui nous permet d'écrire :

$$\frac{\partial E(k)}{\partial w_j^{(x)}} = \frac{\partial E(k)}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial w_j^{(x)}} \quad (3.20)$$

avec $\frac{\partial t}{\partial w_j^{(x)}} = h_j^{(x)}$, et ainsi on obtient l'expression du gradient de $E(k)$ par rapport à $w_j^{(x)}$:

$$\frac{\partial E(k)}{\partial w_j^{(x)}} = -h_j^{(x)} \sum_{j=1}^r \mathcal{F}'_1(w_j^{(t)}t + b_j^t) w_j^{(t)} \sum_{i=1}^m (x_i(k) - \hat{x}_i(k)) v_{ji}^t \quad (3.21)$$

Finalement, le gradient de $E(k)$ par rapport aux poids $v_{ij}^{(x)}$ est donné par :

$$\frac{\partial E(k)}{\partial v_{ij}^{(x)}} = \frac{\partial E(k)}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial h_j^{(x)}} \frac{\partial h_j^{(x)}}{\partial v_{ij}^{(x)}} \quad (3.22)$$

$$\frac{\partial E(k)}{\partial v_{ij}^{(x)}} = -\mathcal{G}'_1 \left(\sum_{i=1}^m v_{ij}^{(x)} x_i + b_j^{(x)} \right) x_i \sum_{p=1}^r w_p^{(x)} \sum_{j=1}^r \mathcal{F}'_1(w_j^{(t)}t + b_j^t) w_j^{(t)} \sum_{i=1}^m (x_i(k) - \hat{x}_i(k)) v_{ji}^t \quad (3.23)$$

Ainsi, les gradients de $E(k)$ par rapport aux différents poids du réseau sont obtenus et la règle de modification de ces poids est donnée par $\Delta w = -\eta \frac{\partial E(k)}{\partial w}$ où η est le pas d'adaptation. Malthose [39] propose pour l'apprentissage du réseau de neurones à cinq couches pour produire ses entrées de minimiser la fonction de coût suivante :

$$\min_{\mathcal{F}, \mathcal{G}} \sum_{k=1}^N \left(\|x(k) - \mathcal{F}(\mathcal{G}(x(k)))\|^2 + \left(\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial \mathcal{F}(x(k))}{\partial t} \right)^2 - 1 \right) \right) \quad (3.24)$$

Le terme additif force le réseau à produire une courbe avec la propriété (3.4) .

L'approximation de la courbe de l'exemple traité précédemment avec un réseau à cinq couches, avec six neurones dans chaque couche cachée, est illustrée sur la figure (Fig. 3.11). Ainsi, on obtient une estimation permettant d'expliquer environ 97% des corrélations totales des variables.

Il faut noter que l'extraction des composantes principales peut se faire de deux manières : La première consiste à extraire les composantes séquentiellement en ayant qu'un seul neurone dans la couche du milieu "bottleneck layer" (ACPNL séquentielle) [40]. La seconde consiste à extraire les ℓ composantes désirées simultanément en insérant ℓ neurones dans la couche du milieu (ACPNL parallèle ou simultanée). L'ACPNL parallèle nécessite, avant l'apprentissage du réseau, la détermination du nombre de composantes non linéaires à retenir ℓ . Tandis que dans le cas de l'ACPNL séquentielle le réseau est entraîné initialement avec une seule composante principale non linéaire. Après estimation des données à partir de cette première composante non linéaire, on doit soustraire le résultat obtenu

de l'ensemble des données de départ et l'opération d'extraction d'une deuxième composante non linéaire est effectuée sur les résidus obtenus. Cette procédure peut être répétée jusqu'à ce que le nombre de composantes voulu soit atteint ou l'erreur d'estimation inférieure à un certain seuil choisi a priori.

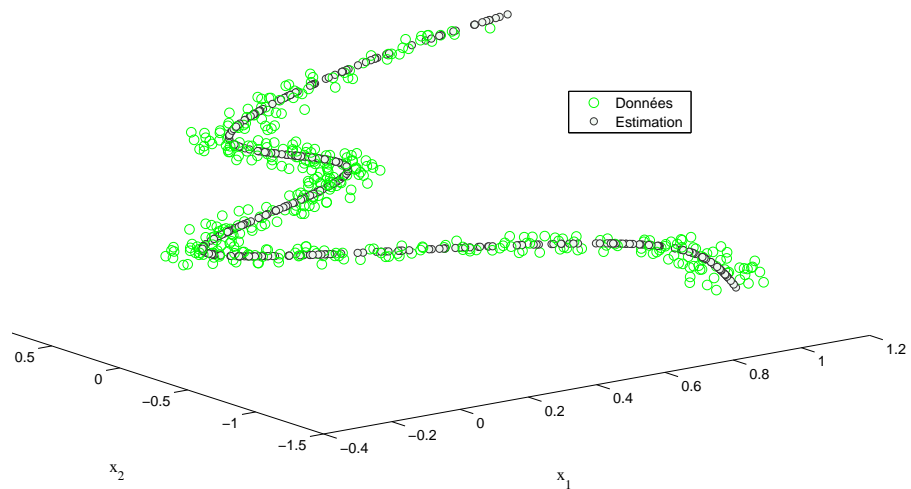


FIGURE 3.11 – Mesures et estimations avec la première composante non linéaire avec un réseau à cinq couches.

Algorithme séquentiel :

- Projeter les données X dans un espace de dimension 1 des composantes principales en utilisant une structure de réseau à cinq couches.
- Apprendre le réseau et estimer \hat{X} par projection inverse.
- Calculer l'erreur d'estimation $E = X - \hat{X}$.
- Répéter les étapes 1 et 2 en prenant la matrice E à la place de X jusqu'à ce qu'un pourcentage de la variance de X soit capturé.

Algorithme parallèle :

- Projeter les données X dans un espace des composantes principales de dimension ℓ en utilisant une structure de réseau à cinq couches.
- Apprendre le réseau et estimer les données \hat{X} par projection inverse.

Les deux algorithmes ont leurs avantages et inconvénients. L'avantage principal de l'algorithme parallèle est qu'il est plus rapide à apprendre en le comparant à l'algorithme séquentiel : pour ℓ composantes, un seul réseau de neurones est nécessaire dans le cas parallèle, alors qu'il faut ℓ réseaux dans le cas séquentiel. L'inconvénient de l'algorithme parallèle réside dans la première étape. Cette étape suppose que le nombre des composantes principales doit être connu a priori.

Inconvénients du modèle ACPNL à cinq couches :

Beaucoup d'applications de l'ACPNL à cinq couches ont été effectuées [41]. Tandis que, plus le nombre de paramètres à calculer, la convergence de l'apprentissage d'un tel

type de réseau posera des problèmes.

3.3.2 Modèle ACP non linéaire basé sur les réseaux de neurones par optimisation des entrées

Tan et Mavrouniotis [9] proposent une approche pour l'analyse en composantes principales non linéaires (ACP NL) basée sur le concept d'apprentissage des entrées (représentant les composantes principales recherchées) d'un réseau de neurones IT-net (Input Training Network). L'architecture d'un tel réseau est illustrée sur la figure (Fig3.12). C'est un réseau à trois couches dont une couche cachée. La couche de sortie est composée de m neurones correspondant à la dimension des données x . La couche d'entrée contient ℓ neurones correspondant au nombre de composantes principales non linéaires t . Au lieu d'entraîner un réseau auto-associatif à cinq couches, il est préférable d'entraîner seulement la partie qui est composée de trois couches (sous-réseau de décompression) (dédiée à la projection inverse). L'apprentissage un tel réseau est intéressant et peut être effectué par extension de l'algorithme de rétro-propagation, puisque la fonction d'erreur est bien définie. La différence entre l'apprentissage de ce réseau et un réseau multicouches ordinaire est que les entrées de ce réseau ne sont pas connues, car elles représentent les composantes principales recherchées. Donc, dans la phase d'apprentissage il faut ajuster non seulement les paramètres internes du réseau (poids et biais) mais également les valeurs des entrées par minimisation de l'erreur de sortie du réseau. Il faut noter que Tan [9] a montré que l'apprentissage de ce réseau avec des neurones linéaires et sans couche cachée est équivalent à la méthode de puissance [9] utilisée pour le calcul des vecteurs propres de la matrice de covariance des données. Il a montré également que l'apprentissage d'un réseau IT-Net avec une seule entrée et avec une seule couche cachée non linéaire est équivalent à l'approche des courbes principales de Hastie.

Apprentissage du réseau IT-Net :

Pour effectuer le modèle NLPCA basé sur le concept IT-Net, la structure présentée dans la figure (Fig.3.12), contient une seule couche cachée entre la couche d'entrée et sortie. On considère, $V \in \mathbb{R}^{r \times \ell}$, $b_1 \in \mathbb{R}^{r \times 1}$, $W \in \mathbb{R}^{m \times r}$, and $b_2 \in \mathbb{R}^{m \times 1}$, les poids de la couche d'entrée vers la couche cachée, le vecteur de biais de la couche d'entrée, les poids de la couche cachée vers la couche de sortie et le vecteur de biais de la couche de sortie, respectivement. Pour un tel réseau, la modélisation est effectuée par des fonctions d'activation linéaires dans les couches d'entrée et de sortie, et une fonction de transfert non linéaire dans la couche cachée qui est généralement de type sigmoïde, cette fonction est adaptée dans ce travail et peut être donnée par :

$$\sigma(t) = \frac{1}{1 + e^{-t}} \quad (3.25)$$

Une fonction de transfert σ réalise une projection de t (un vecteur colonne de dimension ℓ) vers la couche cachée, représenté par h (vecteur colonne de dimension r) a comme éléments :

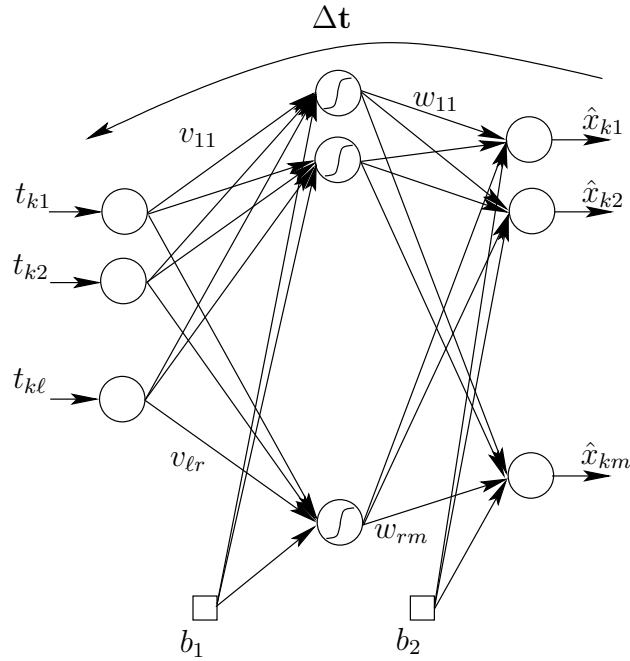


FIGURE 3.12 – réseau de neurones par optimisation des entrées.

$$h_j = \sigma \left(\sum_{i=1}^{\ell} v_{ij} t_i + b_{1j} \right) \quad (3.26)$$

avec t_i représentent les éléments du vecteur d'entrée t . Les sorties du réseau $\hat{\mathbf{x}}$ qui sont les estimations des données originelles \mathbf{x} , est un vecteur colonne de dimension m , représenté par les éléments :

$$\hat{x}_{\bar{k}} = \left(\sum_{j=1}^r w_{j\bar{k}} h_j + b_{2\bar{k}} \right) \quad (3.27)$$

Donc, la fonction qui donne la projection inverse (de-mapping) est donnée par :

$$\mathcal{F}(\mathbf{t}) = W^T (\sigma (V^T \mathbf{t} + b_1)) + b_2 \quad (3.28)$$

Si on considère \mathbf{x}_k un vecteur de données à l'instant k , la fonction de coût donnée par :

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \sum_{\bar{k}=1}^m (x_{k\bar{k}} - \hat{x}_{k\bar{k}})^2 \quad (3.29)$$

doit être minimisée pour trouver les valeurs optimales de V , b_1 , W , b_2 , et le vecteur d'entrée \mathbf{t} . Avec $\mathbf{e}_k = \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k$ est l'erreur d'estimation à la sortie du réseau.

Les algorithmes d'apprentissage du réseau IT-Net, c'est-à-dire l'estimation des poids des connexions d'un réseau de neurones et les entrées du réseau sont très nombreuses [42], [43]. Le choix d'un algorithme approprié pour des applications particulières dépend

de leurs performances (précision et vitesse de convergence). Dans ce travail, on propose d'utiliser l'algorithme du gradient descente rétro-propagation avec des coefficients : η coefficient d'apprentissage et les pas adaptatifs r_t , r_w , r_v , r_{b1} , et r_{b2} pour mettre à jour des paramètres et des entrées du réseau.

Les directions de descente pour optimiser les poids du réseau sont définies comme suit :

$$\frac{\partial J}{\partial w_{j\bar{k}}} = (x_{\bar{k}} - \hat{x}_{\bar{k}})h_j \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial J}{\partial v_{ij}} = \sum_{\bar{k}=1}^m (x_{\bar{k}} - \hat{x}_{\bar{k}})w_{j\bar{k}}dh_j t_i \quad (3.31)$$

La direction descente pour optimiser les entrées du réseau sont définies par :

$$\frac{\partial J}{\partial t_i} = \sum_{\bar{k}=1}^m (x_{\bar{k}} - \hat{x}_{\bar{k}}) \sum_{j=1}^r w_{j\bar{k}}dh_j v_{ij} \quad (3.32)$$

avec

$$dh_j = \sigma' \left(\sum_{i=1}^{\ell} v_{ij}t_i + b_{1j} \right) \quad (3.33)$$

Finalement, les entrées et les paramètres du réseau IT-Net peuvent être mis à jour suivant les équations :

$$\Delta t_i(n+1) = r_t \left[(1-\eta) \frac{\partial J}{\partial t_i(n)} \right] + \eta (\Delta t_i(n)) \quad (3.34)$$

$$\Delta w(n+1) = r_w \left[(1-\eta) \frac{\partial J}{\partial w(n)} \right] + \eta (\Delta w(n)) \quad (3.35)$$

$$\Delta v(n+1) = r_v \left[(1-\eta) \frac{\partial J}{\partial v(n)} \right] + \eta (\Delta v(n)) \quad (3.36)$$

$$\Delta b_1(n+1) = r_{b1} \left[(1-\eta) \frac{\partial J}{\partial b_1(n)} \right] + \eta (\Delta b_1(n)) \quad (3.37)$$

$$\Delta b_2(n+1) = r_{b2} \left[(1-\eta) \frac{\partial J}{\partial b_2(n)} \right] + \eta (\Delta b_2(n)) \quad (3.38)$$

avec

$$\Delta t_i(n+1) = t_i(n+1) - t_i(n) \quad (3.39)$$

$$\Delta w(n+1) = w(n+1) - w(n) \quad (3.40)$$

$$\Delta v(n+1) = v(n+1) - v(n) \quad (3.41)$$

$$\Delta b_1(n+1) = b_1(n+1) - b_1(n) \quad (3.42)$$

$$\Delta b_2(n+1) = b_2(n+1)b_2(n) \quad (3.43)$$

avec les pas d'apprentissage adaptatifs r_t , r_w , r_v , and r_{b_1} sont mis à jour comme proposés dans [43].

$$r_z(n) = 2^{\lambda_z} r_z(n-1) \quad (3.44)$$

$$\lambda_z(n) = \text{sign} \left[\frac{\partial J}{\partial z(n)} \frac{\partial J}{\partial z(n-1)} \right] \quad (3.45)$$

$$r_t(n) = 2^{\lambda_t} r_t(n-1) \quad (3.46)$$

$$\lambda_t(n) = \text{sign} \left[\frac{\partial J}{\partial t(n)} \frac{\partial J}{\partial t(n-1)} \right] \quad (3.47)$$

Avec r_z représente "les pas d'apprentissage adaptatifs" pour chaque paramètre du réseau z , $\frac{\partial J}{\partial t}$ et $\frac{\partial J}{\partial z}$ sont les "steepest descent direction" pour optimiser les entrées et les paramètres entre chaque couche, respectivement, et $\frac{\partial J}{\partial t_i(n-1)}$ et $\frac{\partial J}{\partial z(n-1)}$ sont leurs précédentes valeurs.

3.3.3 Algorithme IT-Net

L'algorithme du réseau IT-Net peut procéder les étapes suivantes :

1. **Initialisation** : Centrer et réduire chaque variable de la matrice de données X (chaque variable est ramenée à une moyenne nulle et à un écart type unitaire), initialisation de la matrice T , et les poids (W and V), bias (b_1 and b_2) avec des valeurs aléatoires dans le rang [0 1]
2. **Calcul** : Pour chaque entrée t_{ki} , ($i=1,2,\dots,\ell$) et ($k = 1, \dots, N$), on calcule la sortie du réseau $\hat{x}_{k\bar{k}}$, ($\bar{k} = 1, 2, \dots, m$) en utilisant (3.27) et on calcule l'erreur entre la sortie du réseau et x ,
3. **Mis à jour** les poids W , V , b_1 , b_2 et le vecteur d'entrée t en utilisant (3.30) à (3.47),
4. Pour une nouvelle entrée $t_{(k+1)i}$, $i = (1, 2, \dots, \ell)$, on répète les étapes 2 et 3 jusqu'à que toutes les entrées soit adaptées et on calcul l'erreur totale entre \hat{x} et x . Si le nombre d'itération soit atteint ou l'erreur d'estimation inférieure à un certain seuil choisi a priori et en même temps l'erreur d'estimation ne change plus, fin. Sinon on va passer l'étape suivante,
5. **Répétition** l'itération de l'étape 2 à l'étape 4. Si le nombre d'itération est atteint, on considère les entrées du réseau T comme les composantes principales non linéaires recherchées et le modèle du réseau de neurones avec des paramètres fixes.

Pour un nouvel apprentissage de cet algorithme l'erreur de validation est calculée par la racine de la moyenne des erreurs quadratiques (root-mean-squared error) donnée par :

$$E_{rms} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (\sum_{\bar{k}=1}^m (\hat{x}_{k\bar{k}} - x_{k\bar{k}}))}{Nm}} \quad (3.48)$$

Pour un nouvel ensemble de données (nouvelles observations), le calcul des composantes principales correspondantes, nécessite un nouveau apprentissage du réseau, l'itération peut être répétée de l'étape 1 à 5, avec des valeurs des paramètres (poids et biais) fixes, la nouvelle entrée peut être vue comme la nouvelle composantes principale.

L'approximation de la courbe de l'exemple précédent avec un réseau à IT-Net, avec six neurones dans la couche cachée, est illustrée sur la figure (Fig. 3.13). Ainsi, on obtient une estimation permettant d'expliquer environ 96% des corrélations totales des variables.

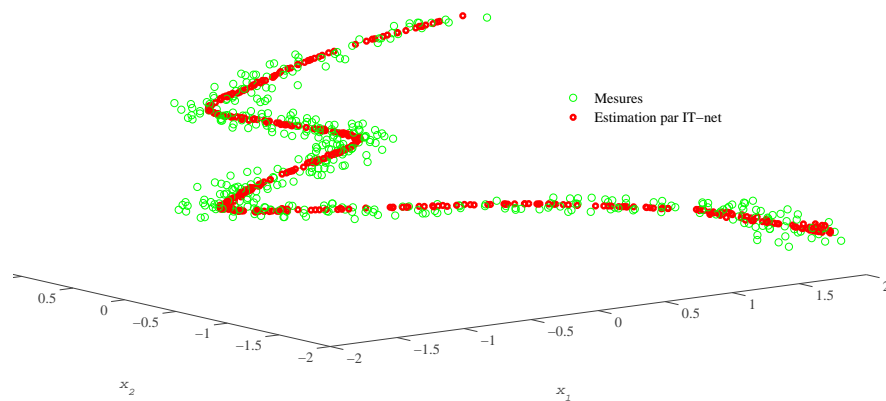


FIGURE 3.13 – Mesures et estimation avec la première composante non linéaire avec un réseau IT-Net.

Inconvénients du réseau IT-Net :

L'apprentissage d'un réseau IT-Net permet de déterminer la fonction de projection entre les composantes principales non linéaires et les données du processus. Toutefois, le modèle permettant de calculer, les composantes principales non linéaires correspondantes à partir des nouvelles observations, n'est pas défini. Pour résoudre ce problème, Tan et Mavrovouniotis [9] proposent un algorithme d'optimisation en ligne des entrées du réseau IT-Net pour le calcul des composantes principales non linéaires pour les nouvelles observations. La limitation de cette approche est qu'une procédure d'optimisation non linéaire est nécessaire pour la recherche des composantes principales non linéaires permettant de donner une meilleure approximation des nouvelles observations.

3.3.4 Modèle ACPNL à base des réseaux de neurones à fonctions à base radiale (RBF) :

[13],[44]

Un grand avantage des réseaux RBF, par rapport aux autres types de réseaux multicouches, est que de bonnes performances sont obtenues par un apprentissage qui est

généralement beaucoup plus rapide que l'apprentissage des autres modèles connexionnistes pour des problèmes de régression. Il existe plusieurs méthodes dont le principe est d'approximer un comportement désiré par une collection de fonctions, appelées fonctions noyau (kernel functions). La méthode RBF a comme particularité que ces fonctions-noyau sont locales, c'est-à-dire qu'elles ne donnent des réponses utiles que pour un domaine de valeurs restreint. Ce domaine est défini autour d'un point, le centre (ou noyau). En général, chaque fonction-noyau est décrite par deux paramètres : la position de son centre et la taille du domaine. Pour approximer un comportement donné, les fonctions-noyau sont assemblées pour couvrir de leurs domaines l'ensemble des données d'entrée. Ces fonctions sont ensuite pondérées et leurs valeurs sont sommées pour produire une valeur de sortie. Une fonction RBF c'est une classe de fonctions spéciales. Leur réponse croit ou décroît de façon monotone par rapport à la distance d'un point central. Le centre, la distance, et la forme de la fonction à base radiale sont les paramètres du modèle qui est linéaire si ils sont fixent. Une fonction à base radiale typique est de la forme :

$$\phi(x) = e^{\left(\frac{\|x-c\|^2}{2r^2}\right)} \quad (3.49)$$

Ses paramètres sont le centre c le rayon r . Une fonction à base radiale Gaussienne décroît quand la distance par rapport au centre augmente. A l'opposé, une fonction à base radiale multiquadratique croit la distance par rapport au centre augmente. Elle a la forme suivante :

$$\phi(\mathbf{x}) = \left(\frac{\sqrt{\|r^2 + \mathbf{x} - c\|^2}}{2r^2}\right) \quad (3.50)$$

Les RBF gaussiennes sont les plus utilisées car elles sont plus plausibles biologiquement et elles ont une réponse finie ce qui est plus pratique.

