



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
République Algérienne Démocratique et Populaire  
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي



Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

جامعة 20 أوت 1955 - سكيكدة

Université 20 Août 1955-Skikda

كلية التكنولوجيا

Faculté de Technologie

قسم الهندسة الكهربائية

Département de Génie Electrique

N°: D012117007D

### **THESE**

Présentée en vue de l'obtention du  
diplôme de Doctorat en Sciences  
en **Electronique**

### **THEME**

**EFFET DU SUBSTRAT SUR LES PARAMÈTRES DES STRUCTURES  
MULTICOUCHES PLANAIRES MICROONDES.  
CONTRIBUTION À UNE MODÉLISATION DE COMPOSANTS MICRO-ONDES**

Par : **Djamel SAYAD**

Soutenue publiquement le *11 Juillet 2017.*

Devant le jury composé de

<i>Président</i>	<i>M. Salah ZERKOUT</i>	<i>Pr., Université de Skikda</i>
<i>Rapporteur</i>	<i>Mme Fatiha BENABDELAZIZ</i>	<i>Pr., Université de Constantine</i>
<i>Examineurs :</i>	<i>M. Abdelhafid CHAABI</i>	<i>Pr., Université de Constantine</i>
	<i>M. Nadir DEROUICHE</i>	<i>MCA, Université de Skikda</i>
	<i>M. Mohamed LASHAB</i>	<i>MCA, Université d'Oum El-Bouaghi</i>
	<i>M. Mounir BELATTAR</i>	<i>MCA, Université de Skikda</i>



## REMERCIEMENTS

Ce travail de recherche a été réalisé sous la direction de **Mme Fatiha BENABDELAZIZ**, Professeuse à l'université Mentouri Constantine 1, qu'elle trouve ici mes chaleureux remerciements pour ses conseils précieux, son soutien, son encouragement, ses qualités humaines et surtout sa précieuse disponibilité tout au long de la réalisation de ce travail.

Un très grand merci à **M. Salah ZERKOUT** professeur à l'Université 20 Aout 1955 de Skikda pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant de présider le jury de soutenance de cette thèse.

Je tiens à remercier également **M. Abdelhafid CHAABI** Professeur à l'université Mentouri Constantine 1 d'avoir accepté d'être membre du jury de ce travail.

Je remercie vivement **M. Nadir DEROUICHE**, Maître de conférences (A) à l'Université 20 Aout 1955 de Skikda d'avoir accepté d'examiner ce travail.

J'exprime ma reconnaissance à Messieurs **Mohamed LASHAB**, Maître de conférences (A) à l'Université de Larbi BEN M'HIDI de Oum El-Bouaghi et **Mounir BELATTAR**, Maître de conférences (A) à l'Université 20 Aout 1955 de Skikda qui m'ont fait l'honneur d'examiner ce travail.

J'adresse, aussi, mes plus vifs remerciements à mon cher ami **M. Chemseddine ZEBIRI**, Maître de conférences (A) à l'Université Ferhat ABBAS, Setif 1 pour son aide, pour son soutien moral, ses encouragements, ses conseils scientifiques et son incessante disponibilité. Qu'il trouve ici l'expression de ma gratitude et ma reconnaissance.

J'exprime mes remerciements particuliers à Messieurs **Mohamed Lakhdar BOUCHAREB** et **El-Hadi BOUSSAHA**, Maîtres de conférences à l'université de Skikda qui m'ont encouragé à s'inscrire en Doctorat et qui ont toujours été présents à mes côtés. J'exprime également mes remerciements à tous les collègues de travail à l'université de Skikda ainsi qu'à tous mes amis qui aimeraient bien que je finisse ce travail.

Que ma très chère mère, mes frères et sœurs et toute ma famille trouvent ici l'expression de ma gratitude et mes remerciements pour leurs soutiens et leurs encouragements.

Je terminerai mes remerciements avec une pensée toute particulière à ma femme pour m'avoir supporté au quotidien tout au long de ces années de travail de thèse.

# TABLE DES MATIERES

<i>Remerciements</i>	<i>i</i>
<i>Liste des figures</i>	<i>vi</i>
<b><u>Introduction générale</u></b>	<b>1</b>
<b><u>Chapitre I</u></b>	<b>4</b>
<b><u>Généralités sur les structures planaires en microondes</u></b>	
<b>I.1. Introduction</b>	<b>4</b>
<b>I.2. Equations de Maxwell</b>	<b>5</b>
<b>I.3. Conditions aux limites</b>	<b>6</b>
<b>I.4. Propagation guidée</b>	<b>8</b>
<b>I.5. Milieux électromagnétiques</b>	<b>10</b>
<b>I.6. Relations constitutives</b>	<b>11</b>
<i>I.6.1. Milieu isotrope</i>	<b>12</b>
<i>I.6.2. Milieu anisotrope (électrique) uniaxial</i>	<b>12</b>
<i>I.6.3. Milieu anisotrope (magnétique) uniaxial</i>	<b>12</b>
<i>I.6.4. Milieu anisotrope (électrique) biaxial</i>	<b>12</b>
<i>I.6.5. Milieu anisotrope (magnétique) biaxial</i>	<b>13</b>
<i>I.6.6. Milieu anisotrope électrique</i>	<b>13</b>
<i>I.6.7. Milieu anisotrope magnétique</i>	<b>13</b>
<i>I.6.8. Milieu anisotrope général</i>	<b>13</b>
<i>I.6.9. Milieu bi-isotrope</i>	<b>13</b>
<i>I.6.10. Milieu bianisotrope uniaxial</i>	<b>13</b>
<i>I.6.11. Milieu bianisotrope gyrotropique</i>	<b>14</b>
<i>I.6.12. Milieu bianisotrope général</i>	<b>14</b>
<b>I.7. Structures planaires microondes</b>	<b>14</b>
<i>I.7.1. Historique</i>	<b>14</b>
<i>I.7.2. Fabrication des structures planaires microondes</i>	<b>16</b>
<i>I.7.3. Lignes de transmission planaires</i>	<b>17</b>
<i>I.7.4. Antennes microbandes</i>	<b>19</b>
<i>I.7.4.1. Principe de fonctionnement</i>	<b>20</b>
<i>I.7.4.2. Techniques d'alimentations</i>	<b>22</b>

<b>I.8. Méthodes de calcul et d'analyse</b>	<b>23</b>
<i>I.8.1. Méthodes analytiques</i>	24
<i>I.8.1.1. Modèle de la ligne de transmission (TLM)</i>	24
<i>I.8.1.2. Modèle de la cavité électromagnétique</i>	24
<i>I.8.2. Méthodes numériques</i>	24
<i>I.8.2.1. Méthodes numériques exactes (full-wave)</i>	24
<i>I.8.2.2. Méthode spectrale (SDA)</i>	25
<i>I.8.2.3. Méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD)</i>	25
<i>I.8.2.4. Méthode des éléments finis (FEM)</i>	26
<i>I.8.2.5. Méthode des Moments (MoM)</i>	26
<b>I.9. Conclusion</b>	<b>27</b>
<b>Références</b>	<b>28</b>

## Chapitre II

<b><u>Résolution de l'équation intégrale par la méthode des moments</u></b>	<b>32</b>
<b>II.1. Introduction</b>	<b>32</b>
<b>II.2. Formulation</b>	<b>33</b>
<b>II.3. Méthode des moments dans le domaine spectral</b>	<b>35</b>
<i>II.3.1. Equation d'onde</i>	35
<i>II.3.2. Expressions des composantes du champ électromagnétique</i>	37
<i>II.3.3. Condition aux limites</i>	38
<i>II.3.4. Technique de fonction de Green</i>	38
<i>II.3.5. Evaluation des éléments du tenseur de Green</i>	41
<b>II.4. Formulation du problème</b>	<b>41</b>
<b>II.5. Application de la méthode des moments</b>	<b>43</b>
<i>II.5.1. Choix des fonctions de base</i>	43
<i>II.5.1.1. Fonctions impulsions</i>	44
<i>II.5.1.2. Fonctions triangulaires par morceaux (Piecewise Triangular Functions)</i>	45
<i>II.5.1.3. Fonctions sinusoïdales par morceaux (Piecewise Sinusoidal Functions)</i>	45
<i>II.5.1.4. Fonctions rooftop</i>	46
<i>II.5.1.5. Fonctions de test</i>	48
<i>II.5.2. Formulation</i>	49
<i>II.5.3. Application de la technique de Galerkin</i>	49
<b>II.6. Détermination des différents paramètres</b>	<b>50</b>

<i>II.6.1. Calcul de la constante de propagation</i>	50
<i>II.6.2. Détermination de l'impédance d'entrée</i>	51
<i>II.6.2.1. Source à gap delta</i>	51
<i>II.6.3. Détermination de l'impédance caractéristique</i>	52
<i>II.6.3.1. Définition puissance-courant</i>	52
<i>II.6.3.2. Définition puissance-tension</i>	53
<i>II.6.3.3. Définition tension-courant</i>	53
<b>II.7. Conclusion</b>	53
<b>Références</b>	54

## **Chapitre III**

### **Caractérisation de la ligne microbande implantée sur milieux complexes**

	56
<b>III.1. Introduction</b>	56
<b>III.2. Dispositifs microondes planaires</b>	57
<i>III.2.1. Ligne microbande</i>	58
<i>III.2.2. Choix du milieu du substrat</i>	58
<i>III.2.3. Caractéristique de dispersion</i>	60
<i>III.2.4. Impédance caractéristique</i>	60
<b>III.3. Ligne microbande implantée sur substrat bianisotrope</b>	62
<i>III.3.1. Configuration et géométrie de la ligne microbande étudiée</i>	62
<i>III.3.2. Equation d'onde et équations des champs</i>	64
<i>III.3.3. Dérivation des fonctions de Green</i>	68
<i>III.3.4. Conditions aux limites</i>	68
<b>III.4. Méthode de résolution</b>	71
<i>III.4.1. Evaluation de la caractéristique de dispersion</i>	73
<i>III.4.2. Evaluation de l'impédance caractéristique</i>	73
<b>III.5. Résultats et discussions</b>	74
<i>III.5.1. Validation des résultats</i>	74
<i>III.5.2. Effet de l'anisotropie sur la constante de phase et l'impédance caractéristique</i>	75
<i>III.5.3. Effet des éléments de chiralité (bianisotropie) sur l'impédance caractéristique</i>	81
<i>III.5.4. Effet combiné des différents éléments magnétoélectriques</i>	84
<b>III.6. Conclusion</b>	85
<b>Références</b>	86

<b><u>Chapitre IV</u></b>	
<b><u>Effet de la chiralité à anisotropie gyrotropique sur</u></b>	
<b><u>l'impédance d'entrée d'une antenne dipôle imprimée</u></b>	
	91
<b>IV.1. Introduction</b>	<b>91</b>
<b>IV.2. Antenne dipôle imprimée</b>	<b>92</b>
<b>IV.3. Formulation analytique</b>	<b>93</b>
<i>IV.3.1. Résolution des équations de Maxwell</i>	94
<i>IV.3.2. Expressions des champs dans le domaine spectral</i>	95
<i>IV.3.3. Expressions des composantes transversales en fonction des composantes longitudinales</i>	95
<i>IV.3.4. Equation d'ondes des composantes longitudinales</i>	96
<i>IV.3.5. Dérivation des éléments du tenseur de Green</i>	98
<b>IV.4. Méthodes d'évaluation numérique de la matrice d'impédance <math>Z_{mn}</math></b>	<b>100</b>
<b>IV.5. Méthode de résolution</b>	<b>102</b>
<i>IV.5.1. Technique d'extraction asymptotique</i>	102
<i>IV.5.2. Dérivation de la partie asymptotique</i>	103
<i>IV.5.3. Choix des fonctions de base</i>	104
<b>IV.5. Résultats numériques</b>	<b>105</b>
<i>IV.5.1. Évaluation de l'impédance d'entrée</i>	105
<i>IV.5.1.1. Impédance d'entrée d'un dipôle à substrat isotrope</i>	105
<i>IV.5.1.1. Impédance d'entrée d'un dipôle à substrat chiral</i>	106
<b>IV.6. Conclusion</b>	<b>108</b>
<b>Références</b>	<b>109</b>
<b><u>Conclusion générale</u></b>	
	113
<i>Annexe A</i>	116
<i>ملخص</i>	121
<i>Résumé</i>	122
<i>Abstract</i>	123

## LISTE DES FIGURES

<i>Figure I.1. Conditions aux limites à l'interface entre deux milieux.</i>	7
<i>Figure I.2. Structure de guidage à section arbitraire.</i>	8
<i>Figure I.3. Structures de base des lignes de transmission planaires.</i>	18
<i>Figure I.4. Structure de base d'une antenne microruban.</i>	19
<i>Figure I.5. Diverses géométries d'éléments métalliques rayonnants.</i>	20
<i>Figure I.6. Modèle de l'ouverture rayonnante d'une antenne microbande rectangulaire.</i>	21
<i>Figure I.7. Evolution de l'onde stationnaire sur l'antenne.</i>	21
<i>Figure I.8. Différentes techniques d'alimentation d'une antenne microbande.</i>	23
<i>Figure II.1. Structure planaire microruban à substrat diélectrique isotrope.</i>	35
<i>Figure II.2. Définition de la fonction de Green vectorielle due à une source située à <math>\vec{r}'</math>.</i>	39
<i>Figure II.3. Structure microruban de forme arbitraire avec excitation.</i>	42
<i>Figure II.4. Fonctions impulsions.</i>	45
<i>Figure II.5. Fonctions triangulaires par morceaux.</i>	45
<i>Figure II.6. Fonctions sinusoidales par morceaux.</i>	46
<i>Figure II.7. Fonctions de base de type rooftop.</i>	46
<i>Figure II.8. Fonctions de base polynomiales.</i>	47
<i>Figure II.9. Fonctions de base sinusoidales.</i>	48
<i>Figure II.10. Technique de la source à gap delta.</i>	51
<i>Figure III.1. Ligne de transmission piégée.</i>	63
<i>Figure III.2.a. Caractéristique de dispersion, cas isotrope .</i>	74
<i>Figure III.2.b. Impédance caractéristique, cas isotrope.</i>	74
<i>Figure III.3. Effet du rapport <math>w/d</math> sur l'impédance caractéristique, cas isotrope.</i>	74
<i>Figure III.4.a. Effet de l'anisotropie uniaxiale sur la constante de propagation normalisée.</i>	75
<i>Figure III.4.b. Effet de l'anisotropie uniaxiale sur l'impédance caractéristique.</i>	75
<i>Figure III.5.a. Effet de <math>\epsilon_{xy}</math> réel sur la constante de phase normalisée.</i>	76
<i>Figure III.5.b. Effet de <math>\epsilon_{xy}</math> réel sur l'impédance caractéristique.</i>	76
<i>Figure III.5.c. Effet de <math>\epsilon_{xy}</math> réel sur la constante d'atténuation normalisée (pertes).</i>	77
<i>Figure III.6.a. Effet de <math>\epsilon_{xy}</math> imaginaire sur la constante de phase normalisée.</i>	77
<i>Figure III.6.b. Effet de <math>\epsilon_{xy}</math> imaginaire sur l'impédance caractéristique.</i>	77
<i>Figure III.7.a. Effet de <math>\epsilon_{yz}</math> réel sur la constante de phase normalisée.</i>	78