Pour définir le modèle ACPNL à base de réseau RBF, considérons les deux réseaux RBF données par les deux figures (Fig.3.14)et (Fig.3.15). Le premier réseau définit la projection non linéaire pour le calcul les composantes principales non linéaires t à partir des données x . Ainsi, la sortie t du réseau peut s'écrire sous la forme :

$$t = \mathcal{G}(x) \quad (3.51)$$

$$t = \sum_{i=1}^r w_i \phi_i(\mathbf{x}) = \mathbf{w}^T \Phi(\mathbf{x}) \quad (3.52)$$

où $\mathbf{w} \in \mathfrak{R}^m$ est le vecteur des poids de la couche de sortie du premier réseau, $\Phi \in \mathfrak{R}^m$ est le vecteur des variables transformées et r représente le nombre de transformations ou le nombre de neurones dans la couche cachée. Le second réseau définit la transformation inverse permettant de calculer l'estimation \hat{x} partir de t . Ainsi, on a :

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathcal{F}(t) \quad (3.53)$$

$$\hat{x} = \sum_{j=1}^r v_j \psi_j(t) + v_0 = \mathbf{V}^T \Psi(t) + v_0 \quad (3.54)$$

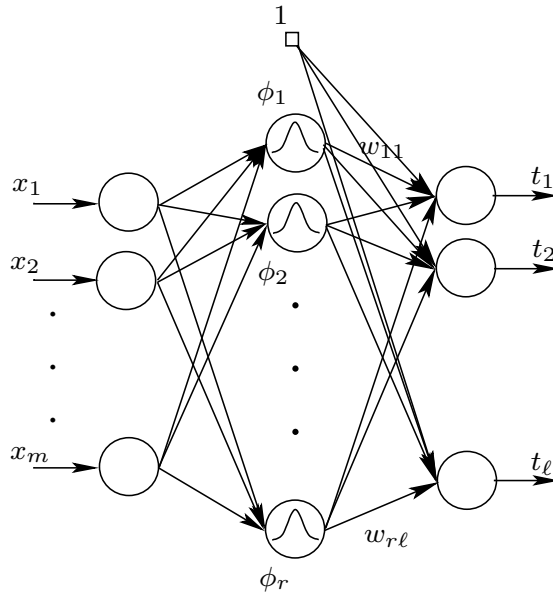


FIGURE 3.14 – Réseau RBF pour la compression des données (projection) $\mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^\ell$.

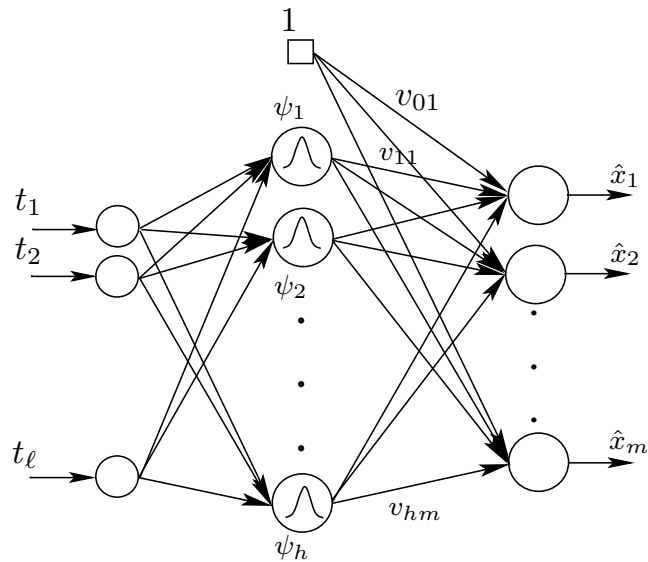


FIGURE 3.15 – Réseau RBF pour la décompression des données (projection inverse) $\mathbb{R}^\ell \rightarrow \mathbb{R}^m$.

où ψ_j représente les fonctions noyau du deuxième réseau, et $\mathbf{V}^T = [v_1 \dots v_r] \in \mathfrak{R}^{m \times r}$ est la matrice des poids. v_0 est un terme de biais et r représente le nombre de noyaux. Dans la suite, nous allons considérer deux cas d'apprentissage du réseau RBF pour le calcul du modèle ACPNL en utilisant deux sous-réseaux RBF à trois couches. Les deux sous-réseaux sont représenté sur les figures (Fig.3.14)et (Fig.3.15).

Puisque les composantes principales non-linéaires t , représentant a la fois les sorties du premier réseau (Fig.3.14) et les entrées du second réseau (Fig.3.15), ne sont pas connues. Pour résoudre ce problème, deux solutions ont été proposées [13],[44] :

1. Webb [13] propose de calculer les composantes principales à partir du premier réseau en maximisant la variance de sortie de ce dernier.
2. Harkat et al [44] proposent d'utiliser l'algorithme de Verbeek [12] pour le calcul des composantes principales non linéaires, une fois les composantes connues l'apprentissage des deux réseaux se ramène à un problème de régression linéaire par rapport aux poids.

Réseau RBF avec maximisation de la variance de t

Considérons le réseau à fonctions de base radiale illustré par la figure (Fig.3.14). Pour simplifier en présentera le cas d'une seule composante principale. Il faut noter ici que l'on cherche à trouver les poids $w_i, (i = 1, \dots, r)$ Ainsi, d'après l'expression (3.52), la variance de t donnée par :

$$Var(t) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (t(k) - \bar{t})(t(k) - \bar{t})^T = \mathbf{w}^T \mathbf{A} \mathbf{w} \quad (3.55)$$

où \bar{t} désigne la moyenne de t sur l'ensemble d'apprentissage et \mathbf{A} est la matrice de covariance des variables $\phi(\mathbf{x})$ qui est donnée par :

$$\mathbf{A} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N ((\Phi_k - \bar{\Phi})(\Phi_k - \bar{\Phi})^T) \quad (3.56)$$

où $\Phi_k = [\phi_1(x(k)), \dots, \phi_r(x(k))]^T$, et $\bar{\Phi}$ est est la moyenne de Φ Si on suppose que les fonctions ϕ_i sont identifiées (centres et dispersions optimisées), l'objectif est de chercher \mathbf{w} qui maximise la quantité (3.55) Imposons la contrainte de normalisation sur w [13] :

$$\mathbf{w}^T \mathbf{B} \mathbf{w} = 1 \quad (3.57)$$

où \mathbf{B} est une matrice symétrique. Cette contrainte impose que l'amplitude quadratique moyenne du gradient de t soit égale à 1. Donc, on cherche à maximiser la quantité $Var(t)$ (3.55) sous la contrainte égalité (3.57) qui peut être résolu au moyen de la méthode des multiplicateurs de Lagrange. Sous cette dernière forme, le problème d'optimisation sous contrainte égalité maximisant la variance de t est formalisé par la fonction de Lagrange :

$$\mathcal{L} = \mathbf{w}^T \mathbf{A} \mathbf{w} - \lambda \mathbf{w}^T \mathbf{B} \mathbf{w} \quad (3.58)$$

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \mathbf{w}} = 2\mathbf{A} \mathbf{w} - 2\lambda \mathbf{B} \mathbf{w} \quad (3.59)$$

Ce qui revient à résoudre l'équation de vecteurs propres généralisés suivante :

$$\mathbf{A}\mathbf{w} = \lambda\mathbf{B}\mathbf{w} \quad (3.60)$$

Pour le calcul de la transformation inverse qui permettra d'estimer \hat{x} à partir de la composante principale t donnée par le premier réseau RBF à trois couches, le deuxième réseau RBF (Fig.3.15) est utilisé pour définir cette transformation inverse et qui est donnée par l'équation (3.54). Pour simplifier on présentera le cas d'une seule composantes principale. Pour ce deuxième réseau, en supposant pour le moment que les centres et les dispersions des fonctions radiales sont optimisées, le problème de détermination des poids de la couche de sortie se ramène à un problème de regression linéaire. Ainsi, pour le détermination des poids on doit minimiser l'erreur quadratique moyenne :

$$\mathbf{E} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \|\mathbf{x}(k) - \mathcal{F}(t(k))\|^2 \quad (3.61)$$

En posant $V_0 = [v_0 \ V]$, $\psi_0 \equiv 1$; la matrice $\Psi_0 = [1 \ \Psi]$ de dimension $(N \times (r + 1))$, avec la k^{eme} colonne de Ψ^T est $\psi(t(k))$, et $\psi \in \mathfrak{R}^{1 \times r}$, on peut écrire :

$$\mathbf{E} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \|\mathbf{x}(k) - \mathbf{V}_0^T \Psi_0(t)\|^2 \quad (3.62)$$

La solution de \mathbf{V}_0 qui minimise ((3.62)) est donnée par :

$$V_0 = (\Psi_0^T \Psi_0)^{-1} \Psi_0^T X \quad (3.63)$$

$X^T = [\mathbf{x}(1), \dots, \mathbf{x}(N)]$. On peut constater que l'apprentissage de ces deux réseaux reste une tâche compliqué car on a besoin de \hat{x} qui est donnée par le deuxième réseau. Ainsi, les deux réseaux ne sont pas totalement indépendants la procédure d'apprentissage doit mettre à jour les centres, les dispersions et les poids des deux réseaux.

Approche combinant les courbes principales et les réseaux RBF

Cette approche cherche à simplifier le problème d'extraction des composantes principales non linéaires en utilisant deux réseaux RBF à trois couches en cascade dont les poids sont optimisés par un apprentissage supervisé. Ainsi, le problème est transformé en un problème de régression. La sortie du réseau est alors une combinaison linéaire des variables transformées $\phi(x)$ et $\psi(t)$. Il faut noter que l'utilisation de l'algorithme des courbes principales de Verbeek [12] est plus adaptée à l'initialisation d'un réseau RBF car on a des centres et des dispersions définissant les fonctions noyau.

Considérons le réseau RBF illustré dans la figure (Fig.3.16). L'objectif de ce réseau est de définir la transformation $\mathcal{G} : \mathfrak{R}^m \rightarrow \mathfrak{R}^\ell$ permettant d'estimer le vecteur $\mathbf{t} \in \mathfrak{R}^\ell$, dont ses éléments sont les composantes principales t_j qui sont données par l'équation :

$$t_j = \sum_{i=1}^r w_{ij} \phi_i(\mathbf{x}) \quad (3.64)$$

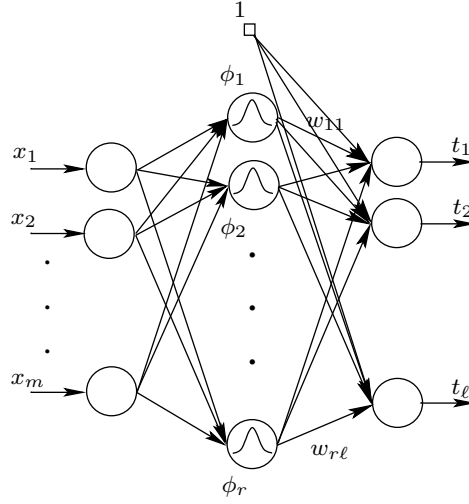


FIGURE 3.16 – Réseau RBF pour la compression des données (projection) $\mathfrak{R}^m \rightarrow \mathfrak{R}^\ell$.

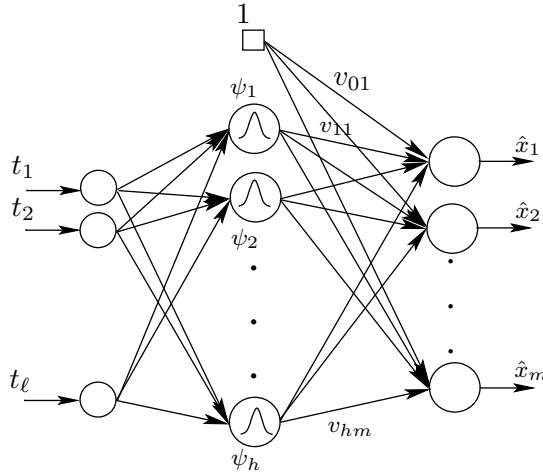


FIGURE 3.17 – Réseau RBF pour la décompression des données (projection inverse) $\mathfrak{R}^\ell \rightarrow \mathfrak{R}^m$.

où $\{\phi_i, i = 1, \dots, r\}$ est une fonction non linéaire de $\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^m$ et $\{w_{ij}, i = 0, \dots, r \text{ et } j = 1, \dots, \ell\}$ représente l'ensemble des éléments de la matrice W des poids de la couche de sortie à déterminer. Les fonctions radiale de base ϕ_i gaussiennes sont définies comme :

$$\phi_i(\mathbf{x}) = e^{-\left(\frac{\|\mathbf{x}-c_i\|^2}{2\sigma_i^2}\right)} \quad (3.65)$$

où c_i et σ_i représentent, respectivement, les centres et les dispersions de ces fonctions. Si on considère N observations \mathbf{x} . Pour déterminer les centres, les dispersions et les poids du

premier réseau RBF, l'erreur quadratique doit être minimisée :

$$E = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (\mathbf{t}_k - \mathcal{G}(\mathbf{x}(k)))^2 \quad (3.66)$$

Pour la détermination des règles d'adaptation des deux vecteurs de paramètres (centres et dispersions), on doit calculer le gradient de (3.66) par rapport aux centres c_i et aux dispersions σ_i . Ainsi nous obtenons :

$$\frac{\delta E}{\delta c_i} = \sum_{k=1}^N (\mathcal{G}(\mathbf{x}(k)) - \mathbf{t}(k)) \frac{\delta \mathcal{G}(\mathbf{x}(k))}{\delta c_i} \quad (3.67)$$

$$\frac{\delta E}{\delta \sigma_i} = \sum_{k=1}^N (\mathcal{G}(\mathbf{x}(k)) - \mathbf{t}(k)) \frac{\delta \mathcal{G}(\mathbf{x}(k))}{\delta \sigma_i} \quad (3.68)$$

Ces deux dérivées sont utilisées pour la minimisation de (3.66) par la méthode du gradient et les poids w_{ij} sont solution des moindres carrés minimisant (3.66) :

$$w = (\Phi \Phi^T)^{-1} \Phi T^T \quad (3.69)$$

tel que la k^{eme} colonne de Φ est $\phi_k \in \mathfrak{R}^r$ représente le nombre de neurones de la couche de sortie à l'instant k , et la k^{eme} colonne de la matrice des composantes principales T est $\mathbf{t}_k \in \mathfrak{R}^\ell$ qui représente le vecteur de sortie à l'instant k , et $w^T = (w_1, \dots, w_r)$ avec r est le nombre des fonctions RBF et $w_i \in \mathfrak{R}^\ell$, et $(i = 1, \dots, r)$.

Donc, à l'instant k , la fonction de projection est donnée par :

$$\mathcal{G}(\mathbf{x}_k) = W^T \phi_k(\mathbf{x}_k) \quad (3.70)$$

avec

$$\phi_k(\mathbf{x}_k) = e^{\left(\frac{\|\mathbf{x}_k - c_i\|^2}{2\sigma_i^2} \right)} \quad (3.71)$$

avec $c_i \in \mathfrak{R}^m$ et $\|\cdot\|$ est la norme euclidienne.

Dans ce travail, on a adopté l'algorithme C-Moyenne Floue (C Fuzzy-means) pour calculer les centres des fonctions RBF, et la dispersion σ_i est déterminée comme la distance entre c_i et la valeur de $c_h (i \neq h, h = \{1, \dots, r\})$ la plus proche. Donc, dans ce cas, on calcule seulement, les valeurs de w_{ij} par (3.70)

Algorithme C Fuzzy-means (FCM) :

Le FCM est un algorithme de classification non-supervisée floue développé par Dunn [45] et amélioré par [46] en 1981. Issu de l'algorithme des C-moyennes (C-means), il introduit la notion d'ensemble flou dans la définition des classes : chaque point dans l'ensemble des données appartient à chaque cluster avec un certain degré, et tous les clusters sont caractérisés par leur centre de gravité. Comme tout algorithmes de classification non supervisée, il utilise un critère de minimisation des distances intra-classe et de maximisation des distances inter-classe, mais en donnant un certain degré d'appartenance à chaque classe. Cet algorithme nécessite la connaissance préalable du nombre de clusters et génère

les classes par un processus itératif en minimisant une fonction objective. Les principales étapes de l'algorithme Fuzzy C-means sont :

1. La fixation arbitraire d'une matrice d'appartenance,
2. Le calcul des centroïdes des classes,
3. Le réajustement de la matrice d'appartenance suivant la position des centroïdes.
4. 4. Calcul du critère de minimisation et retour à l'étape 2 s'il y a non convergence de critère.

L'apprentissage du deuxième réseau est identique au premier en ayant la composante \mathbf{t} comme entrée et les variables originelles x comme sorties. Si on considère, la figure (Fig.3.17), on définit la fonction de la projection inverse $\mathcal{F}(\cdot) : \mathfrak{R}^\ell \rightarrow \mathfrak{R}^m$ en fonction d'un vecteur colonne $\mathbf{t} \in \mathfrak{R}^\ell$. Les composantes (éléments) du vecteur de sorties $\hat{\mathbf{x}}$ sont calculées comme une somme linéairement pondéré de neurones de la couche de sortie :

$$\hat{x}_i = \sum_{j=1}^h v_{ji} \psi_j(t) + v_{0i} \quad (3.72)$$

ψ_j les fonctions à base radiale, $V^T = (v_0, v_1, \dots, v_h)$ sont les poids, avec h est le nombre de fonctions RBF et $v_j \in \mathfrak{R}^m$, ($j = 1, \dots, h$), et $v_0 \in \mathfrak{R}^m$ a comme éléments $v_{0i} = 1$.

Les fonctions ψ_j sont considérées comme gaussiennes, leurs paramètres : (centres et dispersions), et les paramètres du réseau (poids) sont déterminés de la même manière que le premier réseau.

En fait, à un instant k , la fonction représentant la projection inverse est donnée :

$$\mathcal{F}(\mathbf{t}_k) = V^T \psi_k(\mathbf{t}_k) \quad (3.73)$$

avec $\psi_k \in \mathfrak{R}^{h+1}$ représente le vecteur des sorties de la couche cachée à l'instant k , avec que son premier élément est 1. Le modèle ACPNL calculé par cette approche nécessite de trois étapes :

1. On cherche les composantes principales en appliquant l'algorithme des courbes principales [12] d'une matrice de données X , Dans un premier temps, T_1 est notée comme la première composante principale, donc : $X = \mathcal{F}_1(T_1) + E_1$, avec E_1 est la matrice des résidus, pour la deuxième composante principale, on fait la même chose avec la matrice E_1 et ainsi de suite pour une autre composante [40].
2. Une fois, les composantes principales sont calculées, on fait l'apprentissage du premier réseau RBF qui projette le vecteur de donnée \mathbf{x} vers le vecteur des composantes principales \mathbf{t} (obtenues par l'algorithme des courbes principales)
3. on fait l'apprentissage du deuxième réseau RBF qui projette le vecteur des composantes principales \mathbf{t} vers le vecteur de donnée \mathbf{x} .

Pour optimiser la structure des deux réseaux RBF (nombre de neurones, centres, poids), un algorithme récursif rapide (fast recursive algorithm) peut être utilisé [47].

Ces étapes permettent d'obtenir un modèle ACPNL dont la solution des poids est donnée par une estimation des moindres carrés pour les deux réseaux. Ainsi, le temps de calcul est considérablement réduit par rapport aux approches utilisant les réseaux de

neurones multicouches. Cependant, l'utilisation de l'algorithme des courbes principales augmente le nombre des étapes pour calculer de ce modèle. Dans le but d'unifier le problème d'apprentissage, nous proposons un modèle ACPNL en utilisant deux types de réseaux de neurones en cascade, le premier réseau est basé sur l'algorithme proposé par [9] utilisé pour calculer à la fois, les composantes principales recherchées, et le modèle d'estimation la projection inverse (de composantes principales vers l'estimation des données originelles), quant au deuxième réseau, un réseau RBF à trois couches est utilisé pour le sous-modèle de projection (Espace de mesures vers composantes principales), dont les composantes principales calculées par le premier réseau sont utilisées comme les entrées de ce réseau, ainsi, le problème d'apprentissage se ramène a un problème de régression linéaire par rapport aux poids de la couche de sortie pour les deux réseaux.

3.3.5 Modèle ACPNL proposé :

Pour prendre les avantages des réseaux de neurones à fonction à base radiale (RBF) et le réseau par optimisation des entrées (IT-Net), un nouvel modèle ACPNL combinant ces deux types de réseaux [14] est proposé pour la détection, la localisation et la reconstruction de défauts.

Les deux réseaux sont utilisés en cascade, le premier réseau (RBF) est utilisé pour calculer la fonction de projection directe \mathcal{G} (mapping) et le deuxième réseau calcule la fonction de la projection inverse \mathcal{F} (demapping), respectivement.

Le modèle ACPNL proposé suit les étapes suivantes :

1. Trouver les composantes principales non linéaires T par l'apprentissage du IT-Net, à la convergence, la fonction de projection inverse \mathcal{F} est aussi obtenue,
2. Faire l'apprentissage du deuxième réseau RBF qui projette le vecteur de données vers les composantes principales (obtenues par IT-Net)

Pour une nouvelle observation, nous calculons les composantes principales non linéaire par(3.64), et après, nous calculons le vecteur de mesure estimé par (3.27)

Exemple de simulation :

On considère un exemple de simulation non linéaire de trois dimensions piloté par une seule variable u qui est inaccessible et l'information est disponible par les mesures de x_1 , x_2 et x_3 satisfaisant :

$$\begin{cases} x_1 = u^2 + 0.3 \sin 2\pi u + \epsilon_1 \\ x_2 = u + \epsilon_2 \\ x_3 = u^3 + 1 + \epsilon_3 \end{cases}$$

avec u est une variable qui est définie dans $[-1, 1]$, et les variables ϵ_i sont des bruits blancs gaussiens, uniformément distribués dans $[-0.1, 0.1]$. La détermination des centres des fonctions RBF est obtenue par l'algorithme de classification C moyennes-Floue (C Fuzzy-means). Pour obtenir un nombre optimal de neurones dans la couche cachée, une série de topologies est utilisée, dans laquelle le nombre de neurones a été varié de 1 à 11 pour le réseau IT-Net et de 1 à 17 pour le réseau RBF. La figure (Fig.3.19) illustre la relation entre l'erreur du réseau et le nombre de neurones dans la couche cachée. On

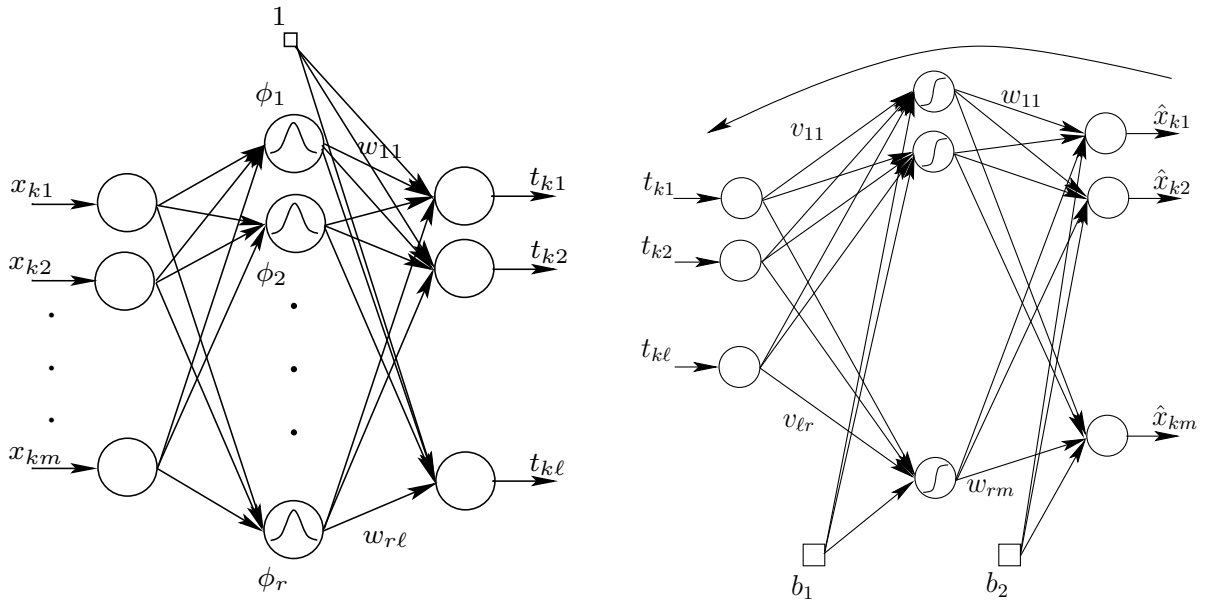


FIGURE 3.18 – Le modèle ACPNL proposé.

considère que la moyenne des erreurs quadratiques MSE mesure les performances des deux réseaux. On peut voir que la performance est stabilisée après l'introduction d'un nombre de neurones égale à 7 pour le réseau IT-Net et 8 pour le réseau RBF (Fig. 3.19). La figure (Fig.3.20) présente l'évolution l'erreur de la variance non reconstruite en fonction du nombre de composantes principales non linéaires (VNR) [48].