<i>Figure III.7.b. Effet de <math>\varepsilon_{yz}</math> réel sur l'impédance caractéristique.</i>	78
<i>Figure III.7.c. Effet de <math>\varepsilon_{yz}</math> réel sur la constante d'atténuation normalisée (pertes).</i>	78
<i>Figure III.8.a. Effet de <math>\varepsilon_{yz}</math> imaginaire sur la constante de phase normalisée.</i>	78
<i>Figure III.8.b. Effet de <math>\varepsilon_{yz}</math> imaginaire sur l'impédance caractéristique.</i>	78
<i>Figure III.9.a. Effet de <math>\varepsilon_{xz}</math> réel sur la constante de phase normalisée.</i>	79
<i>Figure III.9.b. Effet de <math>\varepsilon_{xz}</math> réel sur l'impédance caractéristique.</i>	79
<i>Figure III.10.a. Effet de <math>\varepsilon_{xz}</math> imaginaire sur la constante de phase normalisée.</i>	80
<i>Figure III.10.b. Effet de <math>\varepsilon_{xz}</math> imaginaire sur l'impédance caractéristique.</i>	80
<i>Figure III.11. Effet de l'anisotropie gyrotropique sur l'impédance caractéristique.</i>	80
<i>Figure III.12.a. Effet de la composante <math>\zeta_{xy}</math> sur la constante de phase normalisée.</i>	82
<i>Figure III.12.b. Effet de la composante <math>\zeta_{xy}</math> sur l'impédance caractéristique.</i>	82
<i>Figure III.13.a. Effet de la composante <math>\zeta_{xz}</math> sur la constante de phase normalisée.</i>	82
<i>Figure III.13.b. Effet de la composante <math>\zeta_{xz}</math> sur sur l'impédance caractéristique.</i>	82
<i>Figure III.13.c. Effet de <math>\zeta_{xz}</math> réel sur la constante d'atténuation normalisée (pertes).</i>	83
<i>Figure III.14.a. Effet de la composante <math>\zeta_{yz}</math> sur la constante de phase normalisée.</i>	83
<i>Figure III.14.b. Effet de la composante <math>\zeta_{yz}</math> sur l'impédance caractéristique.</i>	83
<i>Figure III.15. Effet combiné de la composante <math>\zeta_{yz}</math>, avec <math>\zeta_{xy}=2</math> et <math>\zeta_{xz}=2</math> sur <math>Z_c</math>.</i>	84
<i>Figure III.16. Effet combiné de l'anisotropie gyrotropique et chiral.</i>	84
<i>Figure IV.1. Exemples d'antennes planaires dérivées du dipôle.</i>	93
<i>Figure IV.2. Structure d'antenne dipôle imprimée.</i>	93
<i>Figure IV.3. Pôles et comportement oscillatoire de la fonction de Green <math>\tilde{G}(\kappa_s)</math>.</i>	101
<i>Figure IV.4. Modification du chemin d'intégration.</i>	101
<i>Figure IV.5. Impédance d'entrée du dipôle à substrat isotrope comparée avec celle de [31].</i>	106
<i>Figure IV.6. Effet de la chiralité négative sur l'impédance d'entrée <math>\varepsilon_r=3.25</math>.</i>	107
<i>Figure IV.7. Effet de la chiralité positive sur l'impédance d'entrée <math>\varepsilon_r=3.25</math>.</i>	107
<i>Figure IV.8. Effet de la chiralité négative sur l'impédance d'entrée <math>\varepsilon_r=2.5</math>.</i>	107
<i>Figure IV.9. Effet de la chiralité positive sur l'impédance d'entrée <math>\varepsilon_r=2.5</math>.</i>	107
<i>Figure IV.10. Effet de la chiralité sur la résonance demi onde pour différentes valeurs de <math>\varepsilon_r</math>.</i>	108
<i>Figure IV.11. Effet de la chiralité sur la résonance <math>L=\lambda</math> pour différentes valeurs de <math>\varepsilon_r</math>.</i>	108

# **Introduction générale**

# Introduction générale

Avec les progrès que connaît le domaine des microondes ces dernières années, il est devenu de plus en plus évident d'utiliser des dispositifs à structures planaires, telles que les structures de lignes de transmission et d'antennes, et cela dans divers domaines. En effet, la technologie des structures planaires imprimées a largement bénéficié de ces progrès. Elles sont réalisées avec des technologies identiques à celles des circuits imprimés, et exhibent des avantages très compétitifs, à savoir leur faible coût de réalisation leur taille réduite et leur capacité à être intégrées avec les circuits intégrés monolithiques. Au cours des années, ces structures imprimées ont trouvé leurs applications dans de nombreuses applications électroniques, aéronautiques, aérospatiales, téléphonie mobile, systèmes d'identification radiofréquences (RFID), systèmes multimédia sans fil (WIFI, Bluetooth)... Ceci a conduit à déployer davantage d'efforts afin de pouvoir modéliser et bien caractériser ces composants microondes en termes de géométrie qu'en termes de matériaux utilisés dans la fabrication de ces dispositifs.

Les milieux sur lesquels sont implantées les structures planaires peuvent être de nature électromagnétique complexe. La caractérisation des structures planaires avec milieux complexes est un problème extrêmement important dans la technologie microonde. L'interaction du champ électromagnétique avec de tels milieux donne naissance à certains phénomènes intéressants et potentiellement utiles pour la réalisation des dispositifs microondes à hautes performances.

Ces dernières années, un intérêt important est orienté vers la caractérisation du comportement des matériaux complexes, tels que les diélectriques anisotropes, bianisotrope, matériaux chiraux, métamatériaux, ... pour la réalisation des circuits intégrés microondes et des antennes imprimées. Les matériaux complexes ont attiré beaucoup d'intérêt et de soutien des chercheurs et des industriels en tant qu'instruments puissants avec un futur prometteur dans la fabrication des dispositifs microonde à configurations miniaturisées. Il est démontré que l'introduction de la chiralité dans le substrat peut réduire de manière significative la puissance des ondes de surface dans le diélectrique. Ceci aura comme conséquence un rendement plus élevé, une bande passante plus large et un couplage mutuel réduit entre les éléments des réseaux d'antennes pour les nouvelles conceptions à structures planaires.

Avec le surcroît de la complexité des structures microondes du point de vue géométrie et de milieux diélectriques qui les supportent, les calculs associés à la caractérisation de telles structures sont devenus très complexes. Deux types de méthodes ont été développés permettant l'analyse des structures imprimées. Les méthodes analytiques permettent d'obtenir des équations assez simples mais en contrepartie, elles n'aboutissent qu'à des résultats approchés. Les méthodes numériques (*full-wave*) donnent des résultats plus précis mais avec un temps de calcul plus important et un espace mémoire informatique considérable.

L'objectif visé par ce travail est la modélisation de certaines structures planaires microondes, en examinant l'effet de la nature électromagnétique des substrats utilisés sur les paramètres caractéristiques de ces structures en vue de contribuer à l'optimisation de leurs performances.

Dans ce contexte, nous avons opté pour l'application de la méthode des moments formulée dans le domaine spectral, une méthode numérique robuste largement employée pour l'analyse des problèmes liés aux structures planaires. Cette méthode est développée dans le domaine spectral qui fait usage de la transformée de Fourier qui permet de ramener les équations complexes dans le domaine spatial à des formes plus simples et plus maniables dans le domaine spectral.

Afin d'atteindre nos objectifs, les travaux de recherche effectués dans le cadre de cette thèse portent principalement donc sur la modélisation de la ligne de transmission microbande et l'antenne dipôle imprimée, implantées sur des substrats complexes. Cette caractérisation est mise en évidence par la détermination des paramètres caractéristiques de ces structures, à savoir, la caractéristique de dispersion et l'impédance caractéristique pour la ligne de transmission et l'impédance d'entrée pour l'antenne dipôle imprimée.

Cette thèse est structurée en quatre chapitres:

Dans le premier chapitre, la théorie de l'électromagnétisme a été relatée ainsi que les paramètres constitutifs reliant les grandeurs électromagnétiques selon lesquelles sont classés les milieux de propagation. Les différentes conditions aux limites sur les interfaces séparant deux milieux de propriétés électromagnétiques différentes sont également exposées. Une introduction aux structures planaires est rapportée, et où les lignes de transmission et les antennes planaires en constituent les éléments de base considérés, les principales configurations et quelques méthodes d'analyse associées sont également présentées.

Le deuxième chapitre est consacré pour la description en détail de la formulation mathématique de la méthode des moments (MOM) dans le domaine spectral, une technique numérique employée

pour la résolution des équations intégrales qui consiste à les convertir en un système d'équations linéaires pour être résolu numériquement par ordinateur. Les outils mathématiques et numériques proposés pour la caractérisation d'une structure planaire microbande sont abordés aussi dans ce chapitre. Par la suite, cette méthode est appliquée dans tous nos calculs.

Dans le troisième chapitre, une caractérisation complexe et rigoureuse de la ligne de transmission implantée sur un substrat bianisotrope a été développée, en employant la méthode des moments via la procédure de Galerkin. Les expressions analytiques des éléments du tenseur de Green ont été exprimées dans le domaine spectral après un développement de calculs mathématiques fastidieux. L'effet des éléments bianisotropes sur les paramètres de la ligne de transmission est étudié. Une série de résultats concernant la détermination de la constante de phase et l'impédance caractéristique est donnée et commentée pour de nombreux cas de milieux complexes.

Le quatrième chapitre est la modélisation d'une antenne dipôle imprimée sur un substrat d'anisotropie chirale gyrotropique. Où dans cette étape de notre travail, nous examinons l'effet du paramètre de chiralité du substrat diélectrique sur l'impédance d'entrée de l'antenne considérée. La méthode des moments est utilisée en vue d'un développement d'un outil d'analyse pour l'évaluation de l'impédance d'entrée du dipôle. Dans cette analyse la technique analytique pour l'évaluation de la partie asymptotique de l'intégrales de Sommerfeld, combinée avec la méthode de l'intégrale conventionnelle est employée avec succès. Les résultats numériques obtenus sont examinés, commentés et comparés en partie avec le cas d'une antenne à diélectrique isotrope disponible dans la littérature. L'étude du cas complexe des propriétés magnétoélectriques a mené à des résultats qui expriment l'originalité de notre travail.

Une conclusion générale clôture cette étude, dans laquelle les résultats obtenus dans le cadre de cette thèse sont exposés. L'application et la généralisation de cette étude à d'autres structures planaires ainsi qu'à d'autres cas de milieux plus complexes reste soumise à d'autres futurs travaux, ce qui représente les perspectives de notre recherche.

# **Chapitre I**

## **Généralité sur les structures planaires en microondes**

# Chapitre I

## Généralités sur les structures planaires en microondes

### I.1. Introduction

Les technologies microondes ont commencé à être développées depuis les années quarante, peu après la naissance du radar, tirant bénéfice d'une grande partie des travaux de recherche qui ont été à l'origine développées pour les systèmes Radar avec la naissance du magnétron tube générateur de haute puissance microonde [1]. Elles ont actuellement des applications nombreuses et très importantes notamment dans le domaine des télécommunications. Le domaine des microondes couvre généralement le comportement des signaux de la gamme de fréquences allant de 3 à 300 gigahertz, la bande de fréquences auxquelles les dimensions géométriques des dispositifs utilisés sont de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde électromagnétique; entre 10 cm et 1 mm. Ce sont en général des ondes électromagnétiques de longueur d'onde intermédiaire entre l'infrarouge et les ondes de la radiodiffusion.

Une partie cruciale de l'ingénierie des microondes est préoccupée par la propagation guidée des ondes électromagnétiques. Actuellement, la plupart des circuits de télécommunication travaillant aux environs de 10GHz sont réalisés en technologie planaire sur des substrats diélectriques simples ou complexes.

Les milieux de propagation, généralement guidés, peuvent être arbitrairement complexes, autrement dit : matériaux bianisotropes, qui sont les plus généraux. La propagation dans les structures à couches planaires avec milieux complexes est un problème extrêmement important dans la théorie de l'électromagnétisme en général [2]-[4]. La propagation des ondes dans ces milieux produit certains phénomènes intéressants et potentiellement utiles pour la réalisation des

dispositifs microondes à hautes performances. Les performances des lignes de transmission et leurs mises en œuvre dans la conception et l'interconnexion avec des composants microondes affectent fortement le fonctionnement de ces derniers.

## I.2. Equations de Maxwell

La théorie générale régissant tout phénomène électromagnétique est basée sur les équations de Maxwell qui constituent un ensemble de quatre équations différentielles partielles vectorielles couplées du premier ordre. Elles ont été formulées en 1873 par James Clerk Maxwell, qui a pu prouver mathématiquement par ces équations la propagation de l'onde électromagnétique. Elles relient les variations spatio-temporelles des champs électriques et magnétiques à leurs densités de source scalaire (divergence) et densités de source vectorielle (rotationnel). Qui, avec la théorie du comportement électromagnétique de la matière, expliquent à l'échelle macroscopique les propriétés du champ électromagnétique, les relations de ce champ avec ses sources et son interaction avec la matière. Elles sont regroupées en quatre équations:

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{I.1})$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho \quad (\text{I.2})$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (\text{I.3})$$

$$\text{rot } \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J} \quad (\text{I.4})$$

dans le milieu linéaire, il existe une relation linéaire entre les différentes grandeurs vectorielles.

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \varepsilon \vec{E} \\ \vec{B} &= \mu \vec{H} \\ \vec{J} &= \sigma \vec{E} \end{aligned} \quad (\text{I.5})$$

Les deux équations (I.1) et (I.4) expriment le couplage et l'évolution des grandeurs électriques et magnétiques alors que l'équation (I.3) exprime la conservation du flux magnétique. A partir des équations (I.2) et (I.4), nous obtenons la loi de conservation de la charge électrique :

$$\text{div}(\vec{J}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (\text{I.6})$$



### I.3. Conditions aux limites

Dans un système électromagnétique réel, nous devons considérer le comportement des champs aux interfaces entre deux matériaux à propriétés différentes. Les équations de Maxwell contraignent fortement le comportement des champs électromagnétiques aux interfaces. Un résultat de ces conditions aux limites est que les ondes à l'interface sont généralement partiellement transmises et réfléchies avec des directions et des amplitudes qui dépendent des propriétés des deux milieux et de la polarisation et de l'angle d'incidence. Certaines interfaces dans des situations statiques et dynamiques possèdent également des charges ou des courants surfaciques qui affectent davantage les champs de part et d'autre du plan de séparation.

Soient deux milieux de propriétés électriques différentes séparés par une interface. Construisons un petit cylindre de section  $S$  et de hauteur  $h$  à travers cette surface (Fig.1.a).

On rappelle que  $\text{div } \vec{B} = 0$  et le théorème de Gauss

$$\iiint_V \text{div } \vec{B} dV = \iint_S \vec{B} \cdot \vec{n} ds = 0 \quad (\text{I.7})$$

Où  $\vec{n}$  est un vecteur unitaire normal à l'interface. Si le rayon du cylindre est suffisamment petit, on peut supposer que l'induction magnétique est constante sur cette surface et donc  $\vec{B} = \vec{B}_1$  dans le milieu 1 et  $\vec{B} = \vec{B}_2$  dans le milieu 2. L'intégrant devient alors, avec  $h$  tend vers zéro.

$$(\vec{B}_1 \cdot \vec{n}_1 + \vec{B}_2 \cdot \vec{n}_2) ds = 0 \quad (\text{I.8})$$

mais les deux normales  $\vec{n}_1$  et  $\vec{n}_2$  sont de sens inverses donc

$$B_{2n} - B_{1n} = 0 \quad (\text{I.9})$$

Ce qui implique que *la composante normale de l'induction magnétique est continue de part et d'autre de l'interface.*

Reprenons l'équation de Maxwell  $\text{div } \vec{D} = \rho$ , en intégrant de part et d'autre du cylindre, on obtient

$$\iiint_V \text{div } \vec{D} dV = \iint_S \vec{D} \cdot \vec{n} ds = \iiint_V \rho dV \quad (\text{I.10})$$

Maintenant prenons la limite dans laquelle la hauteur du cylindre tend vers zéro, on aura

$$D_{2n} S - D_{1n} S = \rho S \quad (\text{I.11})$$

Ce qui donne

$$D_{2n} - D_{1n} = \rho \quad (\text{I.12})$$

Ou sous forme vectorielle

$$\vec{n} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \rho \quad (\text{I.13})$$

Ce qui implique que *la composante normale du champ  $\vec{D}$  est discontinue à une interface à cause de l'accumulation d'une densité de charge surfacique  $\rho$* .

Nous allons ici prendre un contour, autour d'un rectangle de longueur  $L$  et de hauteur  $h$  (Fig.I.1.b).

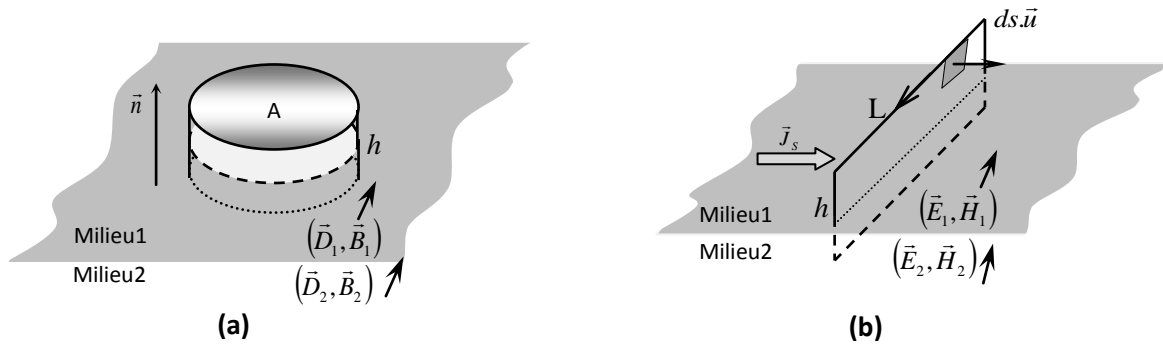


Figure I.1. Conditions aux limites à l'interface entre deux milieux.

Calculons le flux des deux membres de l'équation de Maxwell  $\vec{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  à travers la surface du rectangle  $S=hL$ , nous obtiendrons, via le théorème de Stokes avec  $h$  infinitésimal, la surface  $S$  tend vers zéro.

$$\iint_S \vec{rot} \vec{E} \cdot ds\vec{u} = \int_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = \vec{E}_1 \vec{L} - \vec{E}_2 \vec{L} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} ds\vec{u} = 0 \quad (\text{I.14})$$

Il ne reste plus que  $E_{t1}L - E_{t2}L = 0$  ce qui donne :

$$E_{t1} = E_{t2} \quad (\text{I.15})$$

Ou, sous forme vectorielle

$$\vec{n} \wedge (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) \quad (\text{I.16})$$

On en conclut que *la composante tangentielle du champ électrique est continue*.

Calculons le flux des deux membres de l'équation de Maxwell (I.4) à travers la surface du rectangle

$S=hL$ , nous obtiendrons, via le théorème de Stokes avec  $h$  infinitésimal et la surface  $S$  tend vers zéro.

$$\oiint_S \vec{rot} \vec{H} \cdot \vec{ds} = \int_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \oiint_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} ds \vec{u} + \oiint_S \vec{j} ds \vec{u} \quad (\text{I.17})$$

On a deux termes à analyser. Il semble évident que la dérivée temporelle du déplacement ne peut être infinie, car cela nécessiterait une variation instantanée du champ  $\vec{D}$ . La limite tendra bien vers 0 pour ce premier terme. La contribution du deuxième terme, cependant, peut être non nulle avec la présence d'une densité de courant sur la surface. La fonction de Dirac [1] peut être utilisée telle que

$$\vec{j} = \vec{j}_s \delta(h) \quad (\text{I.18})$$

Ce qui donne

$$H_{t1}L - H_{t2}L = Lj_s \quad (\text{I.19})$$

Ou, sous la forme vectorielle on a :

$$\vec{n} \wedge (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = \vec{j}_s \quad (\text{I.20})$$

Ce qui implique que *la composante tangentielle du champ  $\vec{H}$  est discontinue à l'interface à cause de la présence d'une densité de courant surfacique  $\vec{j}_s$ .*

#### I.4. Propagation guidée

L'un des phénomènes physiques les plus importants découlant des équations de Maxwell est l'onde électromagnétique. L'onde électromagnétique est un modèle utilisé pour représenter les rayonnements électromagnétiques. Elle décrit la propagation de l'énergie électromagnétique selon une équation dite : équation de propagation, développée à partir des équations de Maxwell, associées à un milieu de propagation diélectrique limité ou illimité.

Soit une structure de guidage constituée d'un diélectrique limité par des parois métalliques (Fig.I.2), dans lequel on veut caractériser la propagation d'une onde électromagnétique.

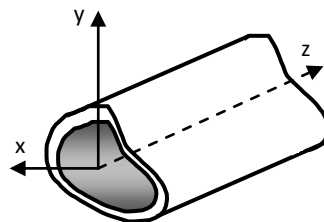


Figure I.2. Structure de guidage à section arbitraire

Le calcul du rotationnel de l'équation (I.1) conduit à l'établissement de l'équation de propagation.

$$\vec{rot}(\vec{rot} \vec{E}) = -\vec{rot} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \left( \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \quad (\text{I.21})$$

le développement de cette équation donne :

$$\vec{rot}(\vec{rot} \vec{E}) = \vec{grad} \left( \frac{\rho}{\varepsilon} \right) - \Delta \vec{E} \quad (\text{I.22})$$

ce qui permet d'écrire

$$\Delta \vec{E} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon} \vec{grad}(\rho) + \mu \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} \quad (\text{I.23})$$

de la même manière, le calcul du rotationnel de l'équation(I.4), mène à l'équation de propagation du champ magnétique

$$\Delta \vec{H} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = -\vec{rot}(\vec{J}) \quad (\text{I.24})$$

Dans le cas où le milieu de propagation est un diélectrique non absorbant ne contenant ni courant de conduction ( $\vec{J} = 0$ ) ni densité de charge ( $\rho = 0$ ), les équations de propagation s'écrivent :

$$\Delta \vec{F}(u, v, z, t) - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{F}(u, v, z, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{I.25})$$

où  $\vec{F}$  est un champ de vecteurs représentant le champ électrique ou le champ magnétique.

$u$  et  $v$  sont des variables relatives au système de coordonnées utilisé.

- coordonnées cartésiennes :  $u=x$  et  $v=y$ .

- coordonnées cylindriques :  $u=r$  et  $v=\theta$ .

$z$  et  $t$  représentent la direction de propagation et le temps.

$\Delta$  est le Laplacien vectoriel.

La solution générale de l'équation (I.25) peut être écrite sous la forme suivante :

$$\vec{F}(u, v, z, t) = \vec{F}(u, v) e^{j(\omega t - \gamma z)} \quad (\text{I.26})$$

avec  $\gamma = \alpha + j\beta$

où  $\gamma$  : est le coefficient de propagation.

$\alpha$  : coefficient d'atténuation.

$\beta$  : constante de phase.

La substitution de (I.26) dans (I.25) donne :

$$\Delta_T \vec{F}(u, v) + (\gamma^2 + \mu \varepsilon \omega^2) \vec{F}(u, v) = 0 \quad (\text{I.27})$$

$$\kappa^2 = \mu \varepsilon \omega^2$$

où  $\Delta_T$  : Laplacien vectoriel transversal.

$\kappa$  : est le vecteur d'onde associé à une onde qui se propage à la vitesse  $v$  dans un milieu diélectrique illimité.

$$\kappa = \frac{\omega}{v} \quad (\text{I.28})$$

et 
$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon}} \quad (\text{I.29})$$

## I.5. Milieux électromagnétiques

Les diélectriques simples, les diélectriques anisotropes, les milieux bianisotropes et les matériaux magnétiques ont été étudiés pour diverses applications à base de structures monocouches et multicouches planaires. Une des applications les plus importantes des structures à couches planaires est leur utilisation comme substrat pour des dispositifs microondes tels que les antennes à circuits imprimés, les filtres hyperfréquences, les résonateurs, les coupleurs [5], les antennes microbandes [6], ... etc.

Les matériaux employés comme substrats des structures planaires microondes et les antennes microbandes imprimées peuvent être de nature anisotrope, c.-à-d., caractérisés par un tenseur de permittivité et/ou perméabilité. Une telle classe de milieux regroupe certains matériaux cristallins tels que le saphir, l'alumine, le quartz [7], ....

Les effets d'anisotropie doivent être pris en considération lors de la fabrication des lignes de transmission planaires ou des antennes imprimées sur ces substrats diélectriques anisotropes. L'anisotropie diélectrique n'est pas nécessairement vue comme un inconvénient qui complique la conception des structures hyperfréquences ainsi que leur analyse mathématique, mais elle peut être exploitée avantageusement, pour améliorer les performances des dispositifs microondes, par exemple, dans la fabrication des coupleurs microbandes à grande directivité [7], ainsi que les substrats chiraux peuvent être utilisés avantageusement pour améliorer la largeur de bande des antennes microbandes [8],[9].

La technologie des structures planaires multicouches offre la possibilité de combiner les propriétés préférables des différents matériaux, il est donc possible d'avoir des performances des structures multicouches (inhomogènes) supérieures à celles des structures monocouches (homogènes). Par exemple, en combinant des matériaux magnétiques tels que les ferrites, le chiral, ... avec des substrats isotropes, on peut réaliser des composants réciproques ou non réciproques, qui peuvent être à leur tour fusionnés avec d'autres structures à circuit intégré microondes (MIC) [10].

Les propriétés non réciproques des ferrites ont comme conséquence de créer un déphasage entre l'onde progressive et l'onde régressive, ce qui est largement employé dans la conception des éléments de base dans les dispositifs microondes tels que les déphaseurs, les isolateurs et les circulateurs [11].

La plupart des milieux de propagation électromagnétique mentionnés ci-dessus sont des cas particuliers des milieux bianisotropes linéaires généraux. Le concept du milieu bianisotrope a été inventé par Cheng et Kong [2],[12].

## I.6. Relations constitutives

Les relations constitutives supplémentent les équations de Maxwell pour fournir une description complète et exhaustive des phénomènes électromagnétiques dans les matériaux [13]. Pour la classe générale de matériaux bianisotropes, les relations constitutives décrivent un couplage croisé entre les champs électrique et magnétique. Une excitation d'un champ électrique provoque à la fois une réponse électrique et une réponse magnétique, et pareillement pour une excitation d'un champ magnétique. La propriété anisotrope du milieu conduit à une relation dyadique, ou tensorielle, entre les champs. Certains aspects fondamentaux de la caractérisation des différents types de matériaux en termes de relations constitutives sont examinés dans cette section.

Les relations constitutives ont une forme générale pour un milieu bianisotrope donnée par les équations (I.30) et (I.31), d'autres formes peuvent être trouvées dans la littérature [14].

$$\vec{D} = \vec{\varepsilon}\vec{E} + \frac{\vec{\eta}}{c}\vec{H} \quad (\text{I.30})$$

$$\vec{B} = \vec{\mu}\vec{H} + \frac{\vec{\xi}}{c}\vec{E} \quad (\text{I.31})$$

où  $c$  est la célérité de la lumière dans l'espace libre,  $\vec{\varepsilon}$  et  $\vec{\mu}$ , sont les matrices de la permittivité et de la perméabilité du milieu respectivement,  $\vec{\eta}$  et  $\vec{\xi}$  représentent les paramètres magnétoélectriques. Une forme matricielle plus compacte peut être proposée.

$$\begin{bmatrix} \vec{D} \\ \vec{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\varepsilon} & \bar{\chi} \\ \bar{\zeta} & \bar{\mu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{E} \\ \vec{H} \end{bmatrix} \quad (\text{I.32})$$

Dans ce qui suit nous donnons une classification de quelques types de milieux allant du plus simple au plus complexe. Cette classification a été faite à partir des équations constitutives de chaque milieu. Notons que certains milieux (bianisotrope, biisotrope) sont obtenus en dispersant des inclusions chirales dans une matrice diélectrique [15].

### I.6.1. Milieu isotrope

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon \bar{I}, \quad \bar{\mu} = \mu \bar{I}, \quad \bar{\chi} = \bar{\zeta} = 0 \quad (\text{I.33})$$

où  $\bar{I}$  est la matrice identité

Les métamatériaux sont caractérisés par des constantes de permittivité et de perméabilité réelles négatives de la manière suivante [16].

- Double negative (DNG):

$$\varepsilon < 0 \text{ et } \mu < 0$$

- Epsilon-negative (ENG):

$$\varepsilon < 0 \text{ et } \mu > 0$$

- Mu-negatif (MNG):

$$\varepsilon > 0 \text{ et } \mu < 0$$

### I.6.2. Milieu anisotrope (électrique) uniaxial

$$\bar{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_2 \end{bmatrix} \text{ et } \bar{\mu} = \mu \bar{I} \quad (\text{I.34})$$

### I.6.3. Milieu anisotrope (magnétique) uniaxial

$$\bar{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_1 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_1 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_2 \end{bmatrix} \text{ et } \bar{\varepsilon} = \varepsilon \bar{I} \quad (\text{I.35})$$

### I.6.4. Milieu anisotrope (électrique) biaxial

$$\bar{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \text{ et } \bar{\mu} = \mu \bar{I} \quad (\text{I.36})$$

**I.6.5. Milieu anisotrope (magnétique) biaxial**

$$\bar{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{zz} \end{bmatrix} \text{ et } \bar{\varepsilon} = \varepsilon \bar{\mathbf{I}} \quad (\text{I.37})$$

**I.6.6. Milieu anisotrope électrique**

$$\bar{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \text{ et } \bar{\mu} = \mu \bar{\mathbf{I}} \quad (\text{I.38})$$

**I.6.7. Milieu anisotrope magnétique**

$$\bar{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & \mu_{xz} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & \mu_{yz} \\ \mu_{zx} & \mu_{zy} & \mu_{zz} \end{bmatrix} \text{ et } \bar{\varepsilon} = \varepsilon \bar{\mathbf{I}} \quad (\text{I.39})$$

**I.6.8. Milieu anisotrope général**

$$\bar{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \text{ et } \bar{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & \mu_{xz} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & \mu_{yz} \\ \mu_{zx} & \mu_{zy} & \mu_{zz} \end{bmatrix} \quad (\text{I.40})$$

**I.6.9. Milieu bi-isotrope**

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon \bar{\mathbf{I}}, \bar{\mu} = \mu \bar{\mathbf{I}}, \bar{\chi} = \chi \bar{\mathbf{I}} \text{ et } \bar{\zeta} = \zeta \bar{\mathbf{I}} \quad (\text{I.41})$$

Dans cette catégorie de milieux nous citons le chiral qui est un milieu réciproque caractérisé par [3],[17]:

$$\bar{\chi} = -\bar{\zeta} = \chi \bar{\mathbf{I}} \quad (\text{I.42})$$

**I.6.10. Milieu bianisotrope uniaxial**

$$\bar{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_2 \end{bmatrix}, \bar{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_1 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_1 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_2 \end{bmatrix}, \bar{\chi} = \begin{bmatrix} \chi_1 & 0 & 0 \\ 0 & \chi_1 & 0 \\ 0 & 0 & \chi_2 \end{bmatrix} \text{ et } \bar{\zeta} = \begin{bmatrix} \zeta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \zeta_1 & 0 \\ 0 & 0 & \zeta_2 \end{bmatrix} \quad (\text{I.43})$$



### I.6.11. Milieu bianisotrope gyrotropique

$$\bar{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_1 & \epsilon_g & 0 \\ -\epsilon_g & \epsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_2 \end{bmatrix}, \bar{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_1 & \mu_g & 0 \\ -\mu_g & \mu_1 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_2 \end{bmatrix}, \bar{\chi} = \begin{bmatrix} \chi_1 & \chi_g & 0 \\ -\chi_g & \chi_1 & 0 \\ 0 & 0 & \chi_2 \end{bmatrix} \text{ et } \bar{\zeta} = \begin{bmatrix} \zeta_1 & \zeta_g & 0 \\ -\zeta_g & \zeta_1 & 0 \\ 0 & 0 & \zeta_2 \end{bmatrix} \quad (\text{I.44})$$

### I.6.12. Milieu bianisotrope général

$$\bar{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix}, \bar{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & \mu_{xz} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & \mu_{yz} \\ \mu_{zx} & \mu_{zy} & \mu_{zz} \end{bmatrix}, \bar{\chi} = \begin{bmatrix} \chi_{xx} & \chi_{xy} & \chi_{xz} \\ \chi_{yx} & \chi_{yy} & \chi_{yz} \\ \chi_{zx} & \chi_{zy} & \chi_{zz} \end{bmatrix} \text{ et } \bar{\zeta} = \begin{bmatrix} \zeta_{xx} & \zeta_{xy} & \zeta_{xz} \\ \zeta_{yx} & \zeta_{yy} & \zeta_{yz} \\ \zeta_{zx} & \zeta_{zy} & \zeta_{zz} \end{bmatrix} \quad (\text{I.45})$$

En résumé, selon la forme particulière des relations constitutives, un milieu peut être caractérisé comme isotrope, anisotrope ou bianisotrope. Un milieu isotrope est caractérisé par une permittivité scalaire qui relie  $\vec{D}$  à  $\vec{E}$ , et par une perméabilité scalaire reliant  $\vec{B}$  à  $\vec{H}$ . Dans un milieu anisotrope, l'une ou l'autre des permittivité et perméabilité peut prendre la forme d'un tenseur tridimensionnel. Les relations constitutives d'un milieu bianisotrope relient  $\vec{D}$  à  $\vec{E}$  et  $\vec{H}$ , et  $\vec{B}$  à  $\vec{E}$  et  $\vec{H}$ . Ainsi que pour le cas anisotrope, leurs relations sont exprimées par des tenseurs tridimensionnels. Lorsque les quatre tenseurs deviennent des quantités scalaires, le milieu peut être appelé bi-isotrope.