Dans cette exemple, une seule composante principale non linéaire est retenue dans le modèle ACPNL qui capture 97% de la variance de données. L'estimation des mesures en utilisant le modèle ACPNL proposé est représentée sur la figure (Fig.3.21). La figure (Fig.3.22) indique l'évolution de la première composante principale obtenue par trois modèle ACPNL différents : Le modèle proposé avec la structure (1-7-3 pour le réseau IT-Net, et 3-8-1 pour le réseau RBF), Algorithme de Verbeek [12] et Réseau de neurones à cinq couches [41].

3.3.6 ACP à noyaux (Kernel PCA ou KPCA en anglais)

L'ACP à noyaux a été proposé par Schölkopf [15]. Elle constitue une généralisation au cas non linéaire de l'ACP linéaire. Cette méthode exploite la théorie des noyaux reproduisants. L'idée principale consiste à transformer (à projeter) les données par le concours d'une application non linéaire, dans un espace de dimension élevée où l'ACP classique est appliquée,

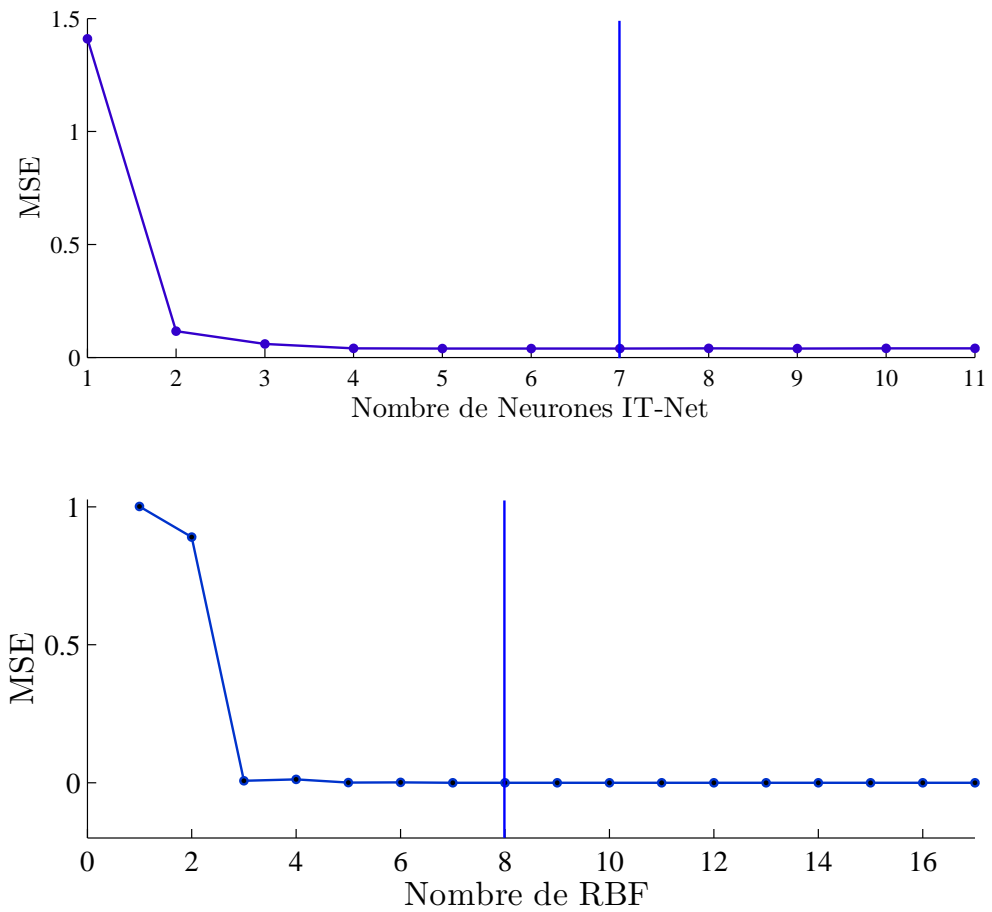


FIGURE 3.19 – Effet du nombre de neurones dans la couche cachée sur les performances du RBF et IT-Net

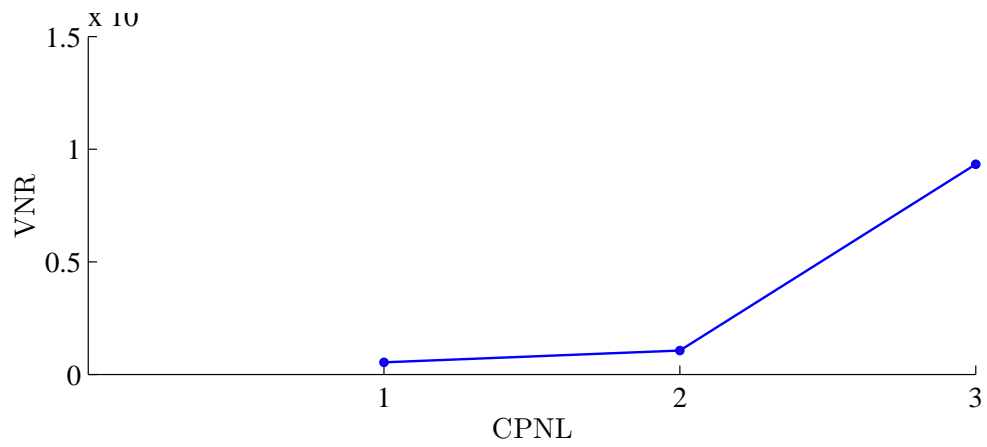


FIGURE 3.20 – Effet du nombre de composantes principales non linéaires sur la variance non reconstruite.

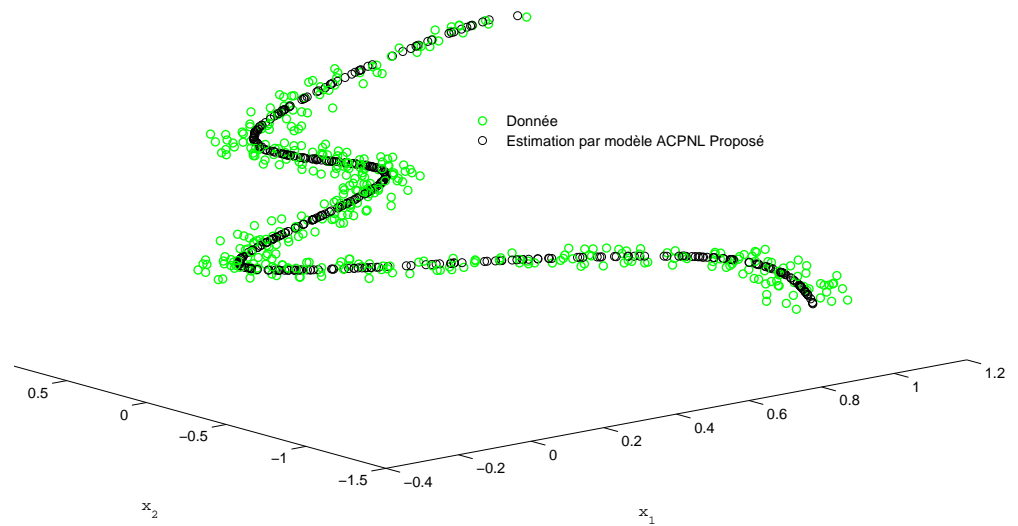


FIGURE 3.21 – Données et Données estimées par le modèle ACPNL (RBF et IT-Net)

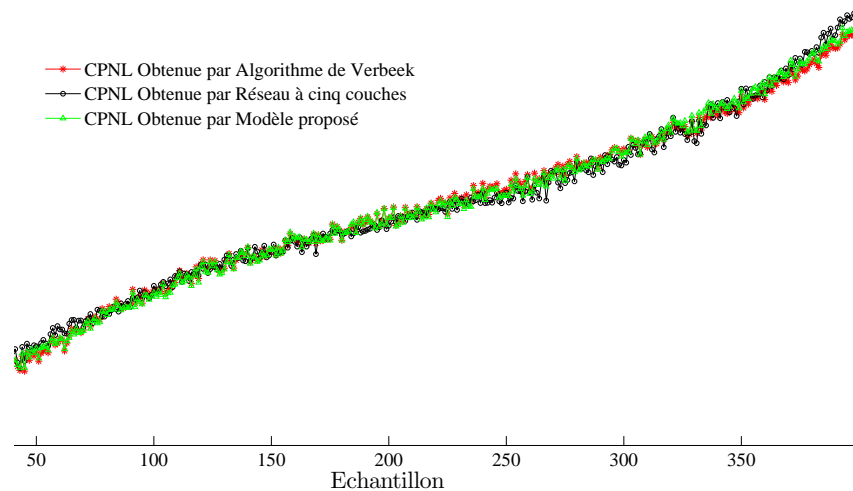


FIGURE 3.22 – Evolution de la première composante non linéaire.

3.3.7 Inconvénient de l'ACP à noyaux

En revanche, à cause de la transformation non linéaire utilisée (qui n'est pas explicite) $\in \mathbb{R}^N$ l'estimation de l'amplitude de défauts ne peut être effectuée dans l'espace transformé. Ainsi la plupart des études menées jusqu'à aujourd'hui ne portent que sur la détection des défauts [49]. Afin d'avoir un résultat interprétable, il s'avère nécessaire, après avoir appliqué l'ACP dans l'espace transformé, de revenir à l'espace initial dans lequel les données ont un sens. Or, ce retour s'avère complexe, à cause du recours à l'utilisation de noyaux afin d'effectuer la transformation vers cet espace. L'opération inverse permettant le retour à l'espace d'entrée est appelé problème de la pré-image. Sa résolution est nécessaire pour effectuer la reconstruction des variables. Cependant, c'est un problème mal posé, qui peut éventuellement ne pas avoir de solution ou dont la solution n'est pas unique. Sa résolution s'appuie sur une optimisation non linéaire dont il est nécessaire d'étudier les propriétés de convergence ; celles-ci conditionnent en effet les propriétés d'isolabilité et estimabilité des défauts.

3.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté le principe de l'analyse en composantes principales non linéaire. Ainsi, plusieurs approches utilisées pour le calcul du modèle ACPNL sont présentées. Dans un premier temps, nous avons présenté le principe de l'approche des courbes principales. Cette approche est une généralisation non paramétrique de l'analyse en composantes principales dans le cas non linéaire. L'algorithme de Verbeek pour calculer les courbes principales est détaillé

Plusieurs approches basées sur les réseaux de neurones sont présentées en utilisant différentes structures des réseaux de neurones. Parmi lesquelles, le modèle ACPNL à base de

réseau à cinq couches, vue de la taille de ce réseau, le nombre de paramètres à optimiser est considérable et donc l'apprentissage est plus difficile. Pour simplifier l'apprentissage, d'autres alternatives ont été exposées. Ainsi, on trouve le réseau à trois couches (IT network) dont la procédure d'optimisation cherche à optimiser les entrées de ce réseau (représentant les composantes principales) en plus de l'optimisation des paramètres du réseau (poids et biais). Une autre solution de ce problème consiste à combiner les courbes principales et les réseaux de neurones à trois couches. Ainsi, le modèle ACPNL est obtenu par apprentissage supervisé de deux réseaux de neurones à trois couches. Cependant, comme l'apprentissage de ces réseaux pose souvent énormément de problèmes de convergence et d'initialisation.

Les réseaux RBF semblent être plus intéressants à utiliser. Ainsi, deux modèles ACPNL à base des réseaux à fonctions à base radiale sont présentés, le premier est basé sur l'utilisation de deux réseaux de fonctions de bases radiales (RBF) à trois couches en cascade en maximisant la variance des sorties du premier réseau. Cette maximisation permet de calculer les composantes principales non linéaires. Ainsi, l'apprentissage du second réseau se ramène à un problème de régression. La deuxième solution propose de combiner l'algorithme des courbes principales et deux réseaux RBF à trois couches en cascade. Ainsi, le problème d'apprentissage se ramène à un problème de régression linéaire par rapport aux poids de la couche de sortie. Dans le but d'unifier le problème d'apprentissage, nous avons proposé une méthode pour calculer le modèle ACPNL en utilisant deux types de réseaux de neurones en cascade, le premier réseau est basé sur l'algorithme proposé par [9] utilisé pour calculer à la fois, les composantes principales recherchées, et le modèle d'estimation la projection inverse (de composantes principales vers l'estimation des données originelles), quant au deuxième réseau, un réseau RBF à trois couches est utilisé pour le sous-modèle de projection (Espace de mesures vers composantes principales), dont les composantes principales calculées par le premier réseau sont utilisées comme les entrées de ce réseau, ainsi, le problème d'apprentissage se ramène à un problème de régression linéaire par rapport aux poids de la couche de sortie. Ce qui permet d'obtenir un modèle ACPNL dont la solution des poids est donnée par une estimation des moindres carrés pour le premier réseaux. Ainsi, le temps de calcul est considérablement réduit par rapport aux approches utilisant les réseaux de neurones. Avec un exemple de simulation, les résultats obtenus sont très satisfaisants.

Détection et localisation de défauts par ACP

Sommaire

4.1 Introduction :	71
4.2 Détection de défauts par ACP :	72
4.2.1 Statistique <i>SPE</i> (Q-Statistic)	74
4.2.2 Détectabilité	75
4.2.3 Statistique T^2 de Hotelling	76
4.2.4 Indice de détection basé sur les dernières composantes principales (D_i)	76
4.3 Lien entre le <i>SPE</i> et D_i	78
4.3.1 La statistique <i>SWE</i>	78
4.3.2 Filtrage <i>EWMA</i> pour la détection	78
4.3.3 Détection basée sur le <i>SPE</i> filtré	79
4.3.4 Indice combiné	79
4.3.5 Distance de Mahalanobis	80
4.3.6 Exemple de simulation	80
4.4 Localisation par ACP :	83
4.4.1 Localisation par structuration des résidus	83
4.4.2 Localisation utilisant un banc de modèles	87
4.4.3 Localisation basée sur le principe de la contribution	89
4.4.4 Localisation par ACPNL partielles	89
4.4.5 Localisation basée sur le principe de la contribution	91
4.4.6 Localisation basée sur le principe de reconstruction (ACPNL)	94
4.4.7 Localisation basée sur la Contributions par reconstruction <i>RBC</i> :	94
4.4.8 Localisation de défauts multiples	97
4.5 Conclusion :	99

4.1 Introduction :

Les méthodes de l'analyse statistique multivariées ont été fréquemment utilisées pour la surveillance et diagnostic des processus industriels, parmi lesquelles l'analyse en composantes principales ACP qui est la méthode statistique la plus répandue pour l'extraction de l'information à partir d'un vecteur de mesures. Le principe de cette approche est d'utiliser l'analyse en composantes principales linéaires pour modéliser le comportement du processus en fonctionnement normal et les défauts sont alors détectés en comparant le comportement observé et celui donné par le modèle obtenu.

Dans le cadre de la détection de défauts analyse en composantes principales, la plupart des méthodes utilisent des indices statistiques qui peuvent être dans le sous-espace principal, soit dans le sous-espace résiduel, soit dans l'espace total de représentation des données. La présence de défauts affectant une ou plusieurs variables provoque un changement dans les relations de corrélations entre variables. Dans ce cas, les coordonnées de projection dans le sous-espace résiduel présentent des augmentations de leurs valeurs comparées aux celles obtenues en bon fonctionnement.

Pour détecter un tel changement aux corrélations, deux tests détection sont souvent utilisés : la statistique de Hotelling T^2 et l'erreur quadratique de prédiction SPE (Squared Prediction Error). Néanmoins, l'indice T^2 est insensible aux défauts de faibles amplitudes, qui peuvent être masqués par les variations significatives de données dans le sous-espace principal. l'indice SPE est sensible aux erreurs de modélisation et peut provoquer de nombreuses fausses alarmes [50]. Dans ce cadre, beaucoup de travaux pour améliorer la qualité de détection par ACP ont été proposés,[50],[51] ou encore un indicateur combiné utilisant l'espace total [52]

Pour localiser la (ou les) variable en défaut, différentes méthodes de localisation de défauts utilisant l'analyse en composantes principales ont été proposées. Une approche largement utilisée consiste à calculer les contributions individuelles des variables à indice de détection [53]. Une méthode inspirée des méthodes de localisation à base de redondances analytiques utilisant la structuration des résidus à partir d'un modèle ACP et ACPNL à été développée. Getler et al [54], [6] utilisent une structuration particulière des résidus appelée ACP partielles. Une autre méthode basée sur le principe de reconstruction a été proposée par Dunia et al [5], le principe de cet approche est de calculer l'indice de détection après la reconstruction de chaque variable qui peut être supposée en défaut et le comparant avec celui avant la reconstruction, cette comparaison permet de définir la variable incriminée. Concernant la localisation par ACP partielles et la localisation par reconstruction, une extension sera présentée dans le cas non linéaire et défauts multiples. Le but de ce chapitre est de présenter les différentes approches de détection et localisation de défauts par analyse en composantes principales linéaires et non linéaire développées dans les dernières années, les différentes approches présentées dans ce chapitre seront illustrées avec un exemple de simulation.

4.2 Détection de défauts par ACP :

Généralement, la phase de détection de défaut dans le cas du diagnostic à base de modèle est liée à l'étape de génération des résidus, qui a pour but de générer, à partir d'un modèle de bon fonctionnement de processus et de mesures réelles disponibles, des signaux révélateurs de la présence de défauts, appelés résidus, donc l'évaluation de ces signaux indique la prise de décision pour dire qu'il y a un défaut ou non, donc c'est la phase d'évaluation de l'état des procédés à surveiller.

L'ACP, est définie comme une transformation linéaire des variables originelles corrélées vers un ensemble des variables non corrélées, cependant, les variables originelles peuvent être représentées par un petit nombre de composantes principales à cause de la redondance analytique existante entre les variables mesurées, donc au lieu d'analyser toutes les variables, l'ACP analyse ces composantes.

Si on considère, un vecteur de mesures $x \in \mathfrak{R}^m$, à l'instant k représenté par $x(k)$, les composantes principales \mathbf{t} , sont construites comme une combinaison linéaire pondérée des variables originelles, dont les pondérations de chaque variable sont données par la matrice $P \in \mathfrak{R}^{m \times m}$. Les composantes principales à l'instant k sont données par :

$$t(k) = P^T x(k) \quad (4.1)$$

et ainsi, $x(k)$ peut être décomposé en deux sous espaces comme suit :

$$x(k) = \hat{x}(k) + \tilde{x}(k) = \hat{x}(k) + e(k) \quad (4.2)$$

avec :

$$\hat{x}(k) = \hat{P}\hat{P}x(k) = Cx(k) \quad (4.3)$$

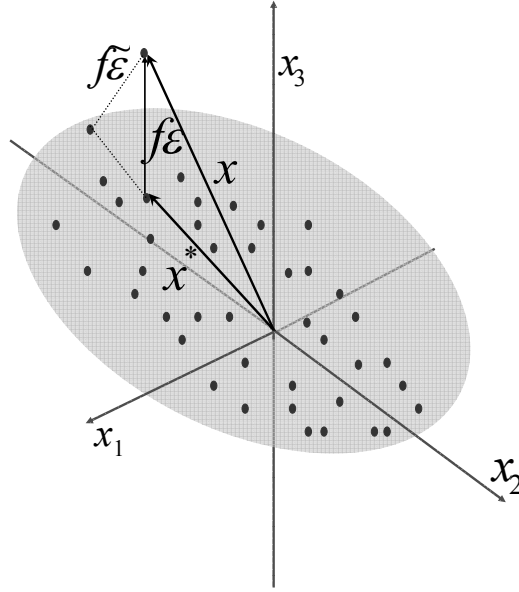
$$\tilde{x}(k) = (I - C)x(k) \quad (4.4)$$

avec $\hat{x}(k)$ représente l'estimation calculée à partir de mesures de bon fonctionnement ou aux conditions normales et le vecteur $e(k)$ est le vecteur des résidus.

Si on considère un nouveau vecteur de mesures dans les conditions normales noté par : $x^*(k)$, qui est inconnu quand un défaut est survenu, Dans la présence d'un défaut F_i , le nouveau vecteur de mesure peut être représenté à partir du vecteur de direction de défaut ε_i , qui caractérise l'effet de F_i sur le vecteur de mesures actuel, ce dernier sera :

$$x(k) = x^*(k) + f\varepsilon_i \quad (4.5)$$

où f est l'amplitude de défaut F_i tel que le défaut appartient dans l'ensemble possible des défauts $\{F_j\}$, ε_i est un vecteur de dimension m de la matrice d'identité représente la direction du défaut survenu, comme exemple, $\varepsilon^T = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$ indique que le défaut affecte la première variable. Comme $\varepsilon_i \in \mathfrak{R}^m$, peut être projeté dans l'espace des résidus et l'espace des composantes principales φ_r et φ_p sous forme $\varepsilon_i = \hat{\varepsilon}_i + \tilde{\varepsilon}_i$ où $\hat{\varepsilon}_i = C\varepsilon_i \in \varphi_p$ et $\tilde{\varepsilon}_i = \tilde{C}\varepsilon_i \in \varphi_r$. La figure (Fig.4.1) présente la propagation d'un défaut d'amplitude f

FIGURE 4.1 – Propagation du défaut dans les deux espaces φ_r et φ_p

dans l'espace résiduel et l'espace des composantes principales.

La présence d'un défaut affectant l'une des variables indique une situation inhabituelle car les relations entre les variables ne sont plus vérifiées (provoque un changement dans les corrélations entre variables). Dans ce cas, la projection du vecteur de mesures dans le sous-espace des résidus va croître par rapport à sa valeur dans les conditions normales.

Pour détecter un tel changement dans les corrélations entre les variables, la méthode de diagnostic basée sur l'ACP utilise plusieurs tests statistiques.

Considérons γ et Γ^2 respectivement un indice quadratique de détection et sa limite de contrôle. γ peut être n'importe quel indice de détection parmi ceux qui existent dans la littérature (Tab.4.1). Mathématiquement, γ représente une distance quadratique qui est égale au carré de la norme euclidienne du vecteur $x(k)$ projeté dans un sous-espace vectoriel $S_\gamma \text{span} \{ \mathcal{M}^{\frac{1}{2}} \}$:

$$\gamma(k) = \left\| \mathcal{M}^{\frac{1}{2}} \mathbf{x}(k) \right\|^2 = \mathbf{x}(k)^T \mathcal{M} \mathbf{x}(k) \quad (4.6)$$

où $\mathcal{M}^{\frac{1}{2}}$ est une matrice semi-définie positive. k est le numéro de l'observation consi-

Indice de détection	Matrice caractéristique	Limite de contrôle
γ	\mathcal{M}^2	Γ^2
T^2	$\hat{P}\hat{\Lambda}^{\frac{1}{2}}\hat{P}^T$	τ^2
SPE	$\tilde{P}\tilde{P}^T = \tilde{C}$	δ^2
SWE	$\tilde{P}\hat{\Lambda}^{\frac{1}{2}}\tilde{P}^T$	$\epsilon\epsilon^2$
φ	$\delta^{-1}\tilde{C} + \tau^{-1}\hat{P}\hat{\Lambda}^{\frac{1}{2}}\hat{P}$	β^2
D	$\mathbf{P}\Lambda^{\frac{1}{2}}\Lambda^T$	ϱ^2

TABLE 4.1 – Indices de détection

dérée. En s'appuyant sur les travaux de Box (1954), le seuil de détection de la distance quadratique γ pour un nombre d'observations N important peut être approximé par une distribution de la forme : $g_\gamma\chi_{(h_\gamma,\alpha)}^2$ où $\chi_{(h_\gamma,\alpha)}^2$ est la distribution du χ^2 avec h_γ degrés de liberté et un seuil de signification α . On note que le niveau de confiance est égale à $(1 - \alpha)$. En se basant sur l'indice γ , le processus est considéré en fonctionnement normal à la k^{eme} observation si :

$$\gamma(k) \leq \Gamma^2 = g_\gamma\chi_{(h_\gamma,\alpha)}^2 \quad (4.7)$$

Les paramètres g_γ et h_γ peuvent être déterminés comme suit :

$$g_\gamma = \frac{tr[(\sum \mathcal{M})^2]}{tr[(\sum \mathcal{M})^2]} \quad (4.8)$$

$$h_\gamma = \frac{(tr[(\sum \mathcal{M})])^2}{tr[(\sum \mathcal{M})^2]} \quad (4.9)$$

où \sum est la matrice de covariance des données de \mathbf{X} . L'expression $tr[.]$ représente la trace d'une matrice carrée.