## I.7. Structures planaires microondes

Une des principales conditions pour qu'une structure de transmission convienne comme un élément dans des circuits intégrés microondes (MIC) est qu'elle devrait être de configuration géométrique plane [18]. Une configuration plane implique que ses caractéristiques peuvent être déterminées par ses propres dimensions dans un simple plan. Comme exemple à cet égard on peut citer, la détermination de l'impédance caractéristique d'une ligne microruban, qui peut être ajustée en modifiant la largeur de la bande conductrice. Des circuits intégrés microondes ont été largement discutés dans la littérature [19].

### I.7.1. Historique

La ligne triplaque (*stripline*) est la première structure de ligne de transmission plane présentée en 1951 par Barrett et Barnes [20]. Elle est constituée d'un ruban conducteur mis en sandwich entre deux plaques diélectriques métallisées sur les faces externes. Un an après, en 1952, la ligne microruban (*microstrip*) fut conçue par Grieg et Engelman. Elle est composée d'un substrat à base d'un matériau diélectrique, sur lequel sont gravées sur la face supérieur des bandes métalliques, et

la face opposée, est entièrement métallisée, constituant le plan de masse [1],[6],[21]. Aussitôt, elle eut énormément de succès notamment au cours des années 1960, dû à la demande croissante pour une miniaturisation des circuits microondes dans les domaines militaire (missiles) et spatial (satellites). Dans certaines applications, on fait usage de plusieurs couches diélectriques, entre lesquelles sont disposés des bandes conductrice [22]. Outre les lignes triplaques et microruban, d'autres lignes comme les lignes à fente ou coplanaires ont été utilisées dans la réalisation des circuits intégrés microondes.

D'autre part, le concept d'antennes planaires microbandes a été initialement proposé par Deschamps en 1953 [6], mais il fallait attendre les années soixante dix (1974) pour voir apparaître la première réalisation par Munson à base de substrats à faibles pertes [23], essentiellement réservées à des applications militaires. Les années 1990 ont vu le véritable passage au stade de l'industrialisation des structures d'antennes planaires.

En 1980, Bahl et Bhartia ont publié l'une des premières références caractérisant les structures planaires microondes, et qui reste toujours maintenue comme référence standard pour les chercheurs dans le domaine des microondes [21]. Depuis, plusieurs travaux ont été mis en œuvre montrant leur diversité en terme de géométries possibles ce qui les rend convoitées dans des domaines divers.

L'électronique dans le domaine civil est une industrie qui évolue constamment au rythme de la demande mondiale en nouvelles technologies à configurations miniaturisées. Les dispositifs microondes ainsi réalisés remplacent avantageusement les montages traditionnels en guides d'ondes lourds et encombrants. Des systèmes à faible puissance sont également réalisés entièrement en structures microbandes, y compris les antennes. Par ailleurs, l'intégration dans un circuit électronique des structures planaires s'avère très pratique. Il est devenu plus facile d'implanter un composant dans un circuit imprimé que dans un guide d'ondes, car il y a possibilité d'adjoindre facilement sur leurs surfaces des composants électroniques actifs tels que les diodes et les transistors, pour former des circuits intégrés microondes [1], ce qui leur fournit donc l'avantage d'être réglables. Dans ces conditions, la miniaturisation ou l'intégration de fonctionnalités qui ne peuvent pas être réalisées par l'électronique classique, constitue actuellement un objectif majeur pour les générations futures de composants et systèmes. Le domaine d'application touche aujourd'hui différents domaines allant des applications professionnelles de haute précision comme les systèmes de navigation, les radars et la radiométrie, la télévision, le téléphone mobile, la radiodiffusion, les systèmes d'alarmes, la télédétection et la sécurité [24]. Ces applications peuvent intégrer des structures planaires sous différents types de composants microondes tels que les guides

d'ondes, les lignes de transmission, les résonateurs, les coupleurs, les filtres, les circulateurs, les déphaseurs, ... Certaines structures d'antennes planaires constituées de substrats à faibles épaisseurs sont destinées aux applications aérospatiales et qui peuvent être intimement plaquées sur la surface externe d'un satellite ou d'un avion (antennes flexibles conformes) [25].

L'emploi des techniques photolithographiques a permis de reproduire en grand nombre des composants pratiquement identiques. Il est possible ainsi d'assembler des éléments rayonnants pour former des réseaux d'antennes.

Le développement explosif des applications commerciales microondes grand public, a considérablement accru les activités de recherche dans ce domaine d'une part pour explorer les diverses nouvelles configurations de circuits planaires et d'autre part pour caractériser précisément leur performances électriques.

### **1.7.2. Fabrication des structures planaires microondes**

Les techniques utilisées dans la fabrication des circuits imprimés, qui ont révolutionné le domaine de l'électronique, se sont peu à peu étendues au domaine des microondes. Elles y sont employées pour réaliser des structures planaires telles que les lignes de transmission et les antennes imprimées. Actuellement, c'est la ligne à microruban qui est principalement employée dans les circuits intégrés bien qu'on ait besoin, aussi quelquefois, d'utiliser des lignes coplanaires.

La métallisation peut être réalisée de deux manières différentes :

- Dans la technologie des structures à couches épaisses, une plaque métallique est déposée à travers un masque qui définit les motifs souhaités [20]. La structure est alors chauffée au four, pour faire évaporer les solvants. Cette première méthode ne fournit en général pas une résolution assez suffisante, de ce fait, elle est rarement utilisée aux hyperfréquences [25].
- Dans la technique des couches minces, la face du substrat est entièrement recouverte par adhésion d'une feuille métallique fine, et cette dernière est également recouverte d'une couche photosensible. Ensuite le surplus des parties est supprimé en faisant usage à des procédés photolithographiques. Avec cette technique, il est possible d'obtenir des taux de résolution requis pour des applications hyperfréquences [25].

Les métallisations sont en général faites à l'aide de matériaux de très bonne conduction tels que le cuivre (conductivité  $\sigma = 5.8 \cdot 10^7$  S/m), l'argent ( $\sigma = 6.2 \cdot 10^7$  S/m) ou l'or ( $\sigma = 4.1 \cdot 10^7$  S/m).

Les caractéristiques du substrat conditionnent également le bon fonctionnement de l'antenne, car une bonne partie des ondes susceptibles de se propager reste confinée dans le substrat, il s'agit des

ondes guidées [25]. En effet, le type de substrat est choisi selon les caractéristiques désirées pour un fonctionnement optimal. Pour une structure rayonnante, par exemple, on choisit souvent un diélectrique de faible hauteur vis-à-vis de la longueur d'onde d'opération (quelques  $\lambda/10$ ) [26]. Idéalement, la permittivité relative  $\epsilon_r$  du substrat doit être assez faible pour minimiser le confinement de l'onde dans le substrat et favoriser le rayonnement. Il est également recommandé d'utiliser des substrats à faibles pertes diélectriques ( $\tan \delta$  de l'ordre de  $6.10^{-4}$  à  $2.10^{-3}$ ). Les matériaux les plus courants sont des composites à bases de fibres de verre-téflon (polytétra-fluoroéthylène  $2 < \epsilon_r < 3$ ,  $\tan(\delta) \approx 10^{-3}$ ), du polypropylène ( $\epsilon_r = 2,2$ ,  $\tan \delta = 3.10^{-4}$ ) ou bien parfois des mousses synthétiques contenant de nombreuses poches d'air ( $\epsilon_r = 1,03$ ,  $\tan \delta \approx 10^{-3}$ ) [26]-[28].

### 1.7.3. Lignes de transmission planaires

Les systèmes microondes sont fondés, en premiers lieu, sur des guides d'ondes, des lignes bifilaires et des lignes coaxiales. Les guides d'ondes ont l'avantage de supporter des puissances élevées à faibles pertes dans le domaine des microondes, cependant, ils sont trop encombrants et assez chers notamment aux basses fréquences. Les lignes bifilaires sont peu coûteuses mais elles présentent des niveaux de pertes par rayonnement considérables. Les lignes coaxiales, bien qu'elles soient protégées, elles exhibent des difficultés d'intégration dans les circuits intégrés microondes. Les lignes de transmission planaires fournissent une alternative, sous forme de ligne microruban (microstrip), ligne coplanaire (coplanar waveguide), ligne triplaque (stripline), ligne à fente (slotline) et de plusieurs autres formes de géométries relatives (Fig.I.3). De telles structures sont compactes, moins coûteuses et capables d'être facilement intégrées avec des composants actifs et passifs pour fabriquer des circuits intégrés microondes [19].

**La ligne microbande** consiste en un ruban conducteur de largeur  $W$  imprimé sur un substrat diélectrique métallisé sur sa face arrière (Fig.I.3.a).

**La ligne à fente (slotline)** est constituée de deux rubans conducteurs déposés sur la même face du substrat diélectrique séparés d'une fente de largeur  $W$  (Fig.3.b).

**La ligne coplanaire (coplanar waveguide)** est une extension de la ligne à fente, avec trois rubans métalliques et deux fentes (Fig.I.3.c).

**La ligne triplaque (stripline)** consiste en un ruban conducteur pris en sandwich entre deux plans de masses parallèles (Fig.I.3.d).

Pour une ligne de transmission, l'impédance caractéristique est le paramètre le plus important pour le choix de la ligne de transmission pour une application donnée. La plage des valeurs de l'impédance caractéristique selon lesquelles une ligne de transmission particulière qui peut être

pratiquement réalisée est limitée par deux facteurs des techniques de fabrication en général : la largeur minimale de la bande imprimée et l'espacement entre deux rubans adjacents. D'autres limitations proviennent de la possibilité d'excitation des modes d'ordre supérieurs, qui peuvent être évités par la réduction de l'épaisseur du substrat [6],[25].

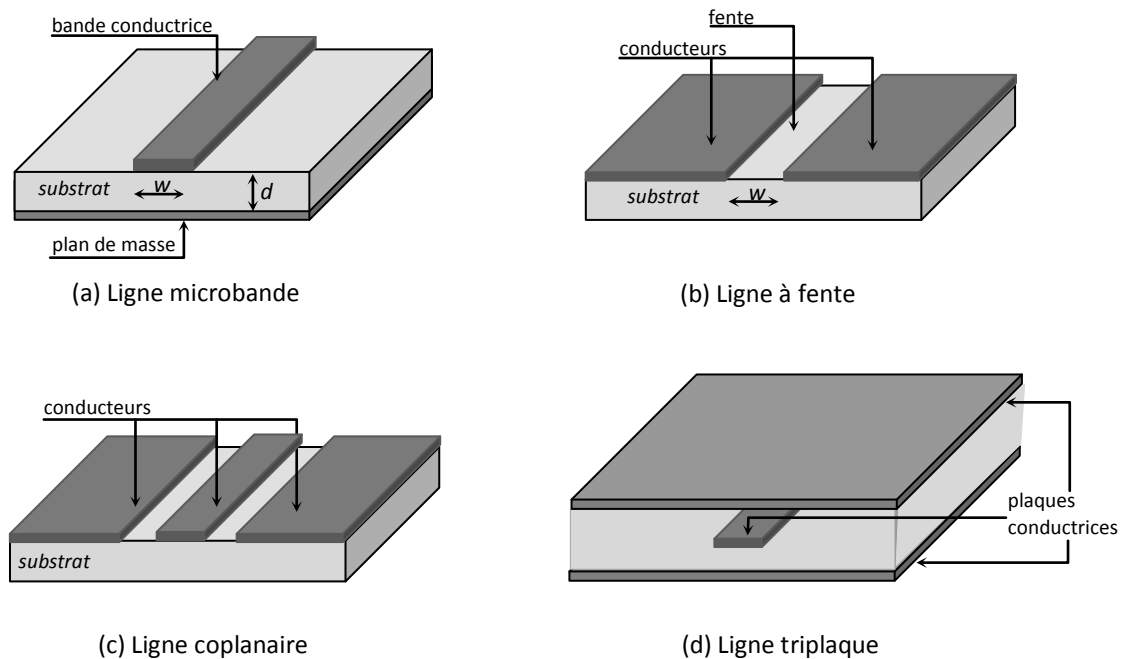


Figure I.3. Structures de base des lignes de transmission planaires

Une comparaison des plages de variation de l'impédance caractéristique des lignes de transmission sus-citées, pour des dimensions minimales d'espacement de  $5\mu m$  est donnée dans le Tableau 1. L'indice supérieure ' $m$ ' indique que la limite est causée par l'excitation des modes supérieurs et ' $d$ ' indique que la limite est due aux dimensions minimales.

Tableau 1. Plage de variation de l'impédance caractéristique des différentes lignes planaires

( $\epsilon_r = 13$ ,  $d = 100\mu m$ ,  $f = 30GHz$ ) [18].

Ligne de transmission	$Z_{c\ min} (\Omega)$	$Z_{c\ max} (\Omega)$
Ligne microbande	11 <sup>(m)</sup>	110 <sup>(d)</sup>
Ligne à fente	35 <sup>(d)</sup>	250 <sup>(m)</sup>
Ligne coplanaire	20 <sup>(m,d)</sup>	250 <sup>(m,d)</sup>
Ligne triplaque	20 <sup>(m,d)</sup>	250 <sup>(m,d)</sup>

D'après cette comparaison, il est à noter que la ligne microruban peut fournir des valeurs faibles d'impédance caractéristique tandis que la ligne à fente et la coplanaire peuvent être réalisées avec des valeurs d'impédance assez élevées.

#### I.7.4. Antennes microbandes

Dans les applications microondes à rendement élevé telles que les applications militaires, les vaisseaux spatiaux, les satellites de télécommunication, où la taille, le poids, le coût, la performance, la facilité d'installation sont des contraintes, et pour les antennes à faibles profils, bien évidemment, sont explicitement exigées. Actuellement, d'autres applications commerciales, telles que la radiodiffusion, la téléphonie mobile et les applications sans fils exigent également des spécifications semblables.

Une structure de base d'antenne imprimée (Fig.I.4) est composée d'une plaque métallique (patch) très mince (généralement de 17.5 à 50  $\mu\text{m}$  d'épaisseur en microondes) permet de supporter des courants de surface qui créent le rayonnement électromagnétique, de forme géométrique quelconque de dimensions réduites (de l'ordre de  $\lambda_0/2$  à  $\lambda_0$ ), imprimée sur un substrat diélectrique dont la face inférieure est le plus souvent entièrement métallisée. Aujourd'hui, on trouve des structures avec des motifs imprimés plus élaborés comportant des fentes, des stubs, d'autres éléments adjacents et même parfois les circuits d'alimentation, d'adaptation, de déphasage mais aussi des composants actifs rapportés sur cette face du substrat. Il est à noter que c'est principalement cette plaque conductrice (patch) qui détermine pratiquement toutes les spécificités de l'antenne c'est-à-dire ses performances et son mode de fonctionnement [26].