4.2.1 Statistique SPE (Q-Statistic)

Un changement dans les corrélations entre variables dans x provoque une augmentation dans la projection dans l'espace résiduel, par conséquent, l'amplitude de \tilde{x} porte des valeurs non désirées en comparant celles-ci obtenues dans les conditions normales. Le test statistique SPE (squared prediction error) pour la détection est l'erreur de prédiction quadratique basée sur l'espace de résidus et calculée à l'instant k par l'équation :

$$SPE(k) = e^T(k)e(k) \quad (4.10)$$

Pour détecter la présence d'une anomalie ou des conditions anormales le SPE doit vérifier la condition suivante :

$$SPE(k) > \delta_\alpha^2 \quad (4.11)$$

où α^2 est la limite de confiance pour le test SPE , pour un vecteur de mesures $x(k)$ suit une distribution normale qui connue sous le nom Q-statistic, Jackson et Mudholkar [55] ont développé l'expression de α^2 :

$$\delta_\alpha^2 = \theta_1 \left[\frac{c_\alpha \sqrt{2\theta_2 h_0^2}}{\theta_1} + 1 + \frac{\theta_2 h_0 (h_0 - 1)}{\theta_1^2} \right]^{\frac{1}{h_0}} \quad (4.12)$$

où $\theta_i = \sum_{j=\ell+1}^m \lambda_j^i$ pour $i = 1, 2, 3$ et λ_j est la j^{eme} valeur propre de la matrice de covariance Σ . avec

$$h_0 = 1 - \frac{2\theta_1 \theta_3}{3\theta_2^2} \quad (4.13)$$

$$c_\alpha = \frac{\left[\left(\frac{\|e\|^2}{\theta_1} \right)^{h_0} - 1 - \frac{\theta_2 h_0 (h_0 - 1)}{\theta_1} \right]}{\sqrt{2\theta_2 h_0^2}} \quad (4.14)$$

où c_α est la limite de confiance $(1 - \alpha)$ dans le cas d'une distribution suit une loi normale.

4.2.2 Détectabilité

Si on revient à l'équation (4.5), si $\tilde{\varepsilon}_i = 0$, de l'équation (4.5) on peut constater que

$$\tilde{x} = \tilde{x}^* + f\tilde{\varepsilon}_i = \tilde{x}^* \quad (4.15)$$

Donc,

$$SPE(k) = SPE(x^*) \quad (4.16)$$

Néanmoins, le défaut n'est pas détectable, pour ce la, il faut supposer que $\tilde{\varepsilon}_i \neq 0$, qui permet de définir $\tilde{\varepsilon}_i^o = \frac{\tilde{\varepsilon}_i}{\|\tilde{\varepsilon}_i\|}$ la direction résiduelle normalisée du vecteur de défaut ε_i , donc

$$\tilde{x} = \tilde{x}^* + f\tilde{\varepsilon}_i = \tilde{x}^* + \tilde{f}\tilde{\varepsilon}_i^o \quad (4.17)$$

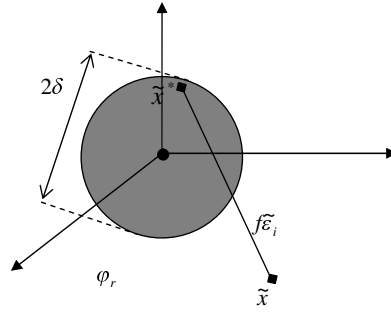
où $\tilde{f} = f \|\tilde{\varepsilon}_i\|$ est la distance orthogonale de défaut en φ_r . Pour garantir que le défaut sera détectable, il est nécessaire que $SPE(k) = \|\tilde{x}\|^2 > \delta$ pour toutes les valeurs normales possibles de x^* . Par définition, le module de $\|\tilde{\varepsilon}_i^o\| = \frac{\|\tilde{\varepsilon}_i\|}{\|\tilde{\varepsilon}_i\|} = 1$, donc :

$$\left| \tilde{f} \right| = \|\tilde{x} - \tilde{x}^*\| \leq \|\tilde{x}\| + \|\tilde{x}^*\| \quad (4.18)$$

Dans les conditions normales on a : $\|\tilde{x}^*\| = \sqrt{SPE^*} \leq \delta$ et d'après (4.17) et (4.18) le défaut n'est pas détectable si $\left| \tilde{f} \right| \leq 2\delta$, donc, la condition qui assure la détectabilité d'un défaut par le test statistique SPE ($SPE(k) > \delta^2$) est donnée par :

$$\left| \tilde{f} \right| \geq 2\delta \quad (4.19)$$

La figure (Fig.4.2) illustre géométriquement la condition suffisante de la détectabilité dans l'espace des résidus pour le cas d'un exemple de deux dimensions.

FIGURE 4.2 – Condition de détectabilité par *SPE*

4.2.3 Statistique T^2 de Hotelling

Dans le cas de l'analyse en composantes principales, la statistique T^2 peut être appliquée, sur les premières composantes principales (dans le sous espace principal)[3],[56], ainsi on obtient :

$$T^2(k) = \hat{t}^T(k) \Lambda_\ell^{-1} \hat{t}(k) = \sum_{i=1}^{\ell} \frac{t_i^2}{\lambda_i^2} \quad (4.20)$$

où $\Lambda_\ell = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_\ell)$ est une matrice diagonale contenant les ℓ plus grandes valeurs propres de la matrice de covariance. Pour détecter la présence d'une anomalie ou des conditions anormales le test T^2 doit vérifier la condition suivante :

$$T^2(k) > \chi_{\ell, \alpha}^2 \quad (4.21)$$

où la limite supérieure pour un seuil de confiance α est obtenue par :

$$\chi_{\ell, \alpha}^2 = \frac{\ell(N+1)(N-1)}{N(N-\ell)} F_{\ell, (N-\ell), \alpha} \quad (4.22)$$

où $F_{\ell, (N-\ell)}$ est la distribution du Fisher, pour déterminer ce seuil, la statistique $\frac{N(N-\ell)}{N(N+1)(N-1)} T^2$ doit suivre cette loi de distribution.

Il est clair que la statistique T^2 est basée sur les premières composantes principales qui représentent la variation significative du comportement normal du processus, en aspect théorique elle est capable de représenter ce comportement qui n'est pas affecté par les bruit apportés par les dernières composantes principales, dans l'autre côté en aspect pratique les conditions d'utilisation de cette statistique sont rarement vérifiées (les corrélations entre variables du processus ne suivent pas nécessairement une distribution normale).

4.2.4 Indice de détection basé sur les dernières composantes principales (D_i)

HARKAT et al [17] proposent un test basé sur les dernières composantes principales pour la détection de défauts qui utilise la somme des carrés des dernières composantes

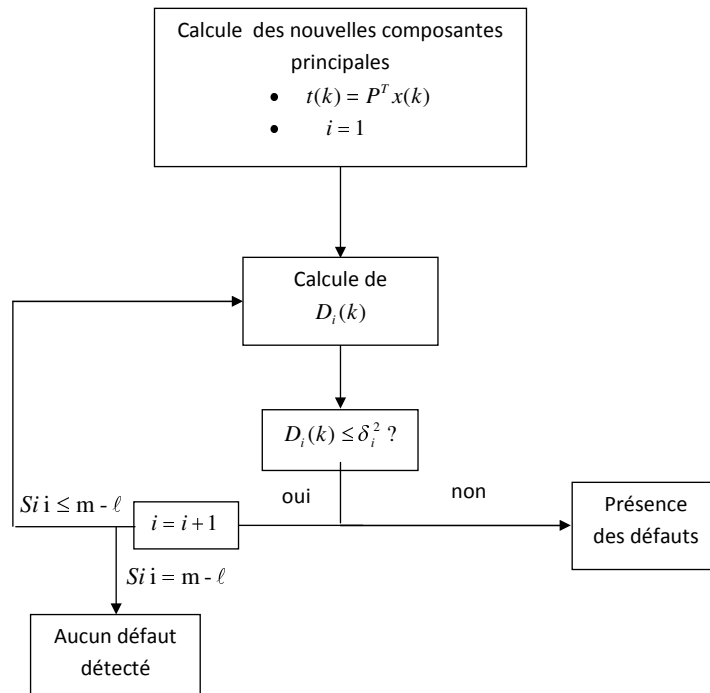


FIGURE 4.3 – Détection de défauts basée sur les dernières composantes principales

principales. L'expression de calcul de ce test est donnée par :

$$D_i(k) = \sum_{j=m}^{m-i+1} t_j^2 \quad i = 1, 2, \dots, (m-\ell + 1) \quad (4.23)$$

Pour la détection d'une anomalie, les sommes de ce test sont comparées à des seuils déterminés sur les données qui ont servi à établir le modèle.

Algorithme de calcul

On commence par calculer ces quantités D_i en absence de défaut, pour un nouveau vecteur de mesures $x(k) = [x_1(k) \ x_2(k) \ \dots \ x_m(k)]$, la détection est effectuée comme il est illustré à la figure (Fig.4.3), [17] :

Pour calculer les seuils δ_i^2 , on définit alors le seuil de détection δ_i^2 pour chaque D_i comme le maximum atteint sur les données sans défaut [55], ce choix reste heuristique, pour déterminer ces seuils sous certaines condition, un lien entre le SPE et ce test est remarquable. De ce fait, les seuils de détection de cet indicateur peuvent être calculés avec un raisonnement semblable à celui de Box [57].

Il existe une forte similitude entre les indicateurs D_i et SPE . En effet, l'indicateur D_i correspond à l'indicateur SPE calculé avec un modèle

4.3 Lien entre le *SPE* et D_i

On peut remarquer facilement que le *SPE* est un cas particulier de D_i où $i = m - \ell$, en effet, $SPE(k) = D_{m-\ell}(k)$. D'autre raisonnement, le D_i est un cas particulier de *SPE* où les dernières composantes principales valent au nombre i , alors : on peut facilement calculer les seuils δ_i^2 en utilisant (4.12),(4.13) :

$$\delta_i^2 = \theta_{i1} \left[\frac{c_\alpha \sqrt{2\theta_{i2} h_{i0}^2}}{\theta_{i1}} + 1 + \frac{\theta_{i2} h_{i0} (h_{i0} - 1)}{\theta_{i1}^2} \right]^{\frac{1}{h_{i0}}} \quad (4.24)$$

où, $\theta_{ij} = \sum_{k=i+1}^m \lambda_k^j$ pour $j = 1, 2, 3$ et λ_k est la k^{eme} valeur propre de la matrice de covariance Σ , et

$$h_{i0} = 1 - \frac{2\theta_{i1}\theta_{i3}}{3\theta_{i2}^2} \quad (4.25)$$

$$c_\alpha = \frac{\left[\left(\frac{\|e\|^2}{\theta_{i1}} \right)^{h_{i0}} - 1 - \frac{\theta_{i2} h_{i0} (h_{i0} - 1)}{\theta_{i1}} \right]}{\sqrt{2\theta_{i2} h_{i0}^2}} \quad (4.26)$$

4.3.1 La statistique *SWE*

L'erreur quadratique pondérée (Squared Weighted Error) est plus sensible au défaut, il est défini comme la statistique T^2 appliquée aux dernières composantes [50], donc est un *SPE* pondéré par l'inverse des faibles valeurs propres, l'expression de calcul à l'instant (k) est donnée :

$$SWE(k) = e^T \Lambda_{M-\ell}^{-1} e = x^T(k) \tilde{P} \Lambda_{m-\ell}^{-1} \tilde{P}^T x(k) \quad (4.27)$$

où $\Lambda_{m-\ell}^{-1} = \text{diag}(\lambda_{\ell+1}, \dots, \lambda_m)$ est une matrice diagonale contenant les dernières valeurs propres de la matrice de covariance. Le processus est supposé en défaut si :

$$SWE(k) > \chi_{(m-\ell),\alpha}^2 \quad (4.28)$$

Cet indice suit une distribution du chi-2 avec $(m - \ell)$ degrés de liberté :

$$SWE(k) \chi_{(m-\ell),\alpha}^2 \quad (4.29)$$

Il faut noter que l'application de cette statistique pour la détection exige que les résidus doivent suivre un bruit blanc Gaussien centré.

4.3.2 Filtrage *EWMA* pour la détection

On a vu dans les paragraphes précédents, que la qualité des différents tests statistiques peut affecter par des erreurs de modélisation qui sont capables d'engendrer des fausses alarmes, le filtre EWMA (exponentially weighed moving average est utilisé pour améliorer la détection par exemple dans le cas du *SPE* en filtrant les résidus pour réduire le taux de fausses alarmes, l'expression générale de ce filtre est donnée par :

$$\bar{e}(k) = (I - \beta)(\bar{e}(k-1) + \beta e(k)) \quad (4.30)$$

où β est une matrice diagonale dont ses éléments sont les facteurs d'oubli pour les résidus, I est une matrice identité et $\bar{e}(0) = 0$. Le nouveau SPE à l'instant (k) appliqué sur les résidus filtrés noté par $\overline{SPE}(k)$ est donné par :

$$\overline{SPE}(k) = \|\bar{e}(k)\|^2 \quad (4.31)$$

β est ajustée en fonction du type de défauts à détecter : β proche de la matrice identité favorise la détection des changements lents, tandis que β proche de zéro est plus sensible aux changements brusques.

4.3.3 Détection basée sur le SPE filtré

On suppose que $\beta = \gamma I$ où γ est un facteur d'oubli, l'équation (4.30) équivalent à filtrer les données, puis calculer les résidus. Le vecteur de mesures et celui du résidu filtrés sont donnés par :

$$\begin{aligned} \bar{x}(k) &= (1 - \gamma)\bar{x}(k-1) + \gamma x(k) \\ \bar{e}(k) &= (I - C)\bar{x}(k) \end{aligned} \quad (4.32)$$

où $\bar{x}(k)$ représente ici le vecteur des mesures filtrés. En supposant que $x(k)$ est un vecteur de mesures indépendant, la relation de covariance suivante peut être obtenue à partir de l'équation (4.32).

$$\bar{\Sigma} = \frac{\gamma}{2 - \gamma} \Sigma \quad (4.33)$$

La matrice Σ est la matrice de covariance de $x(k)$ et la matrice $\bar{\Sigma}$ est la matrice de covariance de $\bar{x}(k)$, les valeurs propres de Σ et $\bar{\Sigma}$ sont reliées par :

$$\bar{\lambda}_i = \frac{\gamma}{2 - \gamma} \lambda_i \quad \text{pour } i = 1, \dots, m \quad (4.34)$$

Donc, par analogie avec les équations (4.10), (4.12) et (4.13), on peut écrire : $\overline{SPE} > \bar{\delta}_\alpha^2$ avec :

$$\bar{\delta}_\alpha^2 = \frac{\gamma}{2 - \gamma} \delta_\alpha^2 \quad (4.35)$$

4.3.4 Indice combiné

D'après leurs expressions, et selon l'étude pratique, les indices SPE et T^2 de Hotelling se comportent d'une manière complémentaire. Il est ainsi possible de combiner ces deux indices en un seul afin de simplifier la tâche de détection de défauts [52].

$$\varphi(k) = c \frac{SPE(k)}{\delta^2} + (1 - c) \frac{T^2(k)}{\tau^2} = \mathbf{x}^T(k) \left(\frac{\tilde{C}}{\delta^2} + \frac{\hat{P}\hat{\Lambda}^{-1}\hat{P}^T}{\tau^2} \right) \mathbf{x}(k) \quad (4.36)$$

La matrice caractéristique de cet indice est semi-définie positive. Afin d'utiliser l'indice combiné pour la détection de défauts, sa limite de contrôle est également établie en utilisant la distribution des formes quadratiques. Le processus est considéré en fonctionnement normal à l'instant k si :

$$\varphi(k) \leq \beta^2 = g_\varphi \chi_{(h_\varphi, \alpha)^2} \quad (4.37)$$

4.3.5 Distance de Mahalanobis

La distance de Mahalanobis correspond à l'indice T^2 appliqué à l'ensemble de l'espace [58] :

$$Dm(k) = x^T(k) \Sigma^{-1} x(k) = \left\| \Sigma^{-\frac{1}{2}} x(k) \right\|_2^2 \quad (4.38)$$

Cette distance peut être exprimée de manière directe avec les indices T^2 et SWE

$$Dm(k) = T^2(k) + SWE(k) \quad (4.39)$$

Le processus est considéré en fonctionnement anormal à l'instant k , si :

$$Dm(k) > \chi_{m, \alpha}^2 \quad (4.40)$$

où $\chi_{m, \alpha}^2$ est le seuil de détection de Dm pour un seuil de confiance α donné. En supposant que le nombre d'observations N est important, le seuil de détection est approximé par une distribution du χ^2 avec m degrés de liberté. Tong et Crowe [59] ont signalé que l'utilisation de la distance de Mahalanobis pour la détection de défauts augmente la probabilité des fausses alarmes et des erreurs de non détection. Ceci s'explique par le fait que la distance de Mahalanobis ne fait aucune distinction entre le bruit affectant les données.

Dans le cas particulier où le nombre de composantes principales est égal à la dimension des données, le SPE n'est plus défini et l'indice T^2 , la distance de Mahalanobis et l'indice combiné sont équivalents.

Il faut noter que les seuils de détection des indicateurs peuvent être fixés pratiquement par apprentissage à partir des données réputées saines [60].

4.3.6 Exemple de simulation

On prend l'exemple suivant :

où u est une variable entre 0 et 401, et les η_i sont des variables aléatoires gaussiennes centrées, réduites indépendantes entre $[-0.1 \ 0.1]$, les variables x_i ont ensuite été centrées et réduites.

Le modèle ACP est obtenu en retenant deux composantes principales, donc l'espace des résidus se compose de quatre composantes. Les figures (Fig.4.4- Fig.4.8), illustrent l'évolution des différents tests statistiques dans le cas normal (aucun défaut), tel que les lignes rouges présentent les seuils de contrôle à 99% de détection correspondant pour chaque indice.

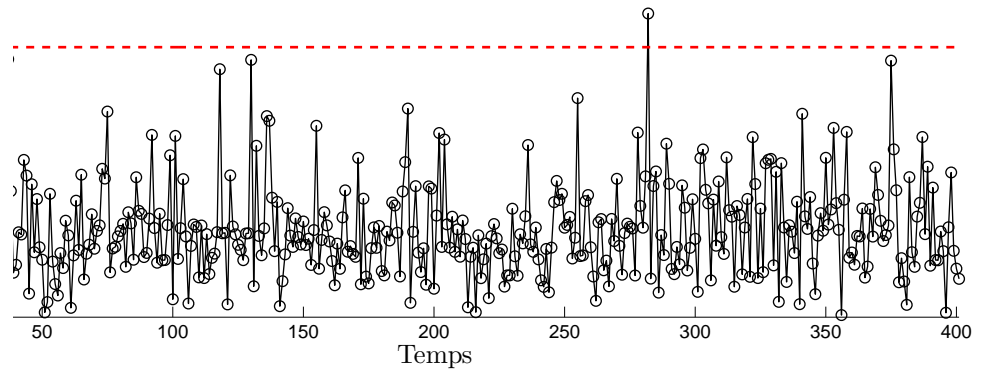


FIGURE 4.4 – Evolution de T^2 dans le cas sans défaut

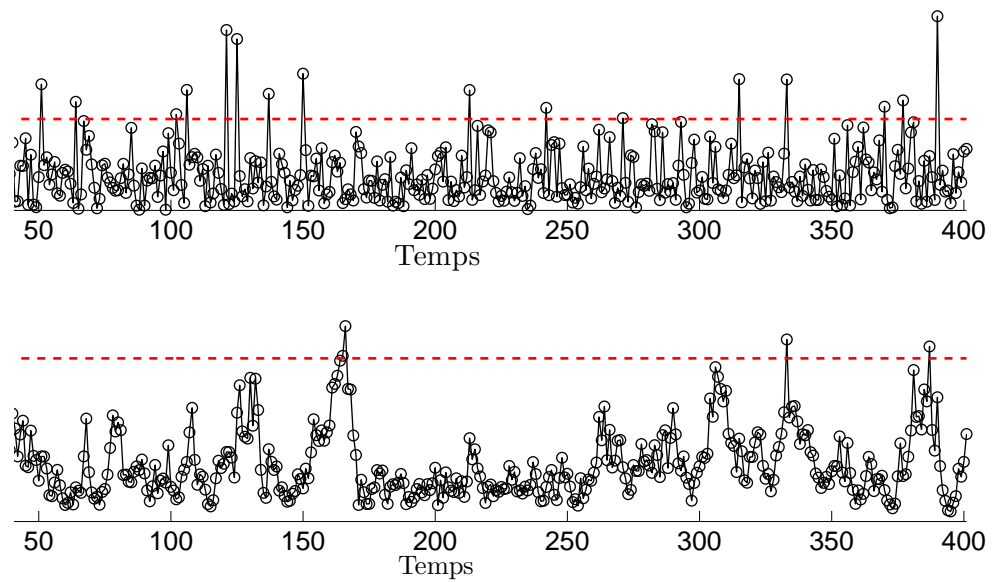


FIGURE 4.5 – Evolution de SPE et SPE filtré dans le cas sans défaut

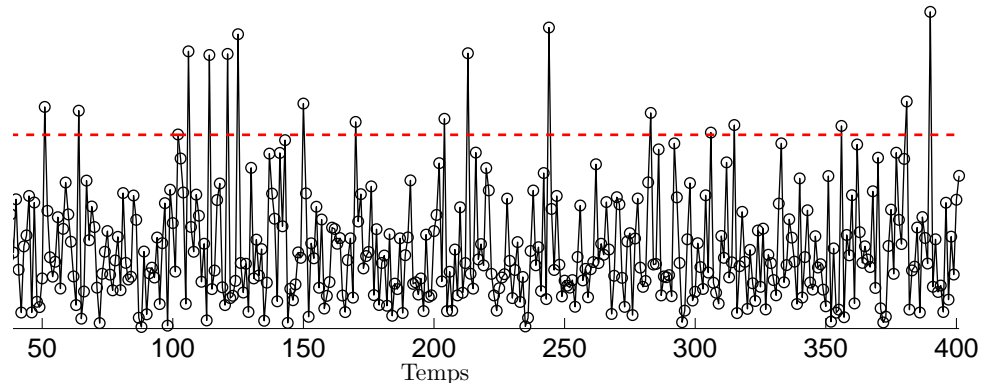


FIGURE 4.6 – Evolution de SWE et SWE filtré dans le cas sans défaut

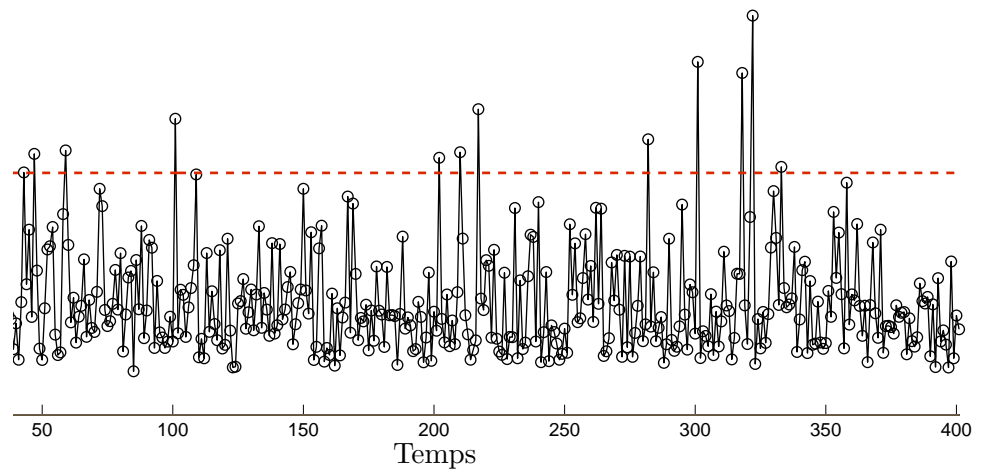


FIGURE 4.7 – Evolution de $\varphi(k)$ dans le cas sans défaut

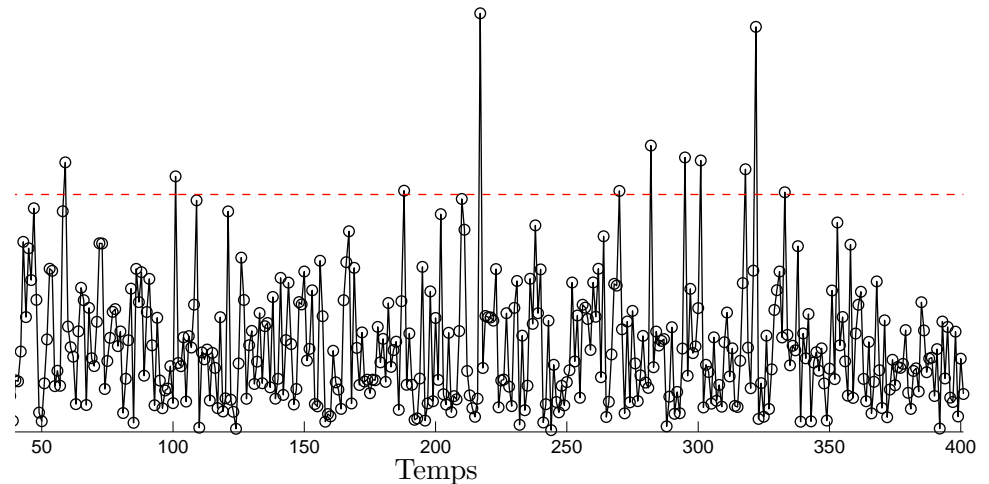


FIGURE 4.8 – Evolution de l'indice de Mahalanobis dans le cas sans défaut

Les figures précédentes (Fig.4.9- Fig.4.13) montrent l'efficacité du filtre *EWMA* pour la détection par les indices *SPE* et *SWE* pour détecter un défaut de type biais d'amplitude de 15% à 20% de la plage de la variation de la variable x_2 à l'instant 250, il est clair qu'aucun défaut est détecté par la statistique T^2 .