Généralement, les dimensions du patch sont de l'ordre de la demi-longueur d'onde mais il n'est pas rare de rencontrer des dimensions du patch de l'ordre de quelques longueurs d'ondes en vue d'une augmentation de la directivité mais aussi de quelques dixièmes de longueur d'ondes lorsque l'on cherche à miniaturiser l'élément rayonnant [26].

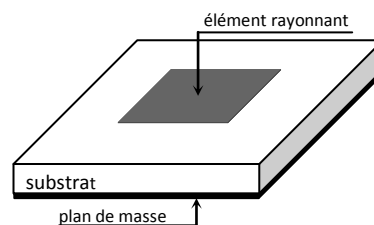


Figure I.4. Structure de base d'une antenne microruban.

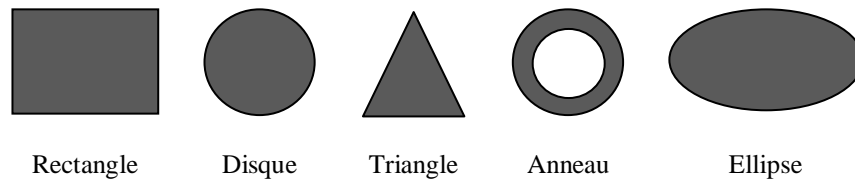


Figure I.5. Diverses géométries de formes régulières d'éléments métalliques rayonnants.

Le substrat diélectrique de faible épaisseur ( $d \ll \lambda_0$ ) très inférieure à la longueur d'onde (généralement  $0.003\lambda_0 \leq h \leq 0.05\lambda_0$ ) [6],[29] sert de support mécanique de la structure. De nombreux substrats peuvent être employés pour la conception des antennes microrubans, leurs constantes diélectriques sont habituellement dans la gamme  $2.2 \leq \epsilon_r \leq 12$ . Il est cependant préférable d'utiliser des diélectriques de faible permittivité ( $\epsilon_r < 3$ ), évitant ainsi le confinement des champs à l'intérieur de la cavité, et de faibles pertes diélectriques ( $\tan \delta < 2 \cdot 10^{-3}$ ) favorisant un meilleur rendement de l'antenne [6].

#### I.7.4.1. Principe de fonctionnement

La figure I.6 représente une antenne microbande rectangulaire alimentée par une ligne de transmission microruban. Généralement, la longueur  $L$  de l'élément rayonnant est de l'ordre d'une demi onde. Pour cette raison l'antenne microbande appartient à la classe des antennes résonnantes. La nature résonnante de cette antenne a pour conséquence une bande étroite et des dimensions très grandes aux fréquences en-dessous de 1 GHz. Ainsi les antennes microbandes sont typiquement utilisées dans la bande de fréquences de 1 GHz à 100 GHz [30]. Le champ électrique associé à l'onde stationnaire confinée dans le diélectrique entre la plaque conductrice et le plan de masse est montré sur les figures I.6.b et c.

Cette structure d'antenne agit en tant qu'un tronçon de ligne de transmission de longueur demi-onde ouverte à ses deux extrémités, ce qui donne lieu à une réflexion totale. Ceci mène à l'apparition d'une onde stationnaire dans le diélectrique. Lorsque la tension à l'entrée du patch est maximum à l'autre bout elle sera minimum et vice versa ( $L = \lambda/2$ ). De même pour l'onde courant sauf que le courant est toujours en opposition de phase avec la tension. Du fait que l'impédance est le rapport de l'onde tension à l'onde courant, elle est maximum sur les extrémités et nul au centre de la ligne (Fig.I.7).

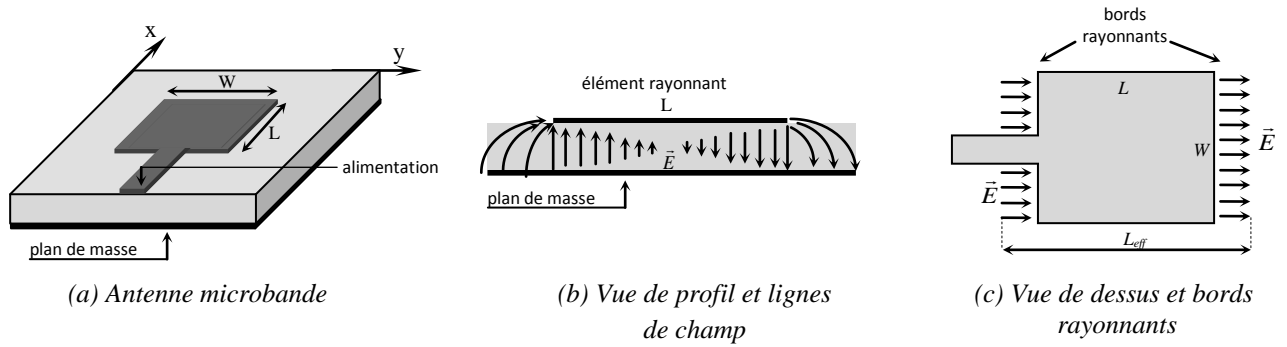


Figure I.6. Modèle de l'ouverture rayonnante d'une antenne microbande rectangulaire.

Aux extrémités du patch, les lignes de champ débordent sur les deux bords rayonnants. Car le champ électrique aux deux extrémités se trouve en opposition de phase, les composantes tangentielles se trouvent dans la même direction et s'additionnent donnant naissance à un champ diffracté. C'est ce champ qui est à l'origine du rayonnement de l'antenne.

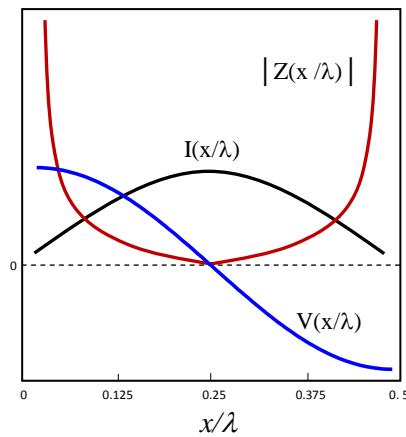


Figure I.7. Evolution de l'onde stationnaire sur l'antenne.

Les champs frangeants sur les bords rayonnants ont pour effet d'augmenter la longueur effective du patch. Ainsi, la longueur d'un patch demi onde est légèrement moins qu'une demi-longueur d'onde dans le diélectrique. Une valeur approximative de la longueur résonnante d'un patch demi onde est citée dans [30] :

$$L \approx 0.49\lambda_g = 0.49 \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad (\text{I.46})$$

où  $\lambda_g$  et  $\lambda_0$  sont respectivement, les longueurs d'ondes dans le diélectrique et dans l'espace libre.



Les valeurs de l'impédance d'entrée typique au bord du patch rectangulaire s'étendent entre 100 et 400Ω. Une expression approximative est référée dans [31] :

$$Z_{in} \approx 90 \frac{\epsilon_r^2}{\epsilon_r - 1} \left( \frac{L}{W} \right)^2 \quad (\text{I.47})$$

#### I.7.4.2. Techniques d'alimentations

L'un des problèmes de fonctionnement des antennes imprimées réside dans la réalisation d'une alimentation de qualité. Le choix de la technique d'alimentation d'une antenne imprimée est conditionné par plusieurs facteurs. Elle dépend essentiellement de la manière dont elle va être intégrée dans le dispositif d'application. D'autre part, la technique doit satisfaire au principe de transfert max de puissance (adaptation d'impédance). Ainsi, on distingue plusieurs techniques d'alimentation. Les quatre principales technique sont les suivantes, présentées dans [6],[21],[26] (Fig.I.8).

***Alimentation par ligne microruban*** : La ligne microstrip est liée directement à la plaque conductrice sur le même plan de métallisation. L'ensemble constitue une seule pièce imprimée sur le substrat. L'antenne est considérée comme une charge qui termine la ligne de valeur égale à l'impédance mesurée à son entrée. Cette technique est sûrement la plus simple à réaliser (Fig.I.8.a), cependant elle souffre des rayonnements parasites engendrés par la ligne pouvant perturber le rayonnement propre de l'antenne.

***Alimentation par sonde coaxiale*** : l'âme de la ligne coaxiale est reliée à la plaque conductrice rayonnante, à travers un trou usiné dans le diélectrique et le plan de masse, tandis que le conducteur externe est soudé au plan de masse. Cette alimentation a l'avantage d'être située du côté du plan de masse et d'utiliser une ligne blindée (Fig.I.8.b) ce qui réduit les rayonnements parasites. Cependant, en outre sa difficulté de réalisation, la réactance inductive apportée par la sonde, notamment dans le cas des substrats assez épais ( $h > 0.02\lambda_0$ ) [6], affecte la bande passante de l'antenne.

***Alimentation par fente (ou par ouverture)*** : Dans cette technique, l'alimentation est assurée par couplage depuis la ligne à travers une fente électriquement petite. Elle permet d'isoler le circuit d'alimentation de l'antenne (Fig.I.8.c) et éliminer le rayonnement parasite dans le demi-espace supérieur, mais un rayonnement arrière apparaît. Un accroissement de bande passante peut même être obtenu par couplage entre la résonance du patch et celle de la fente [26]. Le rayonnement arrière augmente cependant car la fente se comporte alors comme un élément rayonnant.

**Alimentation par ligne couplée (par proximité) :** Elle utilise le couplage direct d'une ligne microruban située entre l'élément et le plan de masse et positionnée entre deux couches diélectriques (Fig.I.8.d).

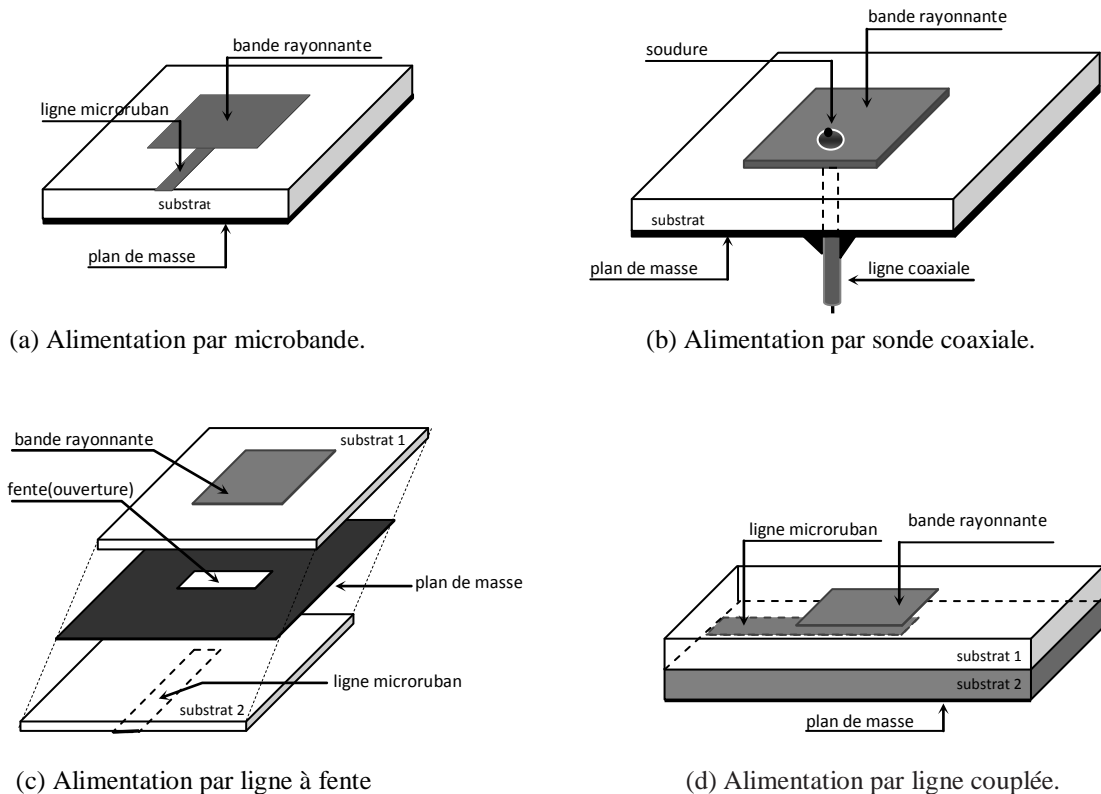


Figure I.8. Différentes techniques d'alimentation d'une antenne microbande.

Le rayonnement de la ligne peut alors être considérablement réduit par l'utilisation d'un substrat inférieur assez fin et de permittivité élevée, alors que le rayonnement de l'élément est privilégié par l'utilisation d'un substrat plus épais et de constante diélectrique faible.

Elle permet l'élargissement de la bande passante. Elle est difficile à réaliser et l'estimation de son impédance est légèrement plus complexe que dans les cas précédents [26].

## I.8. Méthodes de calcul et d'analyse

Avec l'augmentation de la complexité géométrique due à la non homogénéité des milieux des structures microondes et la complexité au niveau de la propagation des ondes électromagnétiques dans les milieux diélectriques qui les supportent, les calculs analytiques associés à la caractérisation de ces structures sont devenus très compliqués et laborieux [32]. Deux types de méthodes permettent d'analyser les structures imprimées. Les méthodes analytiques, issues d'une approche physique du phénomène ou des hypothèses simplificatrices, permettent d'obtenir des équations assez simples mais en contrepartie, elles n'aboutissent, bien entendu, qu'à des résultats

approchés. Les méthodes numériques exactes (*full-wave*), basées sur l'utilisation d'algorithmes numériques puissants, donnent des résultats plus précis avec un temps de calcul plus important que les méthodes analytiques. Elles sont généralement basées sur l'obtention des distributions de courants électriques sur la plaque conductrice et sur le plan de masse [26].

### **I.8.1. Méthodes analytiques**

Les méthodes analytiques sont employées pour l'analyse des structures dont la géométrie et la répartition des ondes électromagnétiques dans les milieux support de la structure restent simples tels que les guides et les résonateurs rectangulaires elliptiques et sphériques [33].

#### **I.8.1.1. Modèle de la ligne de transmission (TLM)**

Le premier modèle développé pour la détermination des valeurs approximatives de la constante de propagation [23], consiste à résoudre les équations de Maxwell dans le domaine temporel. L'algorithme TLM est basé sur une analogie simple entre la propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu et la propagation des tensions et des courants dans un réseau de lignes de transmission [34]. Il suffit alors de simuler la propagation des tensions et courants dans un réseau de lignes de transmission adéquat pour en déduire celle des ondes électromagnétiques dans un environnement donné. Cette technique ne rend pas compte des effets des modes d'ordre supérieur. Elle est mieux adaptée pour les éléments rectangulaires [26].

#### **I.8.1.2. Modèle de la cavité électromagnétique**

Valable notamment pour tout autre géométrie quelconque simple. Dans ce modèle la structure microruban (antenne ou résonateur) peut être assimilée à une cavité limitée par deux murs électriques sur les deux surfaces supérieure et inférieure (patch et plan de masse) et entourée latéralement par quatre murs magnétiques. Le rayonnement s'explique par des fuites à travers les parois latérales. Il se calcule à partir du champ électrique tangentiel sur celle-ci. Ce modèle permet une bonne approche physique du fonctionnement, il est assez efficace pour une antenne rectangulaire mais les calculs deviennent très vite complexes pour une forme quelconque [26].