4.4 Localisation par ACP :

Une fois, qu'un défaut est détecté, il est nécessaire d'identifier les variables qui sont en cause (localisation de défauts), Pour réaliser cette tâche, plusieurs méthodes ont été développées dans la littérature.

4.4.1 Localisation par structuration des résidus

Cette approche s'inspire des méthodes de diagnostic utilisant la redondance analytique, dont l'idée de base de la redondance analytique *RA* est de comparer les mesures réelles du processus avec celles prédites par un modèle, les différences, mathématiquement représentées comme les résidus ; a cause de la présence des bruits de mesures et les erreurs de modélisation, les résidus sont non nuls même dans les cas ou aucun défaut existe, et, néanmoins, des seuils doivent être déterminés et les résidus testés en les comparant avec ces seuils, l'idée de base de la localisation de analyse en composantes principales par structuration des résidus revient de travail de Gertler et McAvoy [6],[54]. Ils ont montré qu'il y a une forte relation entre l'espace de parité et l'ACP.

Relation Espace de parité-ACP

Si on considère le système statique linéaire suivant :

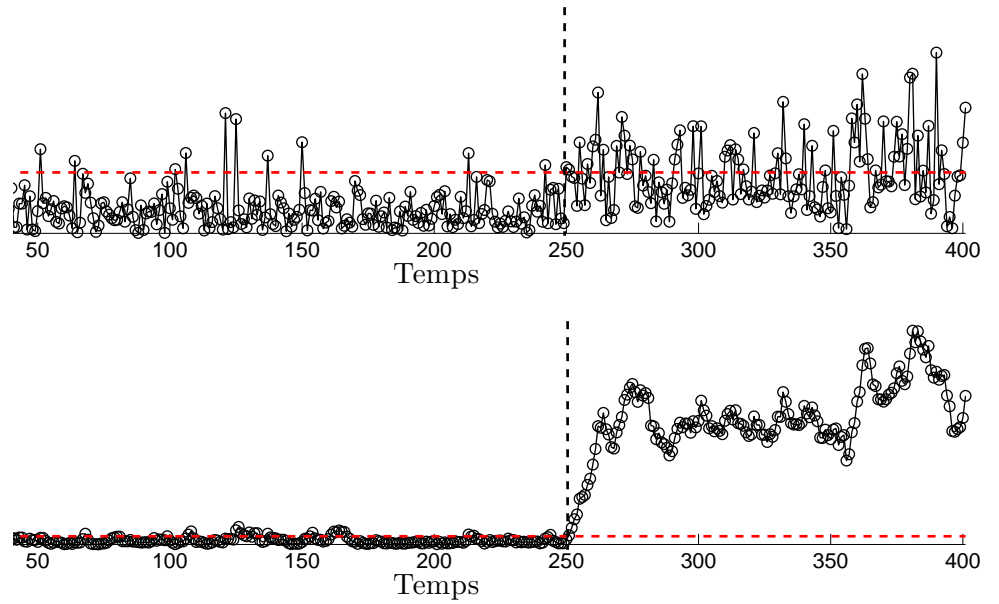


FIGURE 4.9 – Evolution des SPE et SPE filtré dans le cas un biais d'amplitude 15% sur la variable x_2

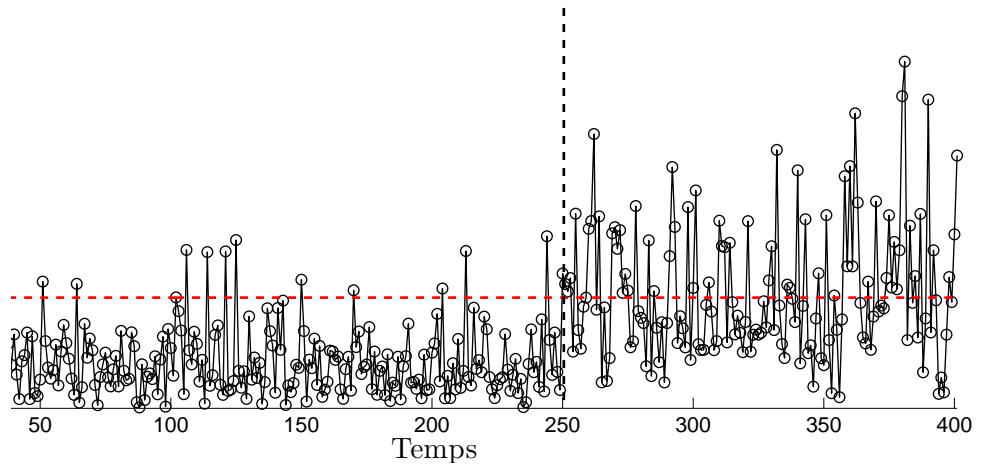


FIGURE 4.10 – Evolution des SWE et SWE filtré dans le cas un biais d'amplitude 15% sur la variable x_2

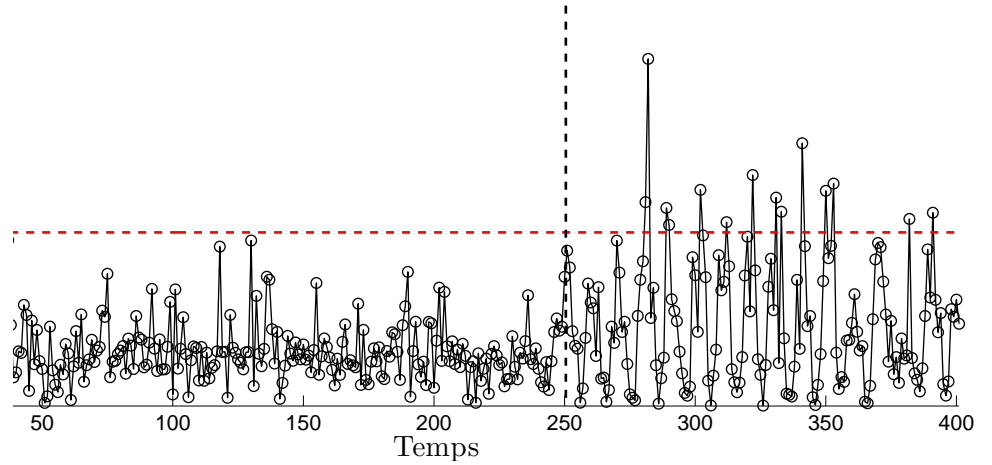


FIGURE 4.11 – Evolution des T^2 dans le cas un biais d'amplitude 20% sur la variable x_2

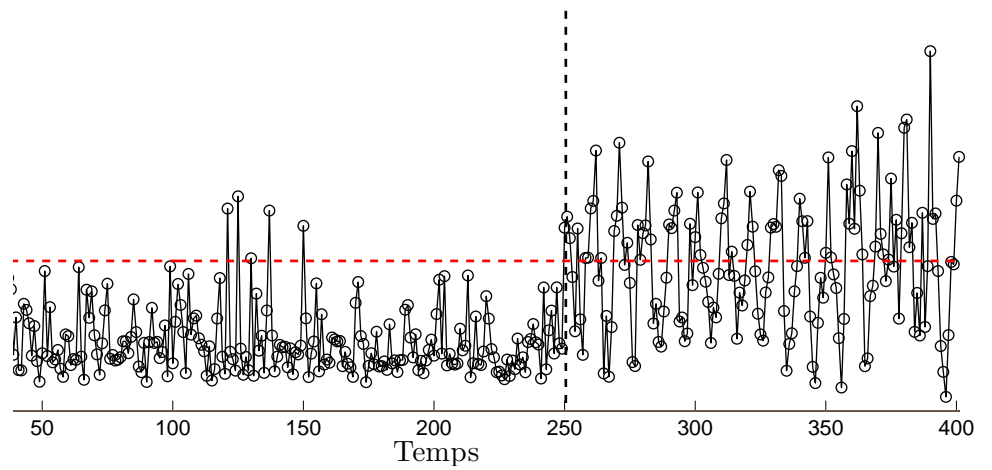


FIGURE 4.12 – Evolution de $\varphi(k)$ dans le cas un biais d'amplitude 15% sur la variable x_2

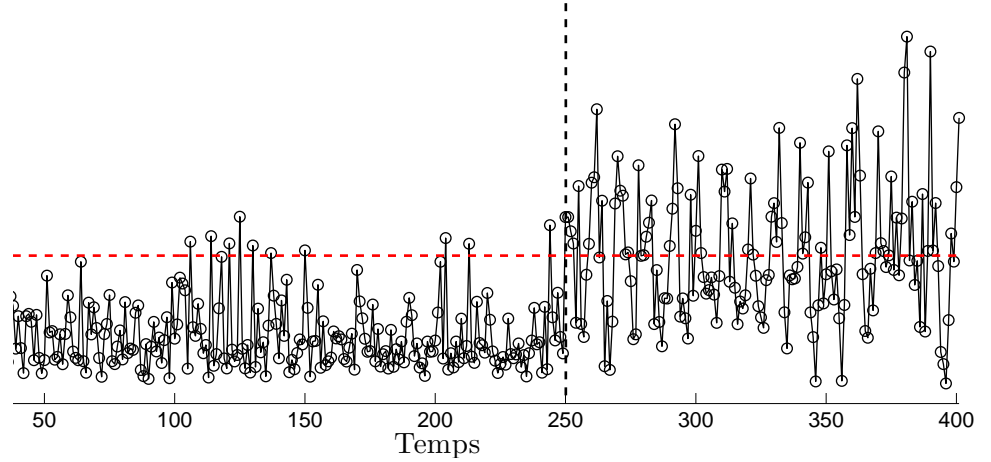


FIGURE 4.13 – Evolution de l'indice de Mahalanobis dans le cas d'un biais d'amplitude 18% sur la variable x_2

$$y(k) = Au(k) + Bf(k) + Cd(k) \quad (4.41)$$

avec $y(k) = [y_1(k), \dots, y_m(k)]^T$ est la sortie mesurée du système qui dépend de l'entrée mesurée $u(k) = [u_1(k), \dots, u_k(k)]^T$ et le vecteur de défaut inconnu $f(k) = [f_1(k), \dots, f_{m+k}(k)]^T$, $d(k)$ représente le bruit de mesures. On suppose que les matrices A et B sont connues, et on définit le défaut associé avec les entrées et les sorties par $\Delta u(k)$ et $\Delta y(k)$, respectivement, donc $f(k) = [\Delta u(k) \quad \Delta y(k)]^T$ et $B = [I - A]$. L'ensemble des résidus primaires est obtenu comme suit :

$$e(k) = y(k) - Au(k) = \quad (4.42)$$

$$Bf(k) + Cd(k) \quad (4.43)$$

tel que l'équation (4.42) représente la forme de calcul, dont les résidus primaires sont calculés, et l'équation (4.43) donne l'influence des défauts sur les résidus. Pour améliorer l'isolation les résidus sont transformés de façon :

$$r(k) = We(k) = WBf(k) + \zeta(k) \quad (4.44)$$

avec $\zeta(k) = WCd(k)$ représente l'influence de bruit et perturbation, on suppose dans tout ce qui suit être nul.

L'analyse en composantes principales standard ACP ne distingue pas entre les sorties et les entrées, donc, on peut mettre $u(k)$ et $y(k)$ dans un seul vecteur $x(k)$ de la manière suivante :

$$x(k) = \begin{bmatrix} y(k) \\ u(k) \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

Donc, le vecteur de défaut associé peut être écrit :

$$f(k) = \begin{bmatrix} \Delta y(k) \\ \Delta u(k) \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

avec les termes $x(k)$ et $\Delta x(k)$ et les équations (4.42)-(4.8), on peut écrire :

$$e(k) = Bx(k) = B\Delta x(k) \quad (4.47)$$

$$r(k) = We(k) = WB\Delta x(k) \quad (4.48)$$

D'après les équations (4.1)-(4.3), pour un vecteur de mesures donné $x(k)$, l'ACP nous permet d'écrire :

$$x(k) = \hat{P}\hat{t} + \tilde{P}\tilde{t} \quad (4.49)$$

avec \tilde{t} représente l'espace des résidus, en utilisant la propriété d'orthonormalité de la matrice P avec $\hat{P}^T\tilde{P} = 0$ et $\tilde{P}^T\tilde{P} = I$, on obtient finalement :

$$\tilde{t} = \tilde{P}^T x \quad (4.50)$$

Par la comparaison entre les deux équations (4.47) et (4.50), on peut trouver :

$$\tilde{P}^T = B \quad (4.51)$$

L'évaluation de ces résidus permet de générer un vecteur de cohérence ou de signature de défauts représenté sous forme binaire suivi par un test logique des résidus par rapport à leurs seuils respectifs [1].

Ces approches de localisation comparent la signature expérimentale et un ensemble de signatures théoriques également binaires. La localisation peut reposer soit sur le calcul de distance entre la signature expérimentale et les différentes signatures théoriques, soit sur une projection de la signature expérimentale sur les différentes signatures théoriques. Ainsi on cherche à transformer les résidus primaires en résidus secondaires ayant les propriétés de localisation recherchées.

4.4.2 Localisation utilisant un banc de modèles

La localisation faisant appel à un banc de modèles dans le cadre de l'ACP repose sur le même principe que celui des observateurs de type *GOS* où le *i*ème observateur est piloté par toutes les entrées (sorties), sauf la *i*ème entrée (sortie) et toutes les sorties (entrées). La sortie de cet observateur est donc sensible aux défauts de toutes les entrées (sorties) sauf ceux de la *i*ème, [54],[18]. Selon ce principe, il existe trois méthodes différentes pour localiser les défauts par ACP.

Localisation par ACP partielles

Une autre façon de structurer des résidus est d'utiliser ce que l'on appelle l'ACP partielles [54]. L'ACP offre une autre possibilité qui consiste à utiliser des modèles partiels. On sous entend par ACP partielles une ACP effectuée sur un vecteur de données réduit où quelques variables sont écartées par rapport au vecteur originel. Donc, les résidus vont être sensibles uniquement aux défauts associés aux variables qui forment le vecteur réduit. Les défauts associés aux variables éliminées n'affecteront pas les résidus correspondants. L'idée de l'ACP partielles a été décrite en premier par Gertler et al [54]. La procédure consiste à structurer les indices. L'ACP offre une autre possibilité qui consiste à utiliser des modèles partiels. On sous entend par ACP partielles une ACP effectuée sur un vecteur de données réduit où quelques variables sont écartées par rapport au vecteur originel. Donc, les résidus vont être sensibles uniquement aux défauts associés aux variables qui forment le vecteur réduit. Les défauts associés aux variables éliminées n'affecteront pas les résidus correspondants. L'idée de l'ACP partielles a été décrite en premier par Gertler et al [54]. La procédure consiste à structurer les indices de détection en calculant les ACP partielles, ainsi que les seuils de détection des indices correspondants.

Localisation par élimination

Stork et al [61] proposent une approche pour la localisation de défauts. La philosophie derrière cette méthode est similaire à celle de Dunia [5]. Dans le cas où un défaut est détecté avec la statistique *SPE*, un ensemble de modèles ACP est généré à partir du modèle global en éliminant à chaque fois une variable de l'ensemble des variables à surveiller.

Localisation basée sur le principe de reconstruction

Cette méthode est basée sur le principe de reconstruction [23],[22], elle consiste à suspecter qu'un capteur est défaillant et à reconstruire la valeur de sa mesure en se basant sur le modèle ACP déjà calculé et les mesures des autres capteurs. La procédure est répétée pour chaque capteur. La localisation est effectuée par comparaison de l'indice de détection avant et après reconstruction.

Il faut rappeler que la reconstruction de la variable en défaut élimine l'effet du défaut, ainsi l'indicateur de détection calculé après la reconstruction de la variable en défaut sera inférieur à son seuil de détection alors que les autres indicateurs calculés après la reconstruction des autres variables seront tous supérieurs à leurs seuil respectifs. Cette méthode de localisation par reconstruction peut être utilisée pour la localisation de défauts multiples en reconstruisant simultanément les variables supposées en défaut [62]. Pour simplifier la présentation, nous considérons le cas de défaut de capteur unique. En appliquant la procédure de localisation par reconstruction à l'indice de détection *SPE* filtré sur lequel on a détecté le défaut affectant la variable x_2 , les résultats sont représentés sur la figure (Fig.4.14). L'indice $\overline{SPE2}$ (indice calculé après reconstruction de la variable (x_2)) est en dessous du seuil de détection ce qui indique que la variable x_2 est la variable incriminée.

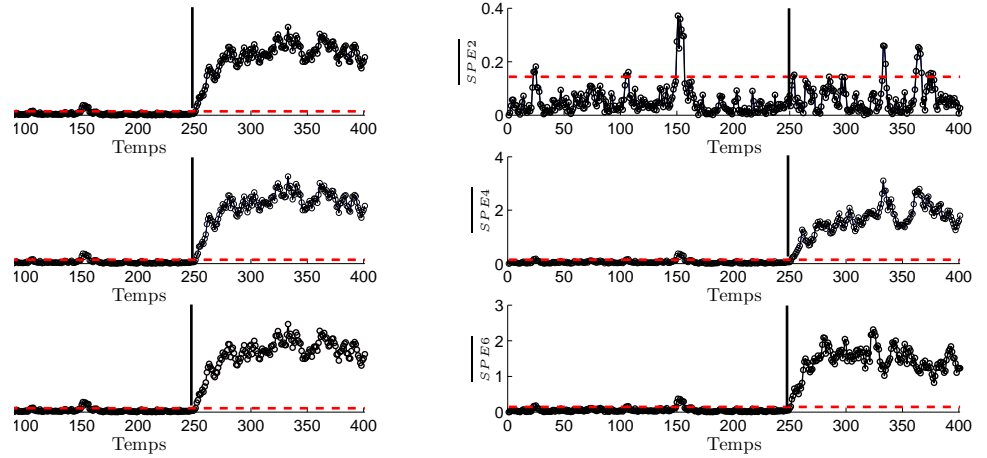


FIGURE 4.14 – Evolution des différents indices \overline{SPE}_i après reconstruction des différentes variables

4.4.3 Localisation basée sur le principe de la contribution

Le calcul des contributions de chaque variable à la valeur de l'indice de détection est une approche utilisée pour la localisation des défauts, la variable ayant la plus forte contribution est considérée comme la variable en défaut.

Cette approche est largement utilisée dans le cadre de l'ACP.[63],[64],[65].

Dans notre travail nous allons présenter la définition de contribution à l'indice de détection SPE filtré, donc la contribution à l'indice SPE filtré à la j^{me} variable à l'instant k notée par $cont_j^{\overline{SPE}}(k)$ définie par l'équation :

$$cont_j^{\overline{SPE}}(k) = (e_{fj}(k))^2 \quad (4.52)$$

où $x_j(k)$ est le j^{me} élément du vecteur de mesures $x(k)$

On simule le même exemple linéaire précédent, et on calcule la contribution à l'indice de détection \overline{SPE} sur lequel on a détecté le défaut affectant la variable x_2 aux instants 362 et 365, les résultats obtenus sont illustrés sur les figures (Fig.4.16) et(Fig.4.15) :

Dans le cas, d'un modèle ACPNL, l'extension de trois approches utilisées dans le cas du modèle ACP linéaires est possible, la première c'est la localisation par ACPNL partielles, la deuxième c'est la localisation par reconstruction en se basant sur un modèle ACPNL, et la troisième est la localisation par contribution des variables à l'indice de détection SPE filtré.