### **I.8.2. Méthodes numériques**

#### **I.8.2.1. Méthodes numériques exactes (*full-wave*)**

En parallèle avec le progrès des ressources informatiques, en termes de vitesse de CPU et capacité en mémoire des ordinateurs, des méthodes numériques ont été développées telles que : la méthode spectrale (SDA), la méthode des différences finies dans le domaine temporelle (FDTD), méthode des éléments finies (FEM), et méthode des moments (MoM). Ces méthodes ne sont limitées par

aucune approximation ou supposition initiale; elles s'avèrent être très rigoureuses. En outre, elles s'appliquent avantageusement aux structures fortement hétérogènes. Elles consistent à transformer les équations intégrales ou différentielles de Maxwell, temporelles ou spectrales, en une formulation discrète approximative qui exige l'inversion d'une grande matrice où un procédé itératif impliquant un temps de calcul très considérable [33].

### **I.8.2.2. Méthode spectrale (SDA)**

Elle consiste à exprimer les équations des champs des différentes régions de la structure dans le domaine spectral. La formulation du problème électromagnétique dans le domaine de Fourier permet de réduire le problème vectoriel tridimensionnel en un problème bidimensionnel. Les conditions aux limites sur les parois métalliques et les conditions de passage aux interfaces sont imposées dans le domaine spectral. De ces expressions on fait alors apparaître la fonction de Green dyadique qui mène à une équation intégrale du champ électrique (EFIE) exprimée dans le domaine spectral en termes de sources (courants surfaciques). Par conséquent, la procédure numérique ne s'appliquera que sur le domaine de calcul où ces sources existent. On parle alors de méthodes 2,5-dimensionnelles dans le sens que bien que l'échantillonnage spatial soit surfacique (cas des structures planaires où les sources de courant sont confinées dans un plan), la résolution est celle d'un problème dans l'espace tridimensionnel [33],[35]. Par la suite, un système matriciel homogène (problème aux valeurs propres) est obtenu où les inconnues sont les densités de courant sur les rubans qui ont été préalablement décomposées en fonction de base. La méthode de *Galerkin*, est ensuite appliquée pour déterminer les densités du courant sur l'interface métallisée et les expressions du champ électromagnétique. La méthode spectrale est une des méthodes les plus utilisées actuellement dans l'analyse des structures planaires telles que les lignes, résonateurs et antennes [32],[36] [37][38], elle est considérée comme étant rigoureuse malgré qu'elle est un peu coûteuse, du point de vu temps de calcul et précision exigée sur la détermination des éléments de la matrice associée. Comme elle a l'inconvénient de ne s'appliquer qu'à des structures particulières.

### **I.8.2.3. Méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD)**

La méthode FDTD consiste à discrétiser les équations de Maxwell dans le volume de la structure et calculer par des méthodes itératives les composantes des champs électrique et magnétique en tout point du domaine de calcul en remplaçant les opérateurs différentiels par des opérateurs de différence [39],[40]. Cette méthode a l'avantage d'être applicable à des structures quelconques sans modification de l'algorithme de base [41],[42]. Bien que cette méthode soit très simple et flexible, elle est mieux adaptée pour les problèmes électromagnétiques de volume réduit. Pour des problèmes de rayonnement, le volume minimum est limité par la nécessité d'espacer les bords

rayonnants d'environ au moins un quart d'une longueur d'onde, pour permettre la formation des fronts d'ondes [39]. Sous ces conditions, la FDTD devient trop gourmande en terme de ressources informatiques : vitesse et espace mémoire. Ainsi, les problèmes de rayonnement où les dimensions et les tailles sont souvent grandes comparées à la longueur d'onde, ne sont pas bien adaptés. Autrement c'est une approche particulièrement simple et puissante.

#### **I.8.2.4. Méthode des éléments finis (FEM)**

La méthode des éléments finis est l'une des méthodes numériques les plus puissantes couvrant un vaste domaine d'applications [35],[43],[44]. Elle s'appuie sur un maillage de l'espace de propagation 3D en éléments de forme adaptée et sur une formulation variationnelle des équations de Maxwell. Le champ dans chaque élément est approximé par des polynômes d'ordre inférieur avec des coefficients inconnus [45]. On impose, à toutes les interfaces entre les différents éléments, les relations de continuité. En employant une formulation variationnelle du champ électromagnétique dérivée des équations de Maxwell et par minimisation de celle-ci en différents points appelés points nodaux, on aboutit à la résolution d'un système d'équations aux valeurs propres (les constantes de propagation). Le problème aux valeurs propres est résolu par des techniques standards de l'analyse numérique.

Pour des problèmes de rayonnement, cette méthode demande une puissance de calcul très importante. Cependant, pour des bandes de fréquences pas trop larges, la FEM constitue l'une des formulations les plus puissantes pour la modélisation électromagnétique de géométries complexes [44].

#### **I.8.2.5. Méthode des Moments (MoM)**

La MoM est une procédure très efficace pour résoudre les problèmes électromagnétiques [46]. Connue aussi sous le nom de *la méthode des résidus pondérés*, elle s'appuie sur l'étude des fonctions de Green avec des développements analytiques selon une méthode intégrale. En dernier recours, la méthode des moments est utilisée pour transformer le système d'équations intégrales (souvent l'équation intégrale du champ électrique EFIE) en un système matriciel résolu par ordinateur [47],[48]. Elle est basée sur le critère de nullité d'une fonctionnelle constituée à partir d'une intégrale des résidus, générée par la différence entre la solution approximative (fonction d'essai) et la solution exacte, pondérée par des fonctions de poids (fonctions de test) [49]. La fonction d'essai est exprimée sous forme de série de fonctions de base connue dont les coefficients de pondération sont déterminés en résolvant le système d'équations linéaire. La méthode des moments est la méthode la plus adaptée pour la détermination du rayonnement des antennes [50] et

la caractérisation des structures planaires microbande [51]. Dans cette méthode, le maillage n'est effectué que sur les parties métalliques conductrices de la structure, ce qui aide à réduire le nombre d'inconnues dans le système d'équations linéaire résultant.

Il existe une procédure particulière de la méthode des moments générale appelée la méthode de Galerkin. Elle est assez robuste [45],[47] et s'avère donner des résultats précis pour un nombre requis d'inconnus réduit comparé à d'autres variétés de la MoM (collocations, weighted point matching, moindre carré, etc.) [52],[53]. Dans la procédure de Galerkin, les fonctions de test (de pondération ou d'essai) sont les mêmes que les fonctions de base.

Un des principaux inconvénients originels de cette méthode réside dans le fait que, les substrats et les plans de masse des structures imprimées sont considérés comme infinis, ce qui mène à des résultats approximatives notamment sur les diagrammes de rayonnement, en plus de la difficulté de modélisation des structures avec des courants verticaux [54]. Cependant, de plus en plus de logiciels de simulation électromagnétiques intègrent cette possibilité ainsi que la prise en compte des substrats et plans de masse finis dans le plan transversal, ce qui rend cette méthode utilisable pour l'analyse des structures tridimensionnelles sous certaines conditions [33].

Cette méthode est celle utilisée dans cette thèse et son implémentation mathématique est bien détaillée dans les chapitres qui suivent.

## **I.9. Conclusion**

Dans ce chapitre, la théorie de l'électromagnétisme a été brièvement introduite. Les équations fondamentales de Maxwell constituent la base de cette théorie. Pour qu'on puisse caractériser électromagnétiquement une structure donnée, l'effet de la matière exprimé par les paramètres constitutifs reliant les grandeurs électromagnétiques doit être associé aux équations de Maxwell. Les différentes conditions aux limites sur les interfaces séparant deux milieux de propriétés électromagnétiques différentes sont exposées. Leur application constitue une étape nécessaire pour la résolution d'un problème, que ce soit analytiquement ou numériquement. Une solution est l'onde plane qui constitue un modèle simple permettant l'explication de nombreux phénomènes. Une brève introduction aux structures planaires est rapportée. Les lignes de transmission et les antennes planaires en constituent les éléments de base, les principales configurations et quelques méthodes d'analyse associées sont présentées.

## Références

- [1]. Pozar D. M. *Microwave engineering*. John Wiley and Sons, 2009.
- [2]. Kong J. A., *Electromagnetic Wave Theory*, John Wiley and Sons, New York, 1990.
- [3]. Lindell I. V., A. H. Sihvola, S. A. Tretyakov and A. J. Viitanen, *Electromagnetic waves in chiral and bi-isotropic media*, Artech House, 1994.
- [4]. Jarem J. M., *Computational methods for electromagnetic and optical systems*, Marcel Dekker, New York, 2000.
- [5]. Schwab W. and W. Menzel, "On the design of planar microwave components using multilayer structures," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 40, pp.67-72, Jan. 1992.
- [6]. Balanis, C. A. *Antenna theory: analysis and design*. John Wiley and Sons, 2016.
- [7]. Alexopoulos N. G., "Integrated-Circuit Structures on Anisotropic Substrates," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 33, no. 10, pp. 847-881, 1985.
- [8]. Zebiri, C., Benabdelaziz, F., & Sayad, D. , "Surface waves investigation of a bianisotropic chiral substrate resonator". *Progress In Electromagnetics Research B*, 40, 399-414, 2012.
- [9]. Zebiri, C., M. Lashab, and F. Benabdelaziz, "Rectangular microstrip antenna with uniaxial bi-anisotropic chiral substrate superstrate," *IET Microwaves, Antennas Propagation*, Vol. 5, No. 1, 17-29, Jan. 2011.
- [10]. Hsia I. Y., H. Y. Yang and N. G. Alexopoulos, "Basic Properties of Microstrip Circuit Elements on Nonreciprocal Substrate-Superstrate Structures," *J. Electromag. Waves and Appl.*, vol. 5, no. 4-5, pp. 465-476, 1991.
- [11]. Soohoo R. F., *Microwave Magnetics*, Harper and Row, San Francisco, 1985.
- [12]. Cheng D. K. and J. A. Kong, "Covariant descriptions of bianisotropic media," *Proc. IEEE*, vol. 56, no. 3, pp. 248-251, 1968.
- [13]. Weiglhofer W. S. "A flavour of constitutive relations: the linear regime." *Advances in Electromagnetics of Complex Media and Metamaterials*. Springer Netherlands, 2002.
- [14]. Lakhtakia A., V. K. Varadan, V. V. Varadan, *Time harmonic Electromagnetic Fields in Chiral Media*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1989.
- [15]. Oussaid R., *Modélisation des matériaux- Influence de la micro-structure sur le comportement fréquentiel*, Thèse de Doctorat, USTHB, 2004.
- [16]. Ziolkowski R. W. and E. Heyman, "Wave propagation in media having negative permittivity and permeability," *Phys. Rev. E.*, vol. 64, no. 5, pp. 056625, Oct. 2001.

- [17]. Aib S., F. Benabdelaziz, C. Zebiri, & D. Sayad, "Propagation in Diagonal Anisotropic Chiro-waveguides." *Advances in OptoElectronics*, vol. 2017, 2017.
- [18]. Garg R., I. Bahl, M. Bozzi. *Microstrip lines and slotlines*. Artech house, 2013.
- [19]. Edwards, T., & Steer, M. *Foundations for microstrip circuit design*. John Wiley & Sons, 2016.
- [20]. Hélier M., M. Ney, C. Pichot, "Structure de guidage HF - Propagation et géométrie". *Traité d'Electronique, Techniques de l'Ingénieur, E1170*, 2003.
- [21]. Bahl, I. J., and Bhartia, P. *Microstrip antennas*. Artech house, 1980
- [22]. Teruel O. Q., Z. Sipus, and E. R. Iglesias, "Characterization and reduction of mutual coupling between stacked patches," *IEEE Trans. Ant. Propa.*, vol. 59, pp. 1031-1036, Mar. 2011.
- [23]. Munson R. E., "Conformal microstrip antennas and microstrip phased arrays," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 22, no. 1, pp. 74-78, January 1974.
- [24]. N'Gongo S. R., *Modélisation des circuits planaires : Application à l'influence du boîtier*, Thèse de Doctorat en Electronique, INP Toulouse, 1999.
- [25]. Mosig J. R., & F. Gardiol. "Techniques analytiques et numériques dans l'analyse des antennes microruban." *Annales des télécomm.* Vol. 40. No. 7-8. Springer-Verlag, 1985.
- [26]. Luxey C., R. Staraj, G. Kossiavas, A. Papiernik, "Antennes imprimées - Bases et principes, Traité d'électronique", *Technique de l'ingénieur, E3310*, 2007.
- [27]. Combes P.F, *Micro-ondes, Circuits passifs, propagation, antennes, Vol. 2*, Dunod, 1997.
- [28]. James J.R, P.S. Hall, *Handbook of Microstrip Antennas*. vol. 1, Peregrinus, London UK, 1989.
- [29]. Orfanidis, S. J. *Electromagnetic waves and antennas*. New Brunswick, NJ: Rutgers University, 2002.
- [30]. Stutzman, W. L., and Thiele, G. A. *Antenna theory and design*. John Wiley and Sons, 2012.
- [31]. Jackson D. R. and N. G. Alexopoulos, "Simple Approximate Formulas for Input Resistance, Bandwidth, and Efficiency of a Resonant Rectangular Patch," *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, Vol. 3, pp. 407-410, March 1991
- [32]. Hélier M., M. Ney, C. Pichot, "Structures de guidage HF - Modélisation et calcul, Traité d'Electronique." *Techniques de l'Ingénieur, E1171*, 2003.
- [33]. Swanson, D. G., and Hofer, W. J. *Microwave circuit modeling using electromagnetic field simulation*. Artech House, 2003.
- [34]. Wu, K. and X. Jiang, "The use of absorbing boundary conditions in the method of lines." *IEEE Micro. Guided Wave Lett.*, Vol. 6, No. 5, 212-214, 1996.



- [35]. Hey M. "Simulation électromagnétique - Outils de conception." *Traité d'Electronique, Technique de l'ingénieur, E1030*, 2013.
- [36]. Davidson D. B. and J. T. Aberle, "An introduction to the spectral domain method-of-moments formulations." *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, vol. 46, no. 3, pp. 11-19, June 2004.
- [37]. Yagoub, M. C., and Tounsi, M. L, "EM Methods for MIC Modeling and Design: An Overview." *PIERS online*, vol. 3, no 1, 2007.
- [38]. He, M. and X. Xu, "Closed-form solutions for analysis of cylindrically conformal microstrip antennas with arbitrary radii," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Vol. 53, No. 1, 518-525, 2005.
- [39]. Taflove A., and Hagness S.C., *Computational Electromagnetics – The Finite Difference Time-Domain Method*, 3rd Ed., Artech House, 2005.
- [40]. Sadiku D. and N.O.Mathew, *Numerical techniques in electromagnetics*, 2nd edition, CRC Press, Boca Ration, London, New York, Washington, D.C, 2001.
- [41]. Krukonis, A., and V. Urbanavicius. "Investigation of microstrip lines dispersion by the FDTD method." *Elektronika ir Elektrotechnika* 115.9 (2011): 51-54.
- [42]. Yee K.S., "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media." *IEEE Trans on Antennas and propag.*, Vol 14, pp.302-307, 1966.
- [43]. Jin J. M. and J. L. Volakis, "A hybrid finite element method for scattering and radiation by microstrip patch antennas and arrays residing in a cavity." *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 39, pp. 1598-1604, Nov. 1991.
- [44]. Volakis J. L., A. Chatterjee, and L. C. Kempel, *Finite element method for electromagnetics: Antennas, microwave circuits and scattering applications*. IEEE press, NY, 1998.
- [45]. Archambeault D., O. M. Ramahi, C. Drench, *EMI/EMC Computational Modeling Handbook*. Springer Science+Business Media, LLC, 1998.
- [46]. Ney M. , " Simulation électromagnétique - Outils de conception." *Traité d'électronique, Technique de l'ingénieur, E1030*, 2013.
- [47]. Harrington R.F., "Matrix Methods for Field Problems," *Proc. IEEE*, Vol. 55 , No. 2, 1967.
- [48]. Peterson A., Ray S.C., and Mittra R., *Computational Methods for Electromagnetics*, Oxford University Press, 1998.
- [49]. Djouablia L., *Contribution à l'étude des structures microbandes rayonnantes par la MoM des moments. Application à la forme triangulaire*. Thèse de Doctorat, université de Constantine, 2012.
- [50]. Picon, O. coll, *Les antennes Théorie, conception et application*, Dunod, Paris, 2009.

- [51]. Lashab M., *Etude et analyse des antennes à réflecteurs par la méthode des moments*, thèse de Doctorat, université de Skikda, 2009.
- [52]. Butler C.M., and Wilton D.R., “Analysis of Various Numerical Techniques Applied to Thin-Wire Scatterers.” *IEEE Trans. Ant. Propagat.*, Vol. 23, No 4, July 1975, pp. 534-540.
- [53]. Miller E. K., and Deadrick F.J., *Some Computational Aspects of Thin-Wire Modeling, in Computer Techniques for Electromagnetics*, Pergamon Press, 1973.
- [54]. Zebiri C., *Effet de l’anisotropie tensorielle sur les paramètres des structures planaires Contribution à une réalisation d’un résonateur micro-ondes*, Thèse de Doctorat, Université de Constantine, 2011.

## **Chapitre II**

### **Résolution de l'équation intégrale par la méthode des moments**

# Chapitre II

## Résolution de l'équation intégrale par la méthode des moments

### II.1. Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons introduit la théorie électromagnétique et ses équations de base dans le domaine des microondes. Pour la plupart des problèmes d'intérêt pratique, notamment ceux caractérisés par la non homogénéité et la complexité électromagnétique du milieu, cet ensemble d'équations ne peut pas être résolu analytiquement. Dans des cas pareils, nous faisons appel aux méthodes numériques qui s'intéressent tant aux fondements théoriques qu'à la mise en pratique des méthodes de résolution par des calculs purement numériques.

Dans ce qui suit, nous présentons la méthode des moments (MOM) dans le domaine spectral, une technique numérique employée pour la résolution des équations intégrales qui consiste à convertir ces équations en un système d'équations linéaires qui peut être résolu numériquement par ordinateur.

La méthode des moments est appliquée pour la première fois dans le domaine des microondes par R. Harrington en 1968 [1]. Elle est idéalement utilisée dans le cas des structures planaires [2]-[5]. La méthode des moments est basée sur la discrétisation de l'équation intégrale pour en aboutir à un système d'équations linéaire qui peut être résolu par des procédures numériques. Dans cela, la densité de courant sur le patch est discrétisée et exprimée en termes de fonctions de base, tandis que la discrétisation des composantes du champ électrique en termes de fonctions de base est également possible. Le choix approprié des fonctions de base est primordial pour la convergence

des calculs numériques. La première section de ce chapitre présente la procédure de la méthode des moments et son application au problème de la structure planaire microruban à substrat isotrope. Enfin, il est à noter également que les structures filaires peuvent en effet être modélisées par des bandes conductrices de forme plate (ruban), en considérant l'équivalence entre un fil de rayon  $a$  et une bande plate de longueur égale et de largeur  $4a$  [6].

## II.2. Formulation

La plupart des problèmes électromagnétiques, y compris les structures d'antennes filaires, peuvent être décrits sous la forme d'un opérateur linéaire  $L(\vec{r}')$  agissant sur une fonction inconnue  $f(\vec{r})$  en présence d'une fonction source  $g(\vec{r}')$  :

$$L(\vec{r}') [f(\vec{r})] = g(\vec{r}') \quad (\text{II.1})$$

Où  $r$  et  $r'$  sont respectivement les positions vectorielles de la source et du points d'observation (du champ).

$L$  est un opérateur linéaire,  $g$  est une fonction connue, et  $f$  est à déterminer. Développons la fonction inconnue  $f$  en une série basée sur un ensemble de fonctions connues  $f_1, f_2, f_3, \dots$  définies sur le domaine de l'opérateur  $L$ , appelées *fonctions de base*.

$$f = \sum_n^N \alpha_n f_n \quad (\text{II.2})$$

Où  $\alpha_n$  sont des coefficients à déterminer et  $N$  est le nombre des fonctions de base utilisées.

La substitution de (II.2) dans (II.1) donne :

$$\sum_n \alpha_n L(f_n) = g \quad (\text{II.3})$$

Pour déterminer les coefficients inconnus  $\alpha_n$ , il est possible de convertir (II.3) en un système d'équations linéaire en imposant que ce système soit satisfait en  $N$  points de l'espace.

$$\sum_n \alpha_n L[f_n(\vec{r})] = g(\vec{r}'_m), \quad m = 1, 2, \dots, N \quad (\text{II.4})$$

où :  $\vec{r}'_m$  sont les vecteurs positions de ces points.

L'étape suivante dans la méthode des moments est d'introduire des *fonctions de tests*. Cette étape est appelée *procédure de test*; où chaque membre de l'équation (II.4) est multiplié par l'ensemble

de fonctions  $w_m(\vec{r}')$ , avec  $m=1,2,\dots, M$ . En prenant le produit scalaire (*inner product*) avec  $w_m(\vec{r}')$ , il en résulte le système suivant :

$$\sum_n^N \alpha_n \langle w_m(\vec{r}'), L[f_n(\vec{r})] \rangle = \langle w_m(\vec{r}'), g(\vec{r}_m) \rangle, \quad m=1,2,\dots, M \quad (\text{II.5})$$

Pour un nombre égal de fonctions de base et de test ( $M=N$ ), on aura un système de  $M$  équations à  $M$  inconnus ( $\alpha_m$ ), qui peut être mis sous la forme matricielle suivante :

$$[g_m] = [Z_{mn}] [\alpha_m] \quad (\text{II.6})$$

qui peut être finalement résolu en utilisant des procédures de calcul numérique matriciel.

Avec

$$[Z_{mn}] = \langle w_m(\vec{r}'), L[f_n(\vec{r})] \rangle \quad (\text{II.7})$$

$$[g_m] = \langle w_m, g \rangle \quad (\text{II.8})$$

Ou encore, sous formes plus détaillées

$$[Z_{mn}] = \begin{bmatrix} \langle w_1, L(f_1) \rangle & \langle w_2, L(f_2) \rangle & \dots \\ \langle w_2, L(f_1) \rangle & \langle w_2, L(f_2) \rangle & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad (\text{II.9})$$

et

$$[g_m] = \begin{bmatrix} \langle w_1, g \rangle \\ \langle w_1, g \rangle \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (\text{II.10})$$

donc  $[Z_{mn}]$  est une matrice de  $M \times N$  éléments de produits scalaires,  $[g_m]$  et un vecteur de  $M$  éléments de produits des fonctions de test par celle d'excitation, et  $[\alpha_m]$  est le vecteur des coefficients inconnus qui peut être déduit par l'inversion de la matrice impédance  $[Z_{mn}]$  en utilisant des algorithmes numériques. En multipliant les deux membres de l'équation (II.6) par  $[Z_{mn}]^{-1}$  nous aurons

$$[\alpha_m] = [Z_{mn}]^{-1} [g_m] \quad (\text{II.11})$$

En électromagnétisme, l'opérateur linéaire  $L$  est souvent associé au champ électrique [6], (exemple du cas : lorsqu'une équation intégrale du champ électrique est utilisée).

### II.3. Méthode des moments dans le domaine spectral

Dans cette section, la technique spectrale est introduite. Ceci est accompli par la formulation de la structure planaire la plus élémentaire : la microbande. La solution de cet exemple permet d'exposer facilement les concepts de base de la technique spectrale. Les outils mathématiques et numériques proposés pour la caractérisation d'une structure planaire microruban implantée sur un substrat diélectrique isotrope seront abordés dans cette section.

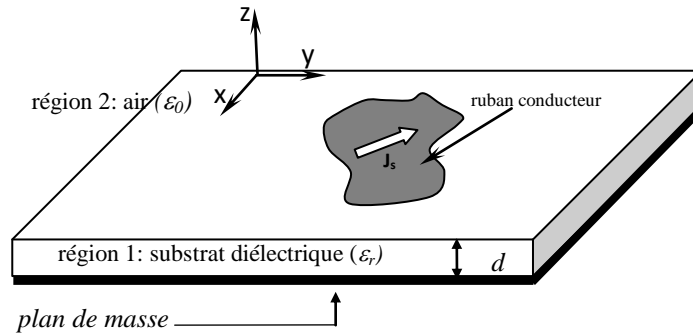


Figure II.1. Structure planaire microruban à substrat diélectrique isotrope

#### II.3.1. Equation d'onde

Considérons les équations de Maxwell-Faraday et Maxwell-Ampère dans le diélectrique isotrope non magnétique caractérisé par  $(\epsilon, \mu_0)$ . Pour une dépendance temporelle en  $e^{j\omega t}$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -j\omega\mu_0\vec{H} \quad (\text{II.12})$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = j\omega\epsilon\vec{E} \quad (\text{II.13})$$

l'application du rotationnel sur les deux membres de l'équation (II.13)

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{E}) = -j\omega\mu_0\vec{\nabla} \wedge \vec{H} \quad (\text{II.14})$$

donne

$$\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - (\Delta\vec{E}) = -j\omega\mu_0 j\omega\epsilon\vec{E} \quad (\text{II.15})$$

sachant que  $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \text{div } \vec{E} = 0$ , nous aurons

$$\nabla^2 \vec{E} + \omega^2 \mu_0 \epsilon \vec{E} = 0 \quad (\text{II.16})$$

ce qui donne

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} + \omega^2 \mu_0 \varepsilon E_z = 0 \quad (\text{II.17})$$

L'analyse spectrale est largement utilisée dans le calcul des structures microbandes planaires. Dans cette méthode, les composantes du champ électromagnétique sont exprimées dans le domaine de Fourier. Ce concept est adopté pour éviter, par la suite, d'évaluer les dérivés dans les équations intégrales. Pour cela, nous utilisons la définition suivante de la transformée de Fourier pour exprimer le champ électrique/magnétique dans le domaine spectral donnée par la double intégrale [7]:

$$\tilde{\psi}(\kappa_x, \kappa_y, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x, y, z) e^{-j(\kappa_x x + \kappa_y y)} dx dy \quad (\text{II.18a})$$

et 
$$\psi(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\psi}(\kappa_x, \kappa_y, z) e^{+j(\kappa_x x + \kappa_y y)} d\kappa_x d\kappa_y \quad (\text{II.18b})$$

D'après les propriétés de la transformée de Fourier, les identités suivantes sont utilisées

$$\frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial x} \equiv j\kappa_x \tilde{\psi} \quad (\text{II.19a})$$

$$\frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial y} \equiv j\kappa_y \tilde{\psi} \quad (\text{II.19b})$$

ce qui nous mène à l'équation d'onde pour le champ électrique dans le diélectrique (région 1)

$$\frac{\partial^2 \tilde{E}_z}{\partial z^2} + \kappa_z^2 \tilde{E}_z = 0 \quad (\text{II.20})$$

de même pour le champ magnétique, nous obtenons

$$\frac{\partial^2 \tilde{H}_{z1}}{\partial z^2} + \kappa_z^2 \tilde{H}_{z1} = 0 \quad (\text{II.21})$$

avec

$$\kappa_s^2 = \kappa_x^2 + \kappa_y^2 \quad (\text{II.22a})$$

$$\kappa_z^2 = \kappa^2 - \kappa_s^2 \quad (\text{II.22b})$$

$$\kappa^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon \quad (\text{II.22c})$$

Les équations précédentes ont pour solutions générales



$$\tilde{E}_{z1} = A \cos(\kappa_z z) + B \sin(\kappa_z z) \quad (\text{II.23a})$$

$$\tilde{H}_{z1} = C \cos(\kappa_z z) + D \sin(\kappa_z z) \quad (\text{II.23b})$$

tandis que pour la région 2, au-dessus du substrat (air), les solutions suivantes sont assumées [8] :

$$\tilde{E}_{z2} = E e^{-j\kappa_2(z-d)} \quad (\text{II.24a})$$

$$\tilde{H}_{z2} = F e^{-j\kappa_2(z-d)} \quad (\text{II.24b})$$

avec

$$\kappa_2^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 - \kappa_s^2 = \kappa_0^2 - \kappa_s^2 \quad (\text{II.25})$$

où  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$  et  $F$  sont six (06) inconnues complexes à déterminer en appliquant les conditions aux limites sur les interfaces plan de masse-diélectrique à  $z=0$  et diélectrique-air  $z=d$ .

### II.3.2. Expressions des composantes du champ électromagnétique

Etant donné que la structure possède des dimensions théoriquement infinies dans les directions  $x$  et  $y$ , les composantes en  $z$  du champ électromagnétique, perpendiculaires aux plans des couches, jouent un rôle important. En utilisant les équations de maxwell (II.1) et (II.2), nous pouvons établir des expressions liant les composantes transversales  $\tilde{E}_x$ ,  $\tilde{E}_y$ ,  $\tilde{H}_x$  et  $\tilde{H}_y$  aux composantes longitudinales  $\tilde{E}_z$  et  $\tilde{H}_z$  données par (II.12a) et (II.12b). Ces relations sont données pour les deux régions par :

- **région 1**

$$\tilde{E}_{x1}(\kappa_s, z) = \frac{-j\kappa_x \kappa_z}{\kappa_s^2} (A \sin(\kappa_z z) + B \cos(\kappa_z z)) + \frac{\kappa_y \omega \mu_0}{\kappa_s^2} (C \cos(\kappa_z z) + D \sin(\kappa_z z)) \quad (\text{II.26})$$

$$\tilde{E}_{y1}(\kappa_s, z) = \frac{-j\kappa_y \kappa_z}{\kappa_s^2} (A \sin(\kappa_z z) + B \cos(\kappa_z z)) - \frac{\kappa_x \omega \mu_0}{\kappa_s^2} (C \cos(\kappa_z z) + D \sin(\kappa_z z)) \quad (\text{II.27})$$

$$\tilde{H}_{x1}(\kappa_s, z) = \frac{-\kappa_y \omega \varepsilon_0 \varepsilon_r}{\kappa_s^2} (A \cos(\kappa_z z) + B \sin(\kappa_z z)) - \frac{j\kappa_x \kappa_z}{\kappa_s^2} (C \sin(\kappa_z z) - D \cos(\kappa_z z)) \quad (\text{II.28})$$

$$\tilde{H}_{y1}(\kappa_s, z) = \frac{\kappa_x \omega \varepsilon_0 \varepsilon_r}{\kappa_s^2} (A \cos(\kappa_z z) + B \sin(\kappa_z z)) - \frac{j\kappa_y \kappa_z}{\kappa_s^2} (C \sin(\kappa_z z) - D \cos(\kappa_z z)) \quad (\text{II.29})$$

- **région 2**

$$\tilde{E}_{x2}(\kappa_s, z) = \frac{\kappa_x \kappa_2}{\kappa_s^2} E e^{-j\kappa_2(z-d)} + \frac{\kappa_y \omega \mu_0}{\kappa_s^2} F e^{-j\kappa_2(z-d)} \quad (\text{II.30})$$

$$\tilde{E}_{y2}(\kappa_s, z) = \frac{\kappa_y \kappa_2}{\kappa_s^2} E e^{-j\kappa_2(z-d)} - \frac{\kappa_x \omega \mu_0}{\kappa_s^2} F e^{-j\kappa_2(z-d)} \quad (\text{II.31})$$

$$\tilde{H}_{x2}(\kappa_s, z) = \frac{-\kappa_y \omega \varepsilon_0}{\kappa_s^2} E e^{-j\kappa_2(z-d)} + \frac{\kappa_x \kappa_2}{\kappa_s^2} F e^{-j\kappa_2(z-d)} \quad (\text{II.32})$$

$$\tilde{H}_{y2}(\kappa_s, z) = \frac{\kappa_x \omega \varepsilon_0}{\kappa_s^2} E e^{-j\kappa_2(z-d)} + \frac{\kappa_y \kappa_2}{\kappa_s^2} F e^{-j\kappa_2(z-d)} \quad (\text{II.33})$$

### II.3.3. Condition aux limites

Dans cette section nous considérons les conditions aux limites données par (II.34)-(II.39) qui doivent être satisfaites par les composantes tangentiels du champs électromagnétique. Les six (06) constantes complexes  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$  et  $F$  figurants dans les expressions des champ sont donc déterminées.

$$\tilde{E}_{x1} = 0 \quad \text{pour } z=0 \quad (\text{II.34})$$

$$\tilde{E}_{y1} = 0 \quad \text{pour } z=0 \quad (\text{II.35})$$

$$\tilde{E}_{x1} = \tilde{E}_{x2} \quad \text{pour } z=d \quad (\text{II.36})$$

$$\tilde{E}_{y1} = \tilde{E}_{y2} \quad \text{pour } z=d \quad (\text{II.37})$$

$$\tilde{H}_{y2} - \tilde{H}_{y1} = \tilde{J}_x \quad \text{pour } z=d \quad (\text{II.38})$$

$$\tilde{H}_{x1} - \tilde{H}_{x2} = \tilde{J}_y \quad \text{pour } z=d \quad (\text{II.39})$$

avec  $\tilde{J}_x$  et  $\tilde{J}_y$  : les composantes transversales de la densité du courant sur le patch représentées dans le domaine de Fourier.