4.4.4 Localisation par ACPNL partielles

Cette approche consiste à utiliser des modèles ACPNL partielles comme il est montré dans la figure (FIG.4.17), chaque modèle ACPNL effectué sur un vecteur de données réduit où quelques variables sont écartées par rapport au vecteur originel. Donc, les résidus vont

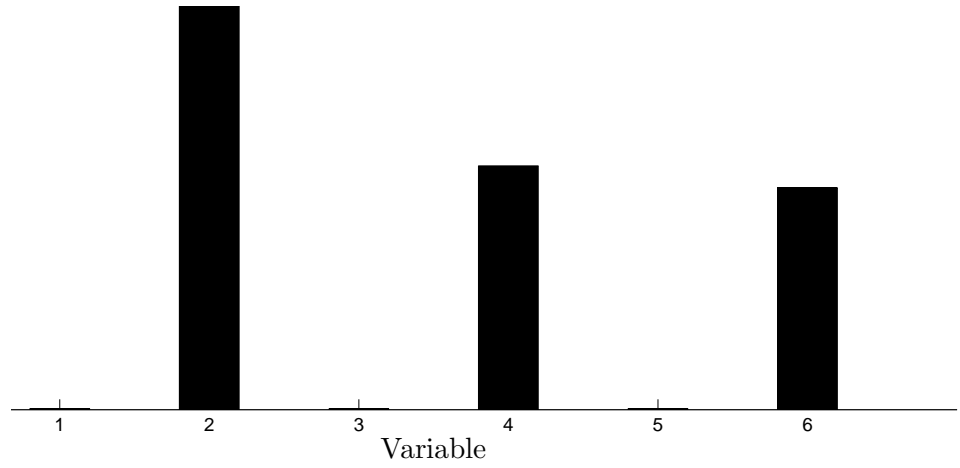


FIGURE 4.15 – Contributions des variables à l'indice \overline{SPE} avec un défaut affectant x_2 à l'instant 365

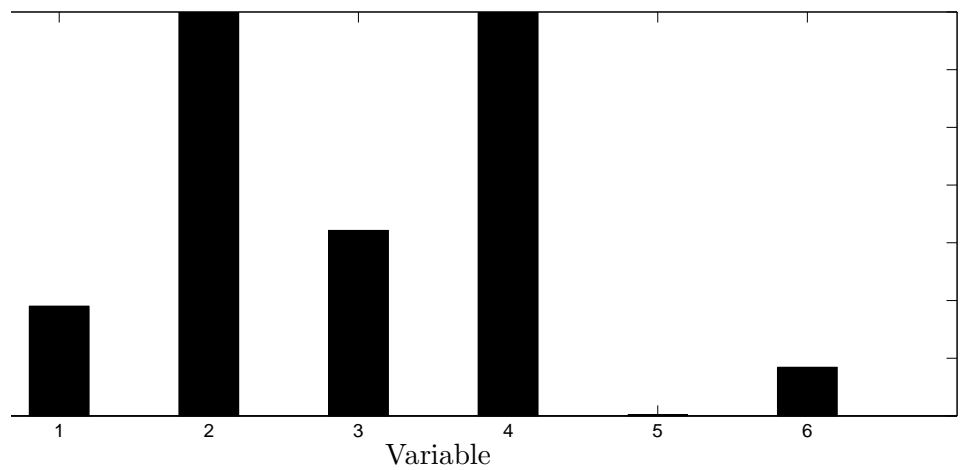


FIGURE 4.16 – Contributions des variables à l'indice \overline{SPE} avec un défaut affectant x_2 à l'instant 362

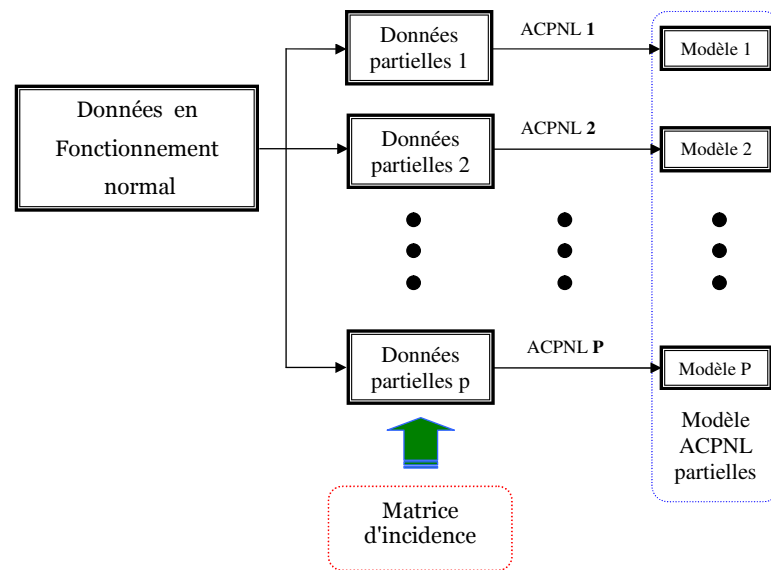


FIGURE 4.17 – Procédure de structuration de résidus par ACPNL partielles

être sensibles uniquement aux défauts associés aux variables qui forment le vecteur réduit. Les défauts associés aux variables éliminées n'affecteront pas les résidus correspondants, la procédure de structuration des résidus est comme suit [6] :

1. Appliquer l'ACPNL à la matrice de données,
2. Construire une matrice d'incidence fortement localisable,
3. Construire un ensemble de modèles d'ACPNL partielles, chacun correspondant aux variables ayant un 1 à une ligne de la matrice d'incidence,
4. Déterminer les seuils de détection des défauts (suivant l'indice de détection choisis).

Après l'obtention des modèles ACPNL partielles, ils peuvent être utilisés pour la surveillance figure (FIG.4.18). Des nouvelles observations sont évalués vis-à-vis l'ensemble structuré comme suit :

1. Calculer l'indice de détection pour chacune des ACPNL partielles correspondant aux nouvelles observations,
2. Comparer les indices de détection à chaque seuil approprié et former la signature expérimentale du défaut suivant :
3. Comparer la signature expérimentale du défaut aux colonnes de la matrice d'incidence (matrice de signatures théorique), et la variable en défaut est celle correspondante à la colonne qui a la même signature de défaut.

4.4.5 Localisation basée sur le principe de la contribution

Le calcul des contributions de chaque variable à la valeur de l'indice de détection est une approche utilisée pour la localisation des défauts, la variable ayant la plus forte

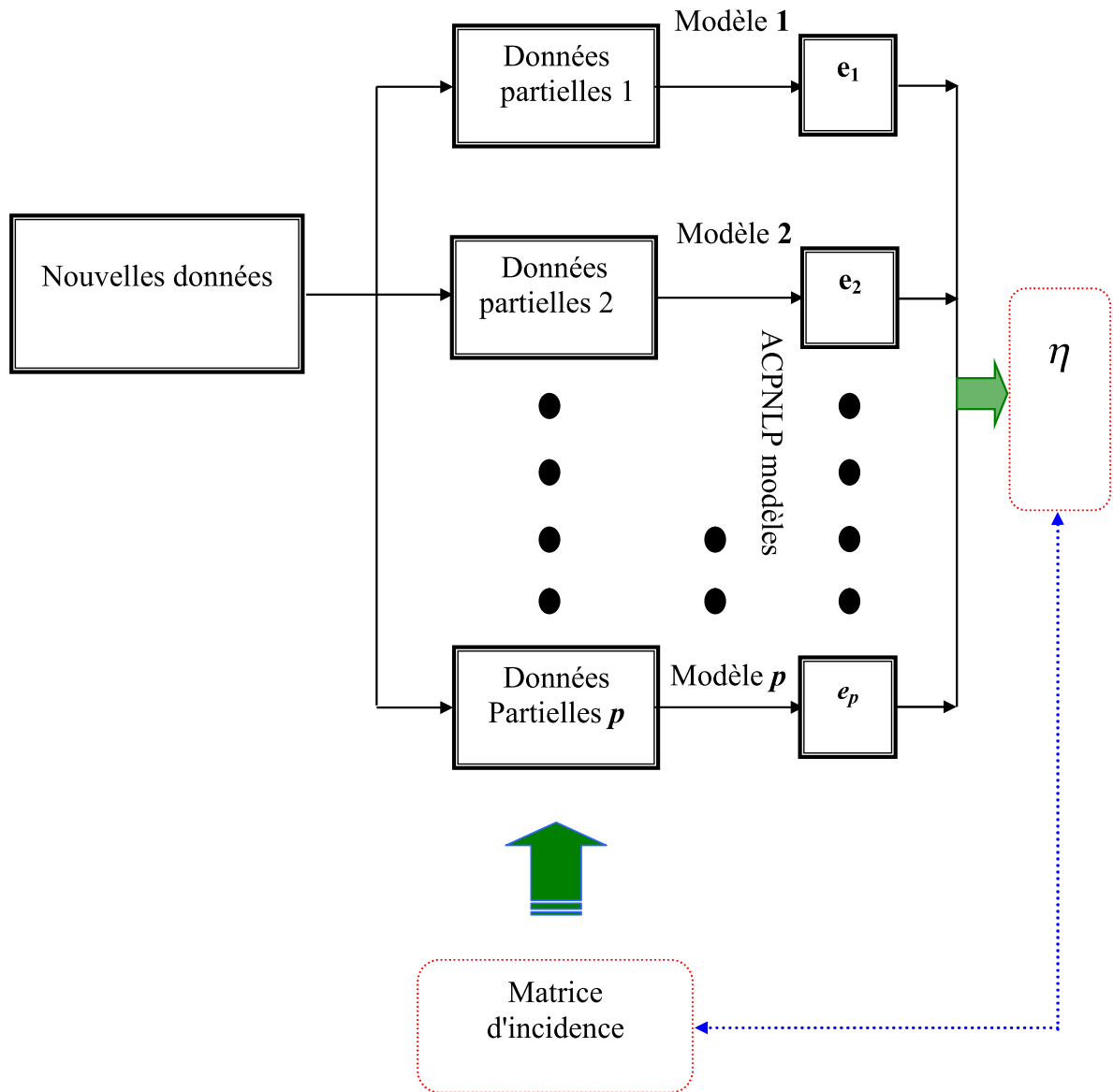


FIGURE 4.18 – Détection et localisation par ACPNL partielle

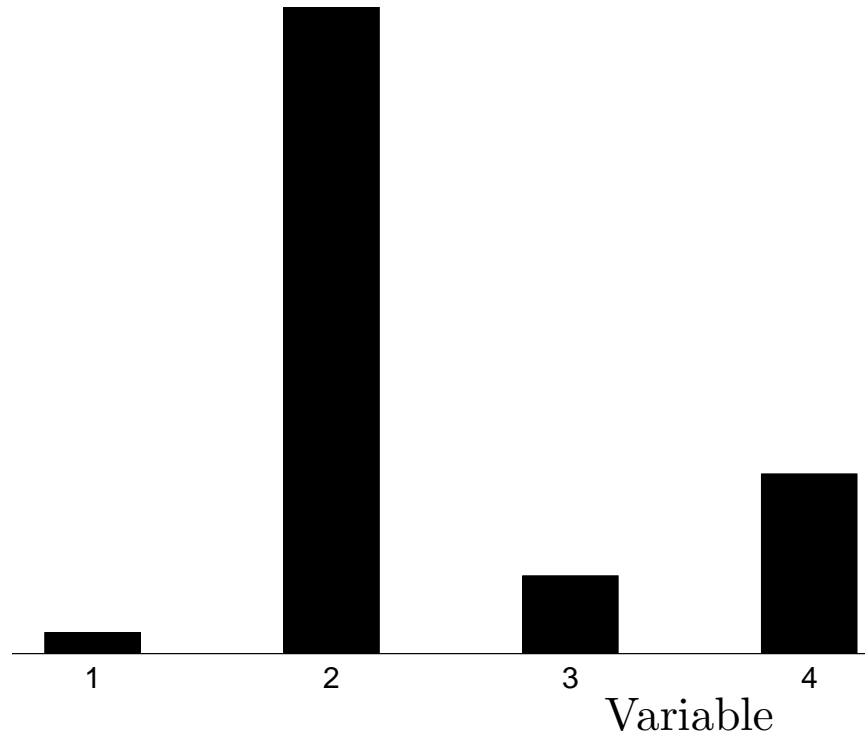


FIGURE 4.19 – Différents résultats de localisation basée sur le principe de contribution

contribution est considérée comme la variable en défaut. Cette approche est largement utilisée dans le cadre de l'ACP.[63],[64],[65].

Dans notre travail nous allons présenter la définition de contribution à l'indice de détection SPE , donc la contribution à l'indice SPE à la j^{me} variable à l'instant k notée par $cont_j^{SPE}(k)$ définie par l'équation :

$$cont_j^{SPE}(k) = (e_j(k))^2 = (x_j(k) - \hat{x}_j(k))^2 \quad (4.53)$$

où $x_j(k)$ est le j^{me} élément du vecteur de mesures $x(k)$

On simule le même exemple précédent avec un défaut affect la variable x_1 , et on calcule la contribution à l'indice SPE filtré, le résultat obtenu est illustré sur la figure (Fig.??) :

A partir de cette figure, on peut constater la fausse localisation de la variable x_1 , et on remarque que la variable x_2 a une contribution supérieure à celles de x_1 et x_3 . De plus, la simulation d'un défaut sur x_3 avec 20 % de la plage de sa variation n'est pas vérifiée, mais lorsque l'on augmente l'amplitude du défaut à 40 %, cela est le cas. Ainsi, on peut conclure que la contribution dépend des amplitudes des variables. Par exemple, la variation de la variable x_3 est petite par rapport à celle de x_2 , même en cas de défaut. La somme de la variation et du défaut reste inférieure à celle de x_2 , et la forte corrélation entre les variables masque le défaut de la variable, comme dans le cas de x_1 et x_2 . En conclusion, ce critère, que l'on retrouve souvent dans la littérature, ne peut pas être exploité pour la localisation de défauts.

4.4.6 Localisation basée sur le principe de reconstruction (ACPNL)

Cette méthode consiste à supposer qu'un capteur est défaillant et à reconstruire la valeur de sa mesure en se basant sur le modèle ACPNL, voir figure (4.20) et les autres capteurs. La procédure est répétée pour chaque capteur. La localisation est effectuée par comparaison de l'indicateur de détection avant et après reconstruction et ceci pour l'ensemble des capteurs. Il faut rappeler que la reconstruction de la variable en défaut élimine l'effet de défaut, ainsi l'indicateur de détection calculé après la reconstruction de la variable en défaut sera inférieur à son seuil de détection alors que les autres indicateurs calculés après la reconstruction des autres variables seront supérieurs à leurs seuils respectif. Pour la i^{me} capteur, sa valeur de reconstruction z_i est définie comme dans le cas linéaire, par une approche itérative, la valeur estimée \hat{x}_i par le modèle ACPNL est ré-estimée par le modèle ACPNL jusqu'à la convergence (Fig.4.20).

$$z_i = \xi_i^T \mathcal{F}(\mathcal{G}(x_i)) \quad (4.54)$$

avec $x_i = [x_1 \ x_2 \ \dots \ \hat{x}_i \ \dots \ x_m]^T$ et ξ_i est la i^{me} colonne de la matrice d'identité. L'expression itérative donnée par(4.54) doit être initialisée avec une valeur bien déterminée $z_i^{(0)}$. On prend comme exemple $z_i^{(0)} = x_i$. Avec cette valeur nous avons remarqué que l'expression(4.54) converge d'une manière rapide.

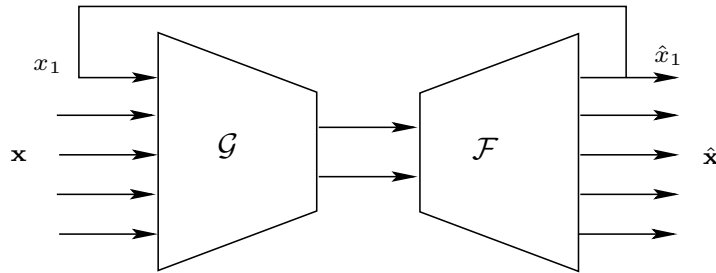


FIGURE 4.20 – Principe de reconstruction (cas non linéaire), exemple de la variable x_1 .

Si on utilise le même exemple précédent en appliquant le principe de la reconstruction, où chaque fois, on essaie de reconstruire une variable et calculer le SPE filtré après reconstruction, les figures suivantes présentent l'évolution du SPE filtré dans le cas normal et le cas d'un défaut affectant la variable x_1 à l'instant 300.

A partir de la figure (FIG.4.23), on constate que l'indice de détection SPE filtré calculé après la reconstruction de la variable x_1 ne présente aucun dépassement au seuil de contrôle, ce qui implique que la variable considérée est la variable en défaut. Et la valeur de remplacement de la variable en défaut est illustrée par la figure ((FIG.4.24).

4.4.7 Localisation basée sur la Contributions par reconstruction RBC :

Parmi les méthodes dédiées au diagnostic de défauts, Alcalá et Qin [66] ont proposé une approche de contributions par reconstruction. Elle est basée sur une utilisation si-

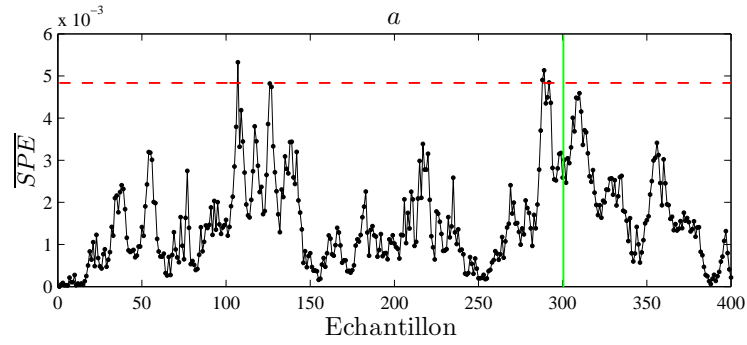


FIGURE 4.21 – SPE filtré : le cas sans défaut

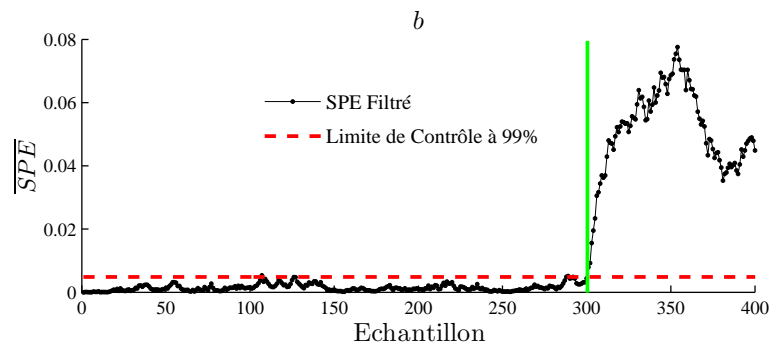


FIGURE 4.22 – Evolution du SPE filtré avec un défaut affectant x_1

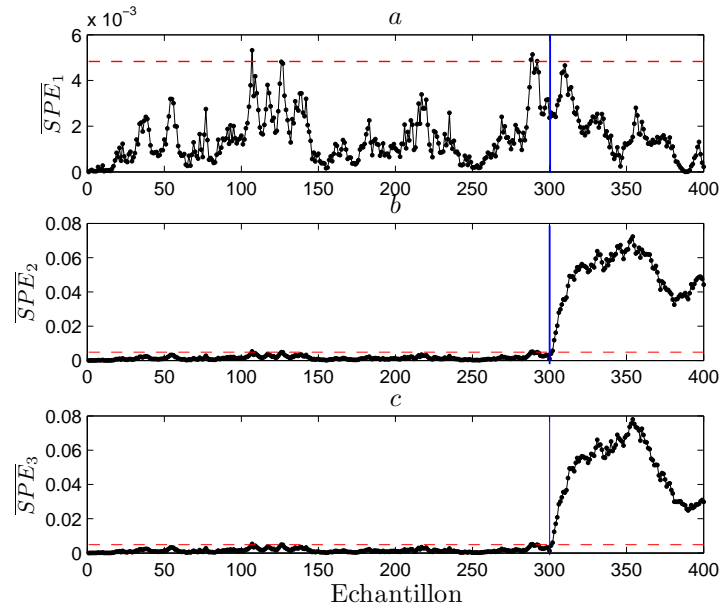


FIGURE 4.23 – Localisation de la variable en défaut x_1 par la reconstruction des 3 variables

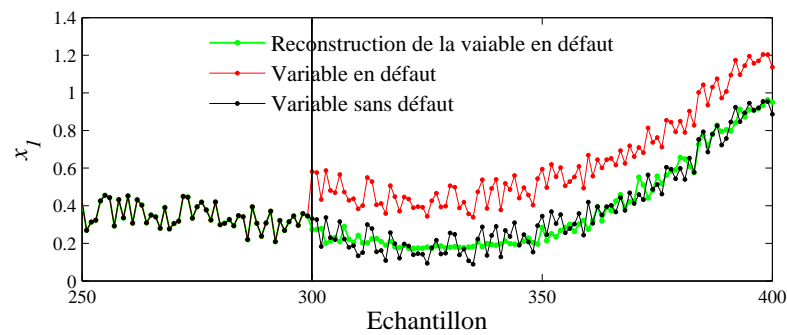


FIGURE 4.24 – Reconstruction de la variable en défaut x_1

multanée du principe de la contribution et celui de la reconstruction. Une telle méthode est exceptionnellement proposée pour diagnostiquer les défauts simples. Le principe de la contribution par reconstruction considère la quantité reconstruite d'un indice de détection le long d'une direction d'une variable donnée comme étant la contribution d'une telle variable.

Dans le cas précis où le défaut présumé f_i est de nature simple ou unidimensionnelle, pour une estimation optimale de l'amplitude du défaut dans la direction de la $i^{\text{ème}}$ variable via la reconstruction de l'indice γ , d'après Alcalá [66], la contribution de la $i^{\text{ème}}$ variable par reconstruction de l'indice γ correspond au carré de la norme de l'amplitude estimée du défaut de la manière suivante :

$$RBC_i^\gamma(k) = \frac{\mathbf{x}^T(k) \mathcal{M} \xi_i \xi_i^T \mathcal{M} \mathbf{x}(k)}{\xi_i^T \mathcal{M} \xi_i} \quad (4.55)$$

4.4.8 Localisation de défauts multiples

Jusqu'ici nous n'avons considéré que le cas d'un défaut simple. Dans le cas de défauts multiples, Staroswiecki et Cassar [67] proposent de générer des signatures supplémentaires pour les défauts multiples en combinant plusieurs signatures de défauts individuelles à l'aide d'un opérateur OU logique.

Généralement, dans le cas de la localisation basée sur le principe de reconstruction, le vecteur de reconstruction $z_R(k)$ et le vecteur de mesures $x(k)$ sont reliés par la relation suivante :

$$z_R(k) = x(k) - \Xi_R f_R(k) \quad (4.56)$$

où $f_R(k)$ est le vecteur des amplitudes de défauts (inconnues). La matrice orthonormale $\Xi_R \in \mathbb{R}^{m \times r}$ indique les directions de reconstruction ; $r \geq 1$ désigne le nombre de variables à reconstruire simultanément et R est le sous-ensemble contenant les indices de variables à reconstruire. La matrice Ξ_R est constituée de 1 pour indiquer les variables reconstruites (respectivement de 0 pour les variables non reconstruites). Par exemple, pour reconstruire le jeu de variables $\mathbf{R} = \{\mathbf{3}, \mathbf{5}\}$ parmi 6 variables, la matrice Ξ_R est donnée par :

$$\Xi_R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.57)$$

La formule de reconstruction varie selon l'indicateur de détection utilisé, on présente une forme générale pour la localisation en reconstruisant l'ensemble des défauts. Etant donné l'expression unifiée de l'indicateur de détection $\Psi(k)$, on observe $\Psi_R(k)$ l'indice correspondant à l'indice $\Psi(k)$ obtenu après reconstruction de r variables simultanément. L'expression générale de reconstruction, notée $\Psi_R(k)$, est donnée par :

$$\Psi_R(k) = \hat{z}_R(k)^T N \hat{z}_R(k) \quad (4.58)$$

où la matrice N est définie dans le tableau 1.1 en fonction de l'indicateur de détection. L'estimation des amplitudes de défauts de $f_R(k)$ permet de déterminer le vecteur de reconstruction (4.56). Cette estimation est obtenue en résolvant le problème d'optimisation suivant :

$$\hat{f}_R(k) = \arg \min_{f_R(k)} \Psi_R(k) \quad (4.59)$$

En vertu de la définition de l'indice $\Psi_R(k)$ (4.58) et de l'expression de $\hat{z}_R(k)$ (4.56), la résolution de l'équation (4.59) permet d'avoir l'estimé des amplitudes de défauts de $f_R(k)$ ayant pour expression :

$$\hat{f}_R(k) = B_R x(k) \quad (4.60)$$

où

$$B_R = (\Xi_R^T N \Xi_R)^{-1} \Xi_R^T N \quad (4.61)$$

La définition de B_R (4.61) met en avant la condition de reconstruction suivante :

Condition de reconstruction

Afin d'assurer la reconstruction, il faut que la matrice $\Xi_R^T N \Xi_R$ soit de plein rang colonne. Cette condition dépend l'indicateur de détection utilisé pour la reconstruction. En remplaçant l'expression (4.60) dans (4.56), le vecteur reconstruit est donné par :

$$[!hhh]\hat{z}_R(k) = G_R x(k) \quad (4.62)$$

où

$$G_R = I_m - \Xi_R B_R \quad (4.63)$$

Compte tenu de la définition de B_R (4.61), l'expression de G_R (4.63) s'explique :

$$G_R = (I_m - \Xi_R^T N \Xi_R)^{-1} \Xi_R^T N \quad (4.64)$$

La matrice G_R possède la propriété suivante :

$$G_R \Xi_R = 0 \quad (4.65)$$

L'élément qui peut conduire à un grand nombre de combinaisons, doubles, triples, etc. Pour diminuer le nombre de signatures théoriques dans ce cas, Weihua et Sirish [56] suggèrent de calculer le nombre maximum de capteurs pouvant tomber en panne en même temps en évaluant la probabilité des défaillances multiples.

Si l'on prend en compte le nombre de capteurs à surveiller qui est (m) , chaque combinaison de capteurs peut tomber en panne simultanément.

Théoriquement il y a $\sum_{i=1}^m C_i^m$ scénarios de défauts, dont C_i^m est la combinaison de i à m . On note que les différents scénarios de défauts, surviennent avec différentes probabilités. Si on veut désigner une approche de localisation, on ne considère que les scénarios qui possèdent des fortes probabilités et on néglige ceux ayant des faibles probabilités. Donc le i^{me} capteur est supposé avoir une fiabilité $\beta_i(k)$, qui peut être différente de la fiabilité de chacun des autres capteurs et peut être une fonction du temps. La probabilité de chaque q capteurs tombant en défaut simultanément, $\forall 1 \leq q \leq m$ est :

$$P_f(q, \beta, m, k) = C_q^m \prod_{i=1}^q (1 - \beta_{f_i}(k)) \prod_{j=q+1}^m \beta_{f_j}^j(k) \quad (4.66)$$

7	6	5	4	3	2	1	Nombre q
0.00	0.00	0.00	0.002	0.0036	0.0406	0.2573	$P_f(q, 95\%, 7, k)$

TABLE 4.2 – Exemple de probabilité du nombre de défauts survenus au même instant[48].

$$= \frac{\prod_{i_1=m+1-q}^m i_1}{\prod_{i_2=1}^q i_2} \prod_{i=1}^q (1 - \beta_{f_i}(k)) \prod_{j=q+1}^m \beta_{f_j}^j(k) \quad (4.67)$$

tel que $\beta_{f_j}(k), \forall j = [q + 1, m]$ est la fiabilité pour laquelle le i^{eme} capteur est probablement fonctionné dans les conditions normales, dans l'autre coté, $1 - \beta_{f_i}(k), \forall i = [1, q]$ est la fiabilité pour laquelle le i^{eme} capteur est tombé en panne. Si on considère une limite ξ pour la probabilité $P_f(q, \beta, m, k)$, par exemple, $\xi = 4\%$, le nombre maximum de défauts tombés en panne simultanément sera :

$$q_{mf} = \max_{q=[1,m]} \{q = \arg \{P_f(q, \beta, m, k) \geq \xi\}\} \quad (4.68)$$

Notons que la solution q , qui satisfait $P_f(q, \beta, m) \geq \xi$ n'est pas unique, seulement le nombre q maximum est sélectionné q_{mf} , généralement, $q_{mf} \leq m$.

Si on considère l'exemple utilisé par Weihua [56] pour un système possédant sept capteurs. Le tableau (4.4.8) présente la probabilité du nombre de défauts survenus au même instant :

Il est clair que le nombre q_{mf} est deux, car les probabilités pour trois et plus de capteurs qui peuvent tomber simultanément en panne sont inférieure au seuil.

La localisation de défauts multiples par reconstruction peut être appliquée de la même manière que pour un défaut unique, en reconstituant en parallèle les variables supposées en défaut. Cependant, il est important de souligner que pour des défauts multiples, la méthode de localisation par reconstruction requiert un nombre très important de combinaisons à tester. Etant donné que le nombre de capteurs défectueux n'est pas connu d'avance, on commence par la reconstruction d'un d'un seul capteur. Si l'indice de détection montre constamment un défaut pour chaque capteur reconstruit, on procède alors à la reconstruction de deux capteurs en considérant toutes les combinaisons envisageables.

4.5 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté les différentes méthodes de détection et localisation des défauts dans le cadre d'une procédure de diagnostic utilisant l'analyse en composantes principales linéaires et non linéaires.

Plusieurs indices de détection ont été présentés, SPE (erreur quadratique de prédiction), SWE (erreur quadratique pondérée), la statistique T^2 de Hotelling, l'indice combiné entre SPE et T^2 . Avec un simple exemple de simulation, les résultats montrent la difficulté de détection par la statistique T^2 , ces résultats montrent aussi l'efficacité du filtrage $EWMA$ d'améliorer la qualité de détection qui est souvent adapté avec l'indice de détection choisis.

Différentes approches de localisation ont été également présentées dans le cas d'un modèle ACP linéaires et non linéaires, la localisation par ACPNL partielles, la localisation par reconstruction et la localisation par calcul des contributions.

Classiquement, la localisation des variables défectueuses est effectuée soit par calcul des contributions des variables à l'indicateur de détection, soit par structuration de résidus. La méthode des contributions est simple à mettre en oeuvre mais se révèle sensible aux points de fonctionnement du système. La structuration des résidus consiste à générer de nouveaux résidus sensibles uniquement à des sous-ensembles particuliers de défauts affectant les variables à surveiller préalablement répertoriées dans un cahier des charges.

La localisation basée sur le principe de reconstruction implique de suspecter qu'une variable est en défaut et d'estimer sa valeur en s'appuyant sur le modèle (ACP ou ACPNL) ainsi que sur les autres variables, puis de comparer l'indice de détection choisis auparavant et après la reconstruction de cette variable. Cette méthode peut être utilisée sur divers indicateurs de détection et elle permet de localiser toutes les variables en défaut dans les différents espaces, résiduel, principal et global.

Cet approche est adapté dans ce travail pour la détection, la localisation et la reconstruction de défauts.

Application du modèle ACPNL pour la détection et la localisation de défauts capteur

Sommaire

5.1	Introduction	101
5.2	Présentation du TEP	101
5.3	Génération des données	104
5.4	Détection et Localisation de défauts	104
5.5	Conclusion	107

5.1 Introduction

L'application du modèle présenté au chapitre précédent demande (comme toute méthode de détection ou de diagnostic basée sur l'analyse de données) une base de données regroupant des observations collectées dans une période de fonctionnement normal, ainsi que des observations des différents défauts déjà connues. Cependant, quelques autres prérequis sont également nécessaires.

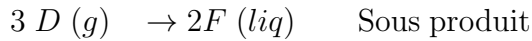
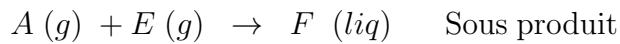
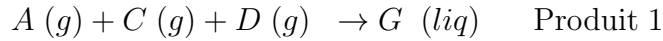
Nous recommandons, avant tout, de travailler sur des données centrées réduites (chaque variable est ramenée à une moyenne nulle et à un écart type unitaire). Bien que cette restriction ne soit pas du tout imposée par la méthode proposée,

5.2 Présentation du TEP

Le Tennessee Eastman Process (TEP) est un procédé développé par la société Eastman Chemical Company afin de fournir une simulation d'un procédé industriel réel pour le test de méthodes de commande et/ou de surveillance de procédé [68], [69]. Le TEP est basé sur un procédé chimique existant réellement, mais dont certains composants, cinétiques, et conditions opérationnelles ont été modifiés afin d'assurer la confidentialité du procédé réel. Le TEP a été très utilisé par la communauté de la surveillance des procédés afin de

comparer certaines méthodes [49], [70],[71]

Ce procédé (Fig.5.1) est composé de cinq éléments principaux : un réacteur, un compresseur, un décapeur, un séparateur et un condenseur. Le procédé produit deux composants liquides G et H à partir de quatre gaz réactifs A , C , D et E . Le système implique également un gaz B inerte (non réactif), ainsi qu'un dérivé de production F . Huit composants sont donc impliqués dans le procédé. Les réactions chimiques du procédé sont données par le système d'équation :



$$\dot{x} = f(x, u, d) \quad (5.1)$$

$$y = g(x, u, d) \quad (5.2)$$

Le vecteur u est le vecteur d'entrée de dimension 10, et y est le vecteur de sorties de dimension 42.

Toutes les réactions sont irréversibles, exothermiques et approximativement de premier ordre en respect des concentrations des différents réactifs. Les taux de réactions suivent une loi d'Arrhenius [68], et la réaction produisant G possède une énergie d'activation élevée, résultant en une forte sensibilité à la température. Les gaz réactifs (A , C , D et E) alimentent le réacteur ou ils réagissent et forment, à l'aide d'un catalyseur, les produits G et H sous forme gazeuse.

Un système de refroidissement liquide (par eau) à l'intérieur du réacteur permet l'extraction d'une grande partie de la chaleur produite par celui-ci. Les produits quittent le réacteur, alors que le catalyseur reste dans celui-ci. Le gaz produit est refroidi au moyen d'un condenseur et alimente alors le séparateur liquide vapeur. La vapeur non condensée dans le séparateur est renvoyée vers le réacteur au moyen d'un compresseur. Le gaz inerte B et le produit dérivé F sont purgés du procédé dans le séparateur. Le flux condensé dans le séparateur est envoyé au décapeur qui a pour but d'éliminer les dernières traces de réactifs. Alors, les produits G et H sont aspirés à l'extérieur du procédé par une unité non représentée sur la figure (Fig.5.1).

Ce procédé comporte 53 variables : 12 variables d'asservissement (de réglage) et 41 variables mesurables. Parmi les 41 variables mesurables, 22 sont des variables mesurables en continu (ce sont les valeurs des capteurs du procédé), alors que les autres sont des mesures de compositions telles que des concentrations, et ne sont donc pas disponibles en continu mais échantillonnées. Les 22 variables mesurables en continu sont listées dans la table (5.2).

Unité	Variable	
Kscmh	Alimentation A	01
Kg/h	Alimentation D	02
Kg/h	Alimentation E	03
Kscmh	Alimentation $A+C$	04
Kscmh	Flux recycle	05
Kscmh	Alimentation du réacteur	06
KPa	Pression du réacteur	07
%	Niveau du réacteur	08
°C	Température du réacteur	09
Kscmh	Taux de purge	10
°C	Température du séparateur	11
%	Niveau du séparateur	12
KPa	Pression du Séparateur	13
m ³ /h	Flux du Séparateur	14
%	Niveau du Stripper	15
KPa	Pression du Stripper	16
m ³ /h	Flux du stripper	17
°C	Température du stripper	18
Kg/h	Flux du Vapeur	19
Kw	Puissance du compresseur	20
°C	Temp de l'eau de refroidissement du réacteur	21
°C	Temp froid du Condenseur	22
Mol%	Alimentation %A	23
Mol%	Alimentation %B	24
Mol%	Alimentation %C	25
Mol%	Alimentation %D	26
Mol%	Alimentation %E	27
Mol%	Alimentation %F	28
Mol%	Purge %A	29
Mol%	Purge %B	30
Mol%	Purge %C	31
Mol%	Purge %D	32
Mol%	Purge %E	33
Mol%	Purge %F	34
Mol%	Purge %G	35
Mol%	Purge %H	36
Mol%	Produits %D	37
Mol%	Produits %E	38
Mol%	Produits %F	39
Mol%	Produits %G	40
Mol%	Produits %H	41

TABLE 5.1 – Variables mesurées en continu du TEP.

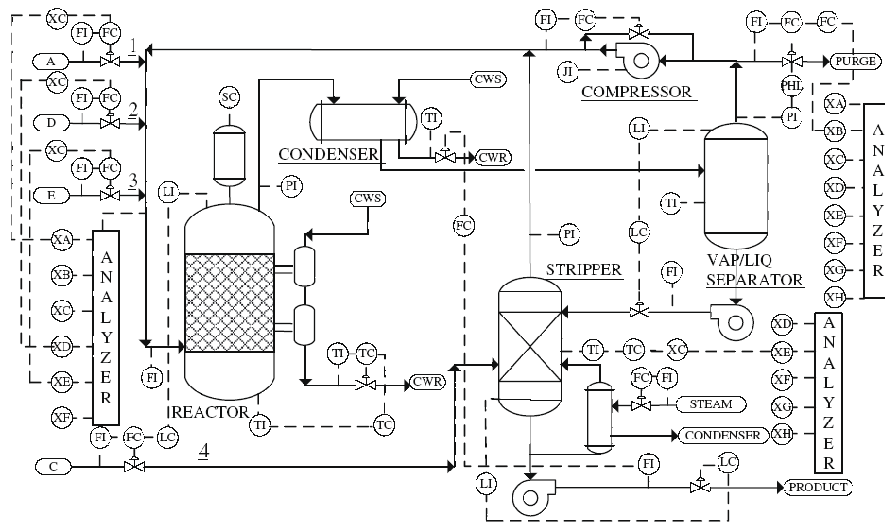


FIGURE 5.1 – Schéma de Tennessee Eastman Process.

En ce qui concerne les méthodes de diagnostic des procédés industriels, l'intérêt du *TEP* est qu'il peut être soumis à 21 défauts différents. Ces défauts sont de diverses natures : saut en échelon de certaines variables internes, augmentation de la variabilité de certaines autres, ou bien faute d'actionneurs tel qu'une vanne bloquée. La description de ces 21 défauts est faite dans le tableau (5.2), tel que les défauts *IDV(16)* à *IDV(21)* sont inconnus.

5.3 Génération des données

Dans cet application le processus fonctionne dans le mode de bon fonctionnement, dont on a généré un ensemble de données sans défaut pour estimer le modèle NLPCA proposé. L'ensemble de données contient 500 observations recueilli à un intervalle avec un pas d'échantillonnage de 3 min. Et les défauts ont été introduits l'instant $20h$ après le démarrage de la simulation. Ainsi, les 400 premiers échantillons représentent le fonctionnement normale, et les 100 derniers échantillons portent un changement de type biais simulé sur la variable m_4 (réacteur d'alimentation) qui signifie que la relation entre le processus génère des changements dans le modèle original et l'état d'équilibre ne sera pas assuré pour les données erronées, de sorte que la variation du taux de réacteur d'alimentation et les compositions de flux dans le réacteur provoque des variations du niveau du réacteur, ce qui affecte le débit dans le courant du réacteur.

5.4 Détection et Localisation de défauts

Une fois que les données sont générées, l'algorithme de NLPCA (modèle proposé) est appliqué aux données de bon fonctionnement et quatre composantes principales non

Variable	Description	Type
IDV(1)	Ratio d'alimentation A/C	Saut
IDV(2)	Composition en B	Step
IDV(3)	Temp. d'alimentation en D	Saut
IDV(4)	Temp. d'entrée du ref. liq. au réacteur	Saut
IDV(5)	Temp. d'entrée du ref. liq. au condenseur	Saut
IDV(6)	Baisse d'alimentation en A	Saut
IDV(7)	Perte de pression de l'alimentation en C	Saut
IDV(8)	Composition d'alimentation en A, B et C	Random variation
IDV(9)	Temp. d'alimentation en D	Variation aléatoire
IDV(10)	Temp. d'alimentation en C	Variation aléatoire
IDV(11)	Temp. d'entrée du ref. liq. au réacteur	Variation aléatoire
IDV(12)	Temp. d'entrée du ref. liq. au condenseur	Variation aléatoire
IDV(13)	Cinétiques des réactions	Dérive lente
IDV(14)	Valve du ref. liq. au réacteur	Bloquée
IDV(15)	Valve du ref. liq. au condenseur	Bloquée
IDV(16)	Inconnue	Inconnue
IDV(17)	Inconnue	Inconnue
IDV(18)	Inconnue	Inconnue
IDV(19)	Inconnue	Inconnue
IDV(20)	Inconnue	Inconnue
IDV(21)	Inconnue	Inconnue

TABLE 5.2 – Les différents défauts du TEP avec schéma de commande de base.

linéaires sont retenues pour ce modèle, qui expliquent 98,68% de la variance des projections, la limite de contrôle de SPE filtré est utilisée pour évaluer les résidus. Dans cet étude, toutes les limites de contrôle sont basées sur la limite de contrôle à 99 % et à 95 %. Ainsi la figure (Fig.5.2) illustre l'évolution de la statistique SPE filtré à partir de données représentant le fonctionnement normal, et les figures (Fig.5.3),(Fig.5.4) présentent les mesures et leurs estimations obtenues par le modèle ACPNL de la variable m_8 .

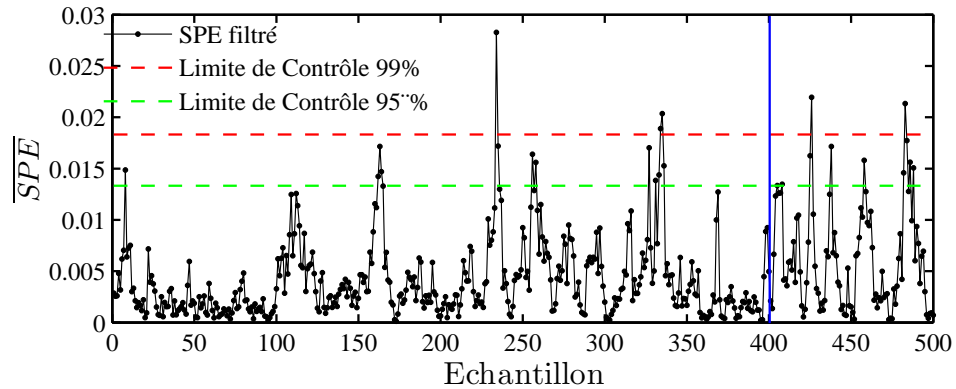


FIGURE 5.2 – \overline{SPE} généré après le calcul du modèle ACPNL.

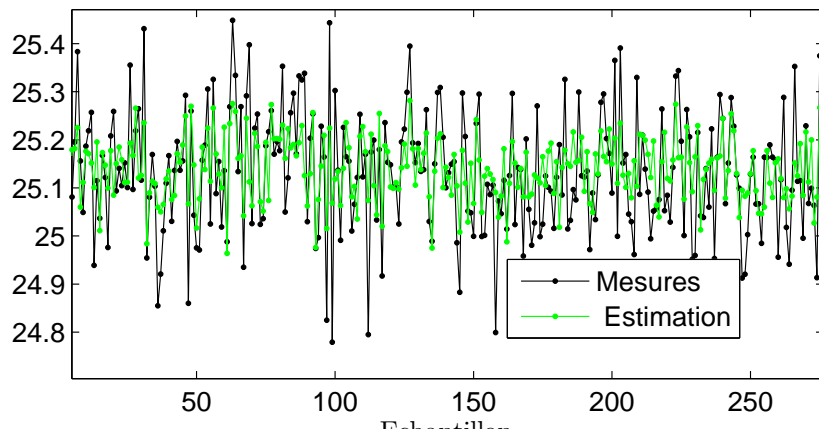
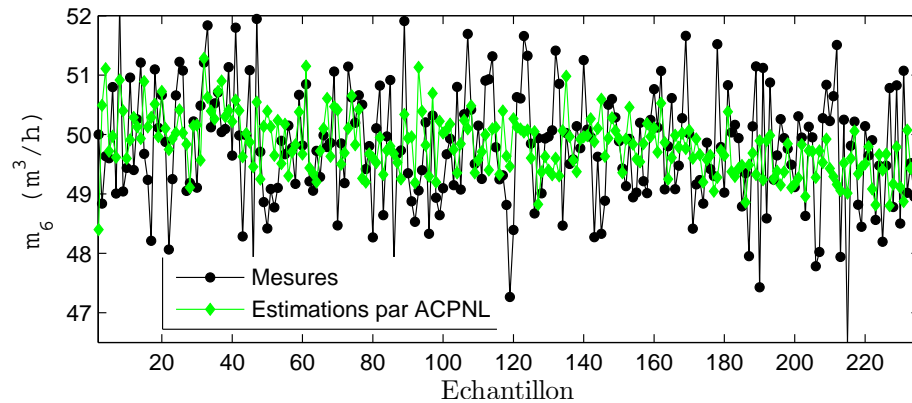
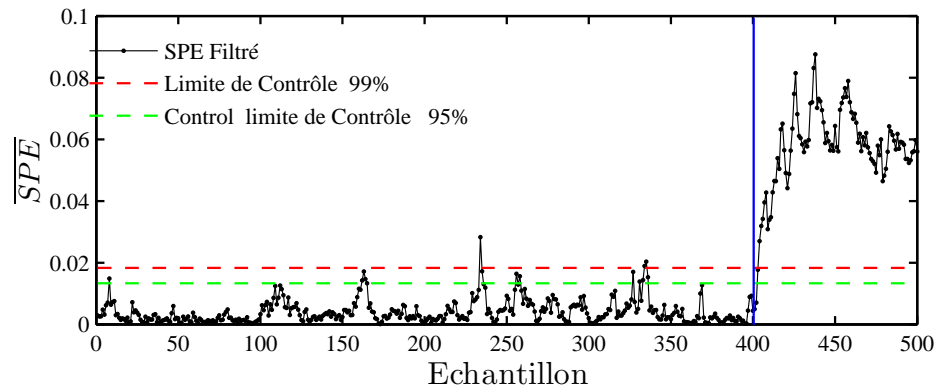


FIGURE 5.3 – mesure et estimation de m_8 .

Une fois le défaut est détecté, nous cherchons à localiser la variable en défaut. Pour cela, on applique le principe de reconstruction à l'indice de détection SPE filtré.

La figure (Fig.5.6) présente l'évolution de différents indices de détection \overline{SPE}_j ($j = 1, 2, \dots, 12$) calculés après la reconstruction de chaque variable parmi l'ensemble des variables à surveiller. Il est clair que l'indice \overline{SPE}_4 calculé après la reconstruction de la variable m_4 ne présente aucun dépassement du seuil de contrôle, ce qui implique que la variable considérée est la variable en défaut.

FIGURE 5.4 – mesure et estimation de m_6 .FIGURE 5.5 – Evolution du \overline{SPE} dans le des données en défaut

5.5 Conclusion :

Ce chapitre a été consacré à l'application de l'analyse en composantes principales non linéaires (ACPNL) pour la détection et la localisation de défauts de capteurs d'un processus réel (TEP). Ce processus est largement utilisé pour des applications différentes notamment le diagnostic en raison de sa richesse d'informations à fournir. Dans ce cadre, nous avons appliqué le nouveau modèle ACP non linéaire développé dans ce travail. Les résultats obtenus en utilisant ce modèle pour la détection et la localisation de défauts capteurs du (TEP), les résultats obtenus sont très encourageants à approfondir l'étude pour finaliser une procédure de diagnostic.