### II.3.4. Technique de fonction de Green

Dans cette section la technique de la fonction de Green est introduite. Par la suite, l'utilisation de la méthode des moments dans le domaine spectral sera présentée pour la détermination des courants inconnus.

La technique de la fonction de Green a différentes applications pour différents problèmes [9],[10]. Une discussion étendue sur la fonction de Green peut être trouvée dans [10]. Seulement une brève introduction au concept de la fonction de Green sera présentée ici.

Par définition, la fonction de Green dyadique  $\tilde{G}(\vec{r}/\vec{r}')$  décrit le champ produit par une source ponctuelle de grandeur unité située à  $\vec{r}'$  en un point  $\vec{r}$  de l'espace [10]. Si on désigne la source ponctuelle au point  $r'$  par :

$$\delta(\vec{r} - \vec{r}') = \delta(x - x')\delta(y - y')\delta(z - z') \quad (\text{II.40})$$

où  $\delta(\vec{r} - \vec{r}')$  est la fonction delta, tel que [11].

$$\iint \delta(\vec{r} - \vec{r}') ds = 1 \quad (\text{II.41})$$

ou, en général,

$$\iint g(\vec{r})\delta(\vec{r} - \vec{r}') ds = g(\vec{r}') \quad (\text{II.42})$$

sa représentation dans le domaine spectral prend la forme

$$\tilde{\delta}(\vec{r} - \vec{r}') = e^{-jk_x x'} e^{-jk_y y'} \delta(z - z') \quad (\text{II.43})$$

$\vec{r}$  : est le vecteur position au point d'observation (champ produit).

$\vec{r}'$  : est le vecteur position de la source ponctuelle.

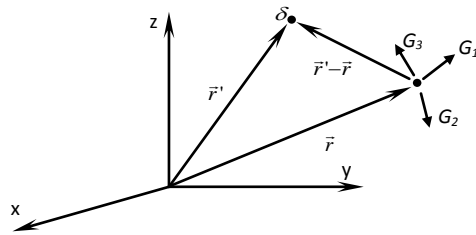


Figure II.2. Définition de la fonction de Green vectorielle due à une source située à  $\vec{r}'$ .

de même pour la fonction de Green dyadique, nous avons

$$\bar{G}(r/r') = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{G}(r/\kappa_x, \kappa_y, z') e^{j\kappa_x(x-x')} e^{j\kappa_y(y-y')} d\kappa_x d\kappa_y \quad (\text{II.44})$$

et

$$\tilde{G}(r/\kappa_x, \kappa_y, z') = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{G}(r/r') e^{-j\kappa_x(x-x')} e^{-j\kappa_y(y-y')} dx dy \quad (\text{II.45})$$

où  $\tilde{\bar{G}}(r/\kappa_x, \kappa_y, z')$  est la fonction de Green dyadique dans le domaine spectral et  $\bar{G}(r/r')$  est la fonction de Green dyadique dans le domaine spatial.

Le champ produit par une distribution de courant sur la surface conductrice  $\bar{J}_s(r')$  est donné par [10],[12],[13].

$$\bar{E}(x, y, z) = \iint_S \bar{G}(r/r') \bar{J}(r') ds' \quad (\text{II.46})$$

En utilisant  $\tilde{G}_{xx}, \tilde{G}_{xz}, \tilde{G}_{zx}$  et  $\tilde{G}_{zz}$ , les composantes  $E_x$  et  $E_y$  du champ électrique peuvent être décrites dans le domaine spatial par

$$E_x(x, y, z) = \iint (G_{xx}(x-x', y-y') J_x(x', y') + G_{xz}(x-x', y-y') J_z(x', y')) dx' dy' \quad (\text{II.47a})$$

$$E_z(x, y, z) = \iint (G_{zx}(x-x', y-y') J_x(x', y') + G_{zz}(x-x', y-y') J_z(x', y')) dx' dy' \quad (\text{II.47b})$$

La notation  $\tilde{G}_{ij}(r/r')$  indique la composante suivant  $i$  due à une source unité dans la direction  $j$ .

D'autre part, en substituant l'expression spectrale de la fonction de Green

$$\bar{E}(r) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_S \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\bar{G}} \cdot \bar{J}_s(r') e^{j\kappa_x(x-x')} e^{j\kappa_y(y-y')} d\kappa_x d\kappa_y ds' \quad (\text{II.48})$$

$$\bar{E}(r) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\bar{G}} \left[ \iint_S \bar{J}_s(r') e^{-j\kappa_x x'} e^{-j\kappa_y y'} ds' \right] e^{j\kappa_x x} e^{j\kappa_y y} d\kappa_x d\kappa_y \quad (\text{II.49})$$

Le terme entre crochets est la représentation spectrale de la densité de courant,  $\tilde{J}_s$ , donc

$$\bar{E}(r) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\bar{G}} \cdot \tilde{J}_s e^{j\kappa_x x} e^{j\kappa_y y} d\kappa_x d\kappa_y \quad (\text{II.50})$$

Cependant, d'après la définition de la transformée de Fourier on aura le résultat suivant :

$$\tilde{\bar{E}} = \tilde{\bar{G}} \cdot \tilde{J}_s \quad (\text{II.51})$$

d'une manière explicite, nous pouvons écrire

$$\tilde{E}_x = \tilde{G}_{xx} \tilde{J}_x + \tilde{G}_{xy} \tilde{J}_y \quad (\text{II.52a})$$

$$\tilde{E}_y = \tilde{G}_{yx} \tilde{J}_x + \tilde{G}_{yy} \tilde{J}_y \quad (\text{II.52b})$$

### II.3.5. Evaluation des éléments du tenseur de Green

Les éléments du tenseur de Green sont développés en évaluant les composantes tangentielles du champ électrique dans le plan d'interface entre les deux régions (à  $z=d$ ) selon le système d'équations donné par (II.52\*). Nous ne donnons ici que les expressions finales des fonctions de Green, pour de plus amples détails, on pourra se référer à [14].

$$\tilde{G}_{xx} = \frac{-j}{\omega\epsilon_0} \left[ \frac{\kappa_x^2 \kappa_2 \kappa_1 \sin(\kappa_z d)}{\kappa_s^2 T_m} + \frac{\kappa_y^2 \kappa_0^2 \sin(\kappa_z d)}{\kappa_s^2 T_e} \right] \quad (\text{II.53})$$

$$\tilde{G}_{xy} = \tilde{G}_{yx} = \frac{-j}{\omega\epsilon_0} \left[ \frac{\kappa_x \kappa_y \kappa_2 \kappa_1 \sin(\kappa_z d)}{\kappa_s^2 T_m} - \frac{\kappa_x \kappa_y \kappa_0^2 \sin(\kappa_z d)}{\kappa_s^2 T_e} \right] \quad (\text{II.54})$$

$$\tilde{G}_{zz} = \frac{-j}{\omega\epsilon_0} \left[ \frac{\kappa_y^2 \kappa_2 \kappa_1 \sin(\kappa_z d)}{\kappa_s^2 T_m} + \frac{\kappa_x^2 \kappa_0^2 \sin(\kappa_z d)}{\kappa_s^2 T_e} \right] \quad (\text{II.55})$$

$$\text{avec} \quad T_m = \epsilon_r \kappa_2 \cos(\kappa_z d) + j \kappa_z \sin(\kappa_z d) \quad (\text{II.56})$$

$$T_e = \kappa_z \cos(\kappa_z d) + j \kappa_2 \sin(\kappa_z d) \quad (\text{II.57})$$

## II.4. Formulation du problème

Dans ce qui suit, nous étudions par la technique spectrale la structure illustrée par la figure II.1.

Une fois la fonction de Green dyadique est connue, la formulation d'une solution en termes d'équation intégrale est relativement directe. Le but de cette analyse, comme le veut l'usage, consiste à trouver la densité de courant inconnue sur le conducteur, à partir de laquelle nous pouvons déterminer les caractéristiques de la structure telle que l'impédance caractéristique, la fréquence de résonance, l'impédance d'entrée et le rayonnement.

Le problème peut être formulé comme étant une équation intégrale du champ électrique (EFIE) qui découle de l'application des conditions aux limites appropriées au problème.

La structure est soumise à un champ d'excitation. Ce dernier satisfait les conditions aux limites sur le plan de masse et sur la discontinuité air-diélectrique. Il peut être celui d'une onde plane, provenant de l'infini et réfléchi par la structure (antenne réceptrice). Il peut aussi s'agir d'un champ local, créé par une source finie, pouvant être située au sein de la structure elle-même (alimentation d'une antenne émettrice) [15].

Dans tous les cas, la présence du champ d'excitation induit des densités surfaciques de courant  $\vec{j}_s$ , et de charge  $\rho_s$ , sur la plaque  $S_0$ . Ces courants et ces charges donnent naissance à un champ diffracté  $\vec{E}^d$  et  $\vec{H}^d$ , qui s'ajoute au champ d'excitation. C'est le champ total, résultant de ces deux composantes, qui doit satisfaire les conditions aux limites du problème.

Le champ électrique doit remplir la condition aux limites sur la composante tangentielle du champs électrique total sur la surface conductrice.

$$\vec{E}_{\text{tan}}^{\text{inc}} + \vec{E}_{\text{tan}}^d = 0 \quad (\text{II.58})$$

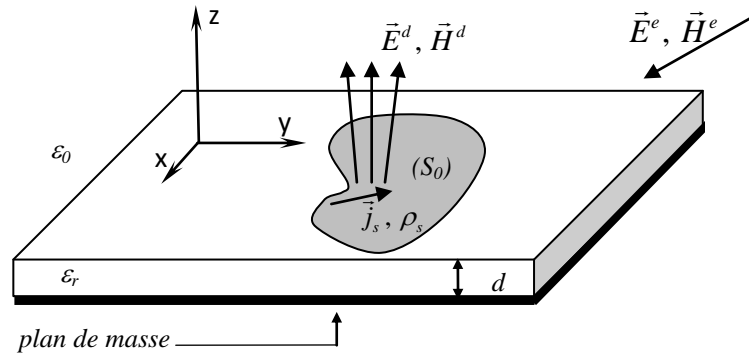


Figure II.3. Structure microruban de forme arbitraire avec excitation.

où  $\vec{E}_{\text{tan}}^d$  est la composante tangentielle du champ diffracté (rayonné dû à la densité de courant  $J_s$ ) défini par la fonction de Green et  $\vec{E}_{\text{tan}}^{\text{inc}}$  la composante tangentielle du champ incident due à une source d'alimentation ou une onde incidente [13],[15],[16].

Le champ rayonné dû à la densité de courant  $J_s$  sur le patch est relié à la fonction de Green par (II.46).

$$\vec{E}^d = \iint_{S'} \vec{G} \cdot \vec{J}_s ds' \quad (\text{II.59})$$

Comme le courant est limité à la surface et seulement les champs diffractés tangentiels sont concernés, les composantes appropriées de la fonction de Green dyadiques maintenues sont les composantes dans le plan tangentiel  $xoy$  à  $z=d$ .

$$\vec{G}_t = \begin{bmatrix} G_{xx} & G_{xy} \\ G_{yx} & G_{yy} \end{bmatrix} \quad (\text{II.60})$$

et les composantes du courant

$$\bar{J}_s = \begin{bmatrix} J_x \\ J_y \end{bmatrix} \quad (\text{II.61})$$

ce qui donne

$$\bar{E}^{inc} = -\iint_{S'} \bar{G} \cdot \bar{J}_s ds' \quad (\text{II.62})$$

## II.5. Application de la méthode des moments

La méthode des moments est une méthode généralement dédiée à la résolution des équations à opérateurs linéaires (équation différentielle, intégrale ou intégral-différentielle). Elle consiste à décomposer la fonction inconnue (par exemple, un champ ou une densité de courant) en une série finie de fonctions connues à coefficients de pondération inconnus (appelées fonctions de base).

### II.5.1. Choix des fonctions de base

Une fonction quelconque peut être approximée par sa projection sur un espace de fonctions de bases. Un espace de fonctions de base linéaires est un concept abstrait qui peut être compris par analogie avec les espaces vectoriels.

Considérons d'abord un espace euclidien tridimensionnel décrit par un système de coordonnées cartésiennes. Les trois vecteurs unitaires dans les trois directions s'appellent également les *vecteurs de base* associés à cet espace. Les composantes de n'importe quel vecteur sont les projections de ce vecteur sur ces vecteurs de base, obtenues en formant le produit scalaire de ce vecteur avec les vecteurs unitaires. En outre, nous pouvons affirmer que deux vecteurs sont identiques si leurs composantes sont respectivement égales. Ce concept peut être généralisé à un espace de  $n$  dimensions.

Par analogie, nous pouvons imaginer un espace de fonction abstrait formé par des fonctions de base au lieu des vecteurs de base (unitaires). N'importe quelle fonction dans cet espace peut alors être décomposée en composantes qui sont obtenues en projetant la fonction sur ces fonctions de base (c.-à-d., en formant son produit scalaire avec les fonctions de base). Le produit scalaire de deux fonctions  $g_1$  et  $g_2$  de  $m$  variables est habituellement défini comme [5] :

$$\langle g_1, g_2 \rangle = \int_a^b g_1(r), g_2(r) dR^m \quad (\text{II.63})$$

où  $a$  et  $b$  sont les limites du domaine d'intérêt. Discrétiser ou décomposer une fonction en fonctions de base est ainsi semblable à décomposer un vecteur en ces composantes le long des axes de coordonnées. Nous pouvons porter l'analogie plus loin par l'affirmation que deux fonctions  $f_1$  et  $f_2$  sont identiques si leurs projections respectives sur chaque fonction de base sont identiques. Une fonction inconnue  $f$  peut être développée d'une manière approximative en un nombre fini  $N$  de fonctions connues  $f_1, f_2, f_3, \dots$ , avec des coefficients inconnus  $\alpha_n$  tel que :

$$f(r) \approx \sum_n^N \alpha_n f_n(r) \quad (\text{II.64})$$

La caractéristique la plus importante d'une fonction de base est sa capacité à décrire, d'une manière assez précise, le comportement de la fonction inconnue sur tout son domaine de définition.

Dans notre cas, la discrétisation des densités de courant sur le patch conducteur en une série de fonctions de base permet la transformation de l'équation à opérateur linéaire en un système d'équations linéaire. Le choix des fonctions de base est primordial dans l'application de la méthode des moments. Il peut affecter l'exactitude de la solution comme il peut également réduire le nombre de fonctions de base requises pour aboutir à des résultats d'une précision assez satisfaisante en un temps de calcul réduit. Il définit également la complexité rencontrée dans l'évaluation des éléments de la matrice, qui peut être très difficile dans certains cas.

Pour le choix des fonctions de base, il y a plusieurs considérations qui doivent être prises en compte telles que la géométrie du problème, la nature physique du courant surfacique et l'évaluation mathématique du problème dont le but est d'assurer une bonne convergence. La fonction de base peut être définie sur le domaine de solution entier comme elle peut être définie sur un sous