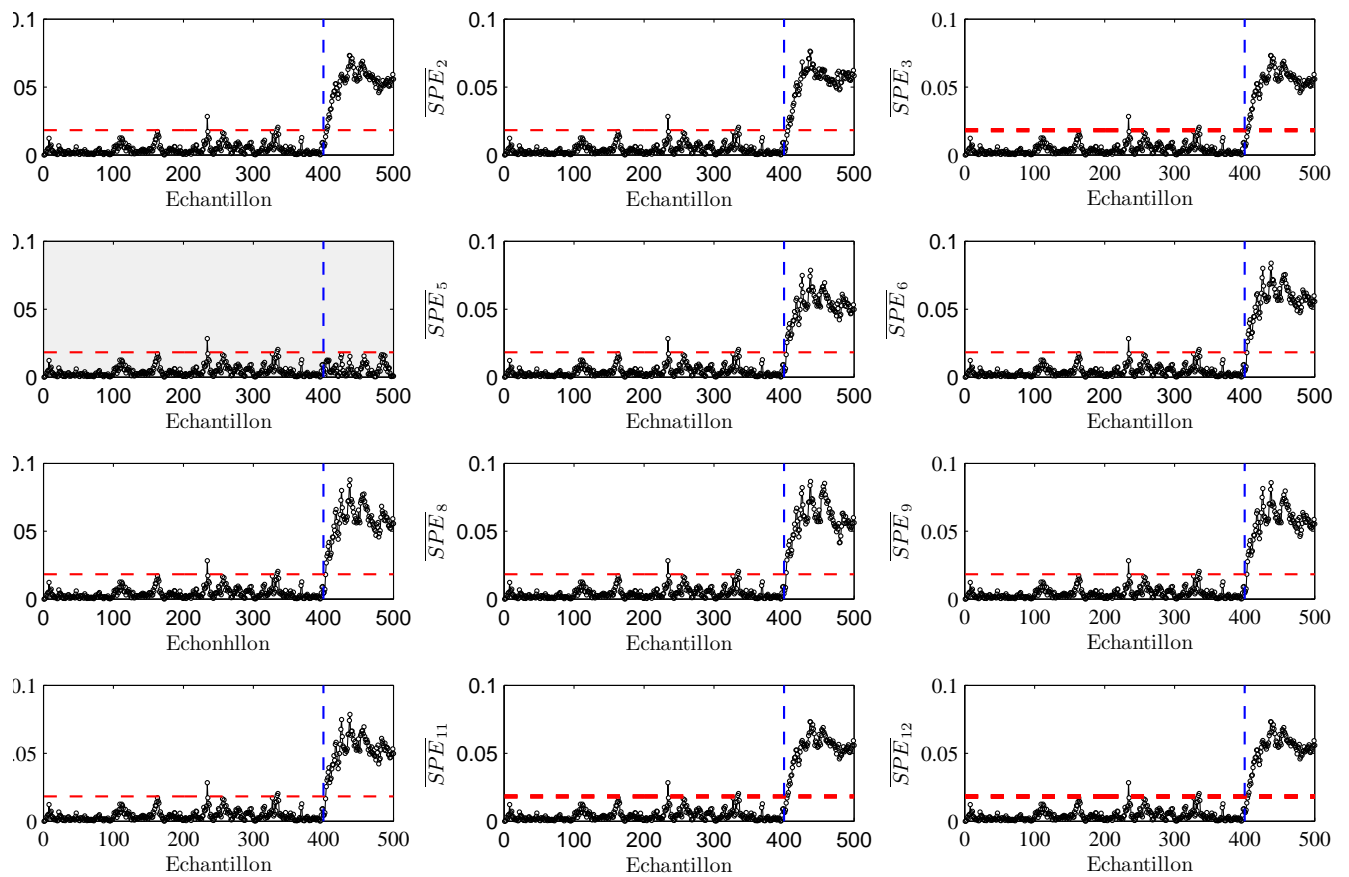
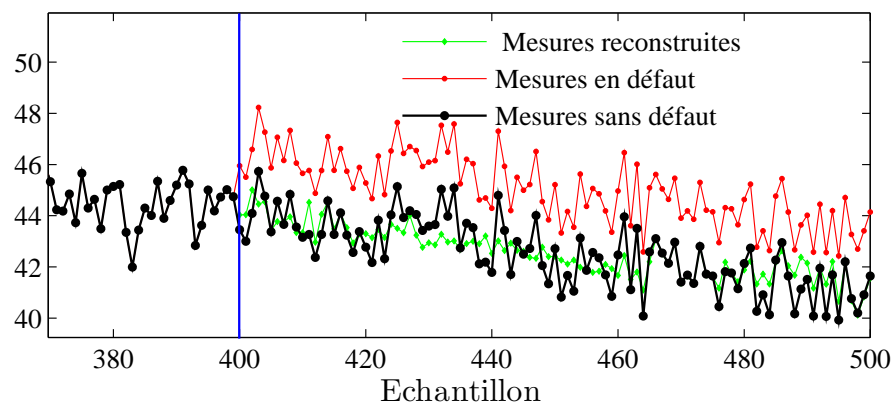


FIGURE 5.6 – Evolution du \overline{SPE}_j après la reconstruction de chaque variable m_j , $j=1, 2, \dots, 12$.

FIGURE 5.7 – La reconstruction de la mesure en défaut m_4 .

Conclusion Générale et Perspectives

La détection et la localisation des défauts ont une importance capitale dans les systèmes industriels. La détection précoce des défauts est cruciale pour éviter les dommages écologiques, la dégradation de la performance et de la qualité, la diminution de la productivité, ainsi que pour garantir la sécurité des personnes et la continuité des installations industrielles. Les approches reposant sur l'analyse en composantes principales (ACP) sont très pertinentes pour révéler les corrélations linéaires importantes entre les variables du processus sans énoncer clairement le modèle du système.

Un de nos objectifs a donc été d'appliquer l'analyse en composantes principales pour identifier et localiser les défauts.

Avant tout, nous avons présenté le principe du diagnostic et quelques notions utiles dans ce domaine, ainsi que le principe de l'analyse en composantes principales (ACP). L'ACP permet d'étudier les relations qui existent entre les variables et d'identifier les dépendances entre les observations multivariées afin d'obtenir une représentation compacte de celles-ci. Dans ce travail, l'ACP est utilisée comme une technique de modélisation des relations entre les différentes mesures. Les paramètres du modèle est effectuée par l'estimation des valeurs et vecteurs propres de la matrice de corrélation des données. Cependant, la détermination de la structure du modèle, nécessite le calcul du nombre de composantes à retenir dans ce modèle (nombre de vecteurs propres). Pour cette raison, plusieurs critères de sélection du nombre de composantes ont été présentés. Le choix adopté dans ce travail s'est porté sur le critère utilisant le principe de reconstruction en minimisant la variance de l'erreur d'estimation des variables reconstruites.

Dans le troisième chapitre de cette thèse, nous avons présenté l'extension de l'ACP dans le cas non-linéaire (ACP_{NL}). Nous avons présenté les principales méthodes de calcul du modèle ACP_{NL} développées dans les 30 dernières années. Ces méthodes peuvent être classées en trois grandes catégories :

- Les méthodes des courbes principales,
- Méthodes basées sur les réseaux de neurones,
- Méthodes à Noyaux.

La méthode des courbes principales, donne une estimation des variables originelles et des composantes principales non-linéaires mais ne permet pas d'avoir un modèle de représentation pour une estimation en ligne. Les méthodes neuronales les plus utilisées,

est celle basée sur une structure de réseau à cinq couches, l'apprentissage d'un tel réseau est très coûteux en terme de temps de calcul en plus du problème de convergence. Pour cette raison, beaucoup de solutions ont été proposées.

Un modèle ACPNL obtenu en utilisant un réseau de neurones à trois couches et dont l'apprentissage est effectué en minimisant à la fois les poids et les entrées du réseau. Cependant, pour de tels réseaux, l'apprentissage est très lourd et demande beaucoup de temps de calcul en plus des problèmes d'initialisation et de convergence.

Une autre solution propose une approche pour l'analyse en composantes principales en utilisant deux réseaux de fonctions de bases radiales (RBF) à trois couches en cascade en maximisant la variance des sorties du premier réseau. Cette maximisation permet de calculer les composantes principales non linéaires. Ainsi, l'apprentissage du second réseau se ramène à un problème de régression. Harkat et al présentent une autre variante du modèle ACPNL combinant l'algorithme des courbes principales et deux réseaux RBF à trois couches en cascade. Ainsi, le problème d'apprentissage se ramène à un problème de régression linéaire par rapport aux poids de la couche de sortie.

En se basant sur le même principe et dans le but d'unifier le problème d'apprentissage, nous avons proposé un modèle ACPNL en utilisant deux types de réseaux de neurones en cascade [14], le premier est basé sur l'algorithme proposé par [9] utilisé pour calculer à la fois, les composantes principales recherchées, et le modèle d'estimation la projection inverse (de composantes principales vers l'estimation des données originelles), quant au deuxième réseau, un réseau RBF à trois couches est utilisé pour calculer le sous-modèle de projection (Espace de mesures vers composantes principales), dont les composantes principales calculées par le premier réseau sont utilisées comme les entrées de ce réseau, ainsi, le problème d'apprentissage se ramène à un problème de régression linéaire par rapport aux poids de la couche de sortie.

L'objectif principal de ce travail était de développer ce nouveau modèle et de l'appliquer pour la détection et localisation de défauts dans un cadre de l'ACP non linéaire.

La troisième classe des méthodes d'analyse en composantes principales est basée sur les fonctions noyaux (Kernel PCA). Cette extension consiste à projeter les données dans un espace d'hypothèse de dimension très grande (Espace de Hilbert à noyau reproduisant (RKHS) et d'identifier le modèle ACP linéaire dans cet espace. Vue de sa dimension, la plupart des études menées jusqu'à aujourd'hui ne portent que sur la détection des défauts.

Une fois le modèle (ACPNL) est identifié (détermination à la fois des variables à surveiller, du nombre de composantes retenu et la structure des deux réseaux de neurones), la procédure de détection et localisation de défauts peut être effectuée par génération des indicateurs de défauts (résidus) en comparant le comportement observé du processus donné par les variables mesurées et le comportement prévu donné par le modèle ACPNL. Ce chapitre est décomposé en deux parties :

- Dans le cadre de la détection de défauts analyse en composantes principales, la plupart des méthodes utilisent des indices statistiques qui peuvent être dans le sous-espace principal, soit dans le sous-espace résiduel, soit dans l'espace total de représentation des données. La présence de défauts affectant une ou plusieurs variables provoque un changement dans les relations de corrélations entre variables. Dans ce cas, les coordonnées de projection dans le sous-espace résiduel présentent

des augmentations de leurs valeurs comparées aux celles obtenues en bon fonctionnement. Pour détecter un tel changement aux corrélations, deux tests de détection sont souvent utilisés : la statistique de Hotelling T^2 et l'erreur quadratique de prédiction *SPE* (Squared Prediction Error). Dans ce cadre, beaucoup de travaux pour améliorer la qualité de détection (sensibilité aux erreurs de modélisation, insensibilité aux défauts de faibles amplitudes) par ACP ont été proposés et sont exposés dans ce chapitre comme exemple le test combiné utilisant l'espace total.

- Pour localiser la (ou les) variable en défaut, différentes méthodes de localisation de défauts utilisant l'analyse en composantes principales ont été exposées. Une approche largement utilisée consiste à calculer les contributions individuelles des variables à l'indice de détection.

Une méthode inspirée des méthodes de localisation à base de redondances analytiques utilisant la structuration des résidus à partir d'un modèle ACP et ACPNL utilisent une structuration particulière des résidus appelée ACP partielles. Une autre méthode basée sur le principe de reconstruction. Le principe de cette approche est de calculer l'indice de détection après la reconstruction de chaque variable qui peut être supposée en défaut et le comparant avec celui avant la reconstruction, cette comparaison permet de définir la variable incriminée. La localisation basée sur l'ACP partielles et le principe de reconstruction, peut être étendue au cas non linéaire et défauts multiples.

Dans le dernier chapitre, nous avons présenté l'application du modèle ACPNL proposé à la détection et à la localisation de défauts d'un processus chimique connu sous le nom de Tennessee Eastman. En utilisant le modèle ACPNL développé (dans le troisième chapitre), un indice de détection SPE filtré et le concept de reconstruction, nous avons pu détecter et localiser des défauts de capteurs. Les résultats obtenus sont très encourageants et justifient d'approfondir l'étude pour finaliser une procédure de diagnostic, tant pour la phase de génération des résidus que pour les étapes de détection, de localisation et de reconstruction de l'élément en défaut.

Bibliographie

- [1] J. Gertler, D. Singer, "a new structural framework for parity equation-based failure detection and isolation", *Automatica*, 1990, Vol. 26(2),.
- [2] P. Frank, "fault diagnosis in dynamical system using analytical and knowledge based redundancy : a survey and some new results", *Automatica*, 1990, Vol. 6(3), pp. 459–474.
- [3] H. Hotelling, " analysis of a complex of statistical variables into principal components", *Journal of Educational Psychology*, 1933, Vol. 24, pp. 417–441.
- [4] M. Harkat, Y. Tharrault, G. M. J. Ragot, Multiple sensor fault detection and isolation of an air quality monitoring network using rbf-nlpca mode, *International Journal of Adaptive and Inovative Systems*, 2010, 1 (3,4) 267–284.
- [5] R. Dunia, S. Qin, J. Ragot, T. McAvoy, "identification of faulty sensors using principal component analysis", *AIChE Journal*, 1996, Vol. 42, pp. 2797–2812.
- [6] Y. Huang, A. J. Gertler, T. McAvoy, "sensor and actuator fault isolation by structured partial pca with nonlinear extensions", *International Journal of Advanced Science and Technology*, 2000, Vol. 50, January.
- [7] T. Hastie, W. Stuetzle, "principal curves", *Journal of the American Statistical Association*, 1989, Vol. 84, pp. 502–516.
- [8] M. Kramer, "nonlinear principal component analysis using auto-associative neural networks", *AIChE Journal*, 1991, Vol. 37, pp. 233–243.
- [9] S. Tan, M. Mavrovouniotis, "reduction data dimensionality through optimizing neural network inputs", *AIChE Journal*, 1995, Vol. 41, pp. 1471–1480.
- [10] D. Dong, T. McAvoy, "nonlinear principal component analysis based on principal curves and neural networks", *Computers and Chemical Engineering*, 1996, Vol. 20, pp. 65–78.
- [11] M. Harkat, G. Mourot, J. Ragot, "variable reconstruction using rbf-nlpca for process monitoring", *Proc. SAFEPROCESS, IFAC Symposium Conf. on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Process*, 2003, Washington, USA.
- [12] J. Verbeek, "a k-segments algorithm for finding principal curves", *Pattern Recognition Letters*, 2002, Vol. 23, pp. 1009–1017.

-
- [13] A. Webb, N. Vlassis, B. Krose, "a loss function to model selection in nonlinear principal components", *Neural Networks Journal*, 1999, Vol. 12, pp. 339–345.
- [14] M. Bouakkaz, M. Harkat, D. Mesadeg, "new nlpca model combining neural principal curves and rbf neural network for process monitoring", *The Mediterranean Journal of Measurement and Control*, 2015, Vol. 11(4), 492–502.
- [15] B. Schölkopf, A. J. Smola, K. R. Muller, "nonlinear component analysis as a kernel eigenvalue problem", *Neural Computation*, 1998, Vol. 10, pp. 1299–1319.
- [16] G. Zwingelstein, "diagnostic des défaillances, théorie et pratique pour les systèmes industriels", Edition Hermès., 1995,.
- [17] M. H. an G. Mourot, J. Ragot, "différentes méthodes de localisation défauts basées sur les dernières composantes principales", *Centre de recherche en Automatique de Nancy UMR*, 2002, Vol. pp. 7039.
- [18] R. Isermann, "process fault detection based on modeling and estimation methods -a survey", *Automatica*, 1984, Vol. 20, 387–404.
- [19] D. Maquin, ".surveillance et diagnostic des processus", *Centre de recherche en Automatique de Nancy .France*, 2001, ,.
- [20] T. Rosario, "commande et diagnostic des systèmes dynamiques.", *Ellipses*, 2005,.
- [21] L. Mironowski, "structural diagnosis in linear dynamic systems", *Autom and remote control*, 1979, Vol. 40, 120–128.
- [22] M. Harkat, S. Djellel, N. Doghmane, M. Benouareth, "sensor fault detection, isolation and reconstruction using nonlinear principal component analysis", *International Journal of Automation and Computing*, 2007, Vol. 4, pp. 149–155.
- [23] S. Qin, R. Dunia, "determining the number of principal components for best reconstruction", *proceedings of the 5-th IFAC Symposium on Dynamics and Control of process Systems*, 1998, Corfu, Greece pp. 359–364.
- [24] I. Daubechies, "orthonormal bases of compactly supported wavelets", *Communications on pure and applied mathematics*, 1988, 41(7) 909–996.
- [25] I. Daubechies, "the wavelet transform, time-frequency localization and signal analysis", *IEEE Transactions on Information Theory*, 1990, 36(5) 961–1005.
- [26] Y. Meyer, "wavelets-algorithms and applications", *Society for Industrial and Applied Mathematics Translation*, 1993, 01.
- [27] S. G. Mallat, "a wavelet tour of signal processing", *Academic press*, 1999, 36(5) 961–1005.
- [28] A. Haar, "zur theorie der orthogonalen funktionensysteme", *Mathematische Annalen*, 1910, 69(3) 331–371.
- [29] S. G. Mallat, "a theory for multiresolution signal decomposition : the wavelet representation", *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1989, 11(7) 674–693.
- [30] S. Matthias, "validation of nonlinear pca, neural processing letters", *AIChE Journal*, 2012, Vol. 36, Issue. 1, pp. 21–31.

-
- [31] C. Jutten, O. Fambon, "purning methods : a review", European Symposium on Artificial Neural Networks ESANN'95 , 1995, (Bruges, Belgium, 19-21 April) 129–140.
- [32] K. Funahashi, "on the approximate realization of continuous mappings by neural networks", Neural Networks, 1989, Vol. 2, Issue. 11, pp. 183–192.
- [33] G. Cybenko, "approximation by superposition od sigmoidal function", Mathematics of Control Signal and Systems, 1989, Vol. 2, Issue. 11, pp. 303–314.
- [34] S. Bornholdt, D. Graudenz, "general asymmetric neural networks and structure design by genetic algorithms", Neural Networks, 1992, 5 327–334.
- [35] E. Bartlett, "dynamisue node architecture learning : aninformation theoric approach", Neural Networks,1994, 7(1) 129–140.
- [36] K. Mohraz, P. Protzel, "a flexible neural network construction algorithm", European Symposium on Artificial Neural Networks ESANN'96 , 1996, (Bruges, Belgium, 24-26 April) 111–116.
- [37] S. Kung, "digital neural networks", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J, 1993,.
- [38] P. P. V. D. Smagt, B. J. A. Krose, "a real time neural robot controller", Proc. of the Int. Conf on artificial Neural networks, Espoo, Finland, 1991, 351–356.
- [39] E. C. Malthouse, R. S. H. Mah, A. C. Tanhane, " some theoretical results on nonlinear principal component analysis.", Proceeding of the ACC, Seattle, Washington, 1995, 20(4) 397–405.
- [40] M. LeBlanc, R. Tibshirani, "adaptive principal surfaces", Journal of American Statistical Association, 1994, Vol. 89(425), pp. 53–64.
- [41] W. Hsieh, C. Li, "nonlinear principal component analysis by neural networks", Tellus Journal, 2001, Vol. A, Issue. 11, pp. 599–615.
- [42] J. Shi, M. Yong, "levenberg-marquardt algorithm for nonlinear principal component analysis neural network through inputs training", Proc. 5th World Cong. on Intelligent Control and Automation, 2004, Hangzhou, PR China, pp. 3278–3281.
- [43] Q. Zhu, C. Li, "dimensionality reduction with input training neural network and its application in chemical process modeling", Chinese Journal, 2006, Vol. 14, No. 5, pp. 597–603.
- [44] M. Harkat, G. Mourot, J. Ragot, "nonlinear pca combining principal curves and rbf-networks for process monitoring", Proc. 42nd IEEE Conf. on Decision and Control, 2003, Maui, Hawaii, USA.
- [45] J. C. Dunn, "a fuzzy relative of the isodata process and its use in detecting compact well-separated clusters", Journal of Cybernetics, 1973, 3(3) 32–57.
- [46] C. J. Bezdek, "pattern recognition with fuzzy objective function algorithms", , 1981,.
- [47] X. Liu, K. Li, M. McAfee, J. Deng, "improved nonlinear pca based on rbf networks and principal curves", Lecture Notes in Computer Science, 2010, Vol. 6328, pp. 07–15.
- [48] S. Valle, L. Weihua, S. Qin, "selection of the number of principal components : The variance of the reconstruction error criterion with a comparison to other methods", Industrial and Engineering Chemistry Research, 1999, Vol. 38, 4389–4401.

-
- [49] G. Zhiqiang, S. Chunjie, S. Zhihuan, "improved kernel pca-based monitoring approach for nonlinear processes", *Chemical Engineering Science*, 2009, Vol. 64, pp. 2245–2255.
- [50] M. F. Harkat, G. Mourot, J. Ragot, "diagnostic de fonctionnement de capteurs d'un réseau de surveillance de la qualité de l'air par analyse en composantes principales", *Journal Européen des Systèmes Automatisés (JESA)*, Vol. 39, (2005) 417–436.
- [51] M. Harkat, G. Mourot, J. Ragot, "an improved pca scheme for sensor fdi : application to an air quality monitoring network", *Journal of Process Control*, 2006, Vol. 16, 625–634.
- [52] H. Yue, S. Qin, "reconstruction-based fault identification using a combined index", *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 2001, Vol. 40, pp. 4403–4414.
- [53] T. Kourti, J. MacGregor, "multivariate spc methods for process and product monitoring", *Journal of Quality Technology*, 1996, Vol. 28, 409–428.
- [54] J. Gertler, T. McAvoy, "principal component analysis and parity relations - a strong duality", *Proceedings of IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Process*, 1997, Vol. Hull, UK Issue. 11, pp. 837–842.
- [55] J. Jakson, J. Wiley, S. Inc, "control procedures for residuals associated with principal component analysis", *Technometrics*, 1979, Vol.21(3), 387–404.
- [56] J. Westerhuis, S. Gurden, A. Smilde, "standardized q-statistic for improved sensitivity in the monitoring of residuals in mspc", *Journal of Chemometrics*, 2000, Vol. 14, 335–349.
- [57] G. E. Box, "some theorems on quadratic forms applied in the study of analysis of variance problems : Effect of inequality of variance in one-way classification.", *The Annals of Mathematical Statistics*, 1954, 25 290–320.
- [58] S. J. Qin, " statistical process monitoring : basis and beyond.", *Journal of Chemometrics*, 2003, 17 480–502.
- [59] H. Tong, C. M. Crow, " detection of gross errors in data reconciliation by principal component analysis.", *AIChE Journal*, 1995, 41 1712–1722.
- [60] M. F. Harkat, " détection et localisation de défauts par analyse en composantes principales.", *Thèse de Doctortat de L'Institut National Ploytechnique de Lorraine*, Juin 2003,.
- [61] C. Stork, D. J. Veltkamp, B. Kowalski, "identification of multiple sensor disturbances during process monitoring", *Analytical Chemistry* , 1997, Vol. 69(24), 5031,5036.
- [62] R. Dunia, S. Qin, "a subspace approach to multidimensional fault identification and reconstruction", *American Institute of Chemical Engineers Journal*, 1998, Vol. 44, 1813–1831.
- [63] J. A. Westerhuis, S. Gurden, A. Smilde, " generalized contribution plots in multivariate statistical process monitoring.", *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, 2000, 51 95–114.
- [64] S. J. Qin, S. Valle, M. Piovoso, " on unifying multiblock analysis with applications to decentralized process monitoring. ", *Journal of Chemometrics*, 2001, 15 715–742.

-
- [65] G. Cherry, S. J. Qin, "multiblock principal component analysis based on a combined index for semiconductor fault detection and diagnosis.", *IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing*, 2006, 19(2) 159–172.
- [66] C. Alcalá, S. Qin, "reconstruction based contribution for process monitoring", *Automatica*, 2009, Vol. 45, 1593–1600.
- [67] M. Starowieckis, J. P. Cassar, "approche structurelle pour la conception des systèmes de surveillance", *Ecole d'Été d'Automatique, Grenoble*. 2-6 septembre, 1996, Vol. , , .
- [68] J. Downs, E. Vogel, "a plant-wide industrial control problem", *Computers and chemical engineering Journal*, 1993, Vol. 17, pp. 245–255.
- [69] N. Ricker, E. Vogel, "optimal steady-state operation of the tennessee eastman challenge process", *Computers and chemical engineering Journal*, 1994, Vol. 19, pp. 949–959.
- [70] T. Rato, M. Reis, "fault detection in the tennessee eastman benchmark process using dynamic principal components analysis based on decorrelated residuals (dpca-dr)", *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, 2013, Vol. 125, pp. 101–108.
- [71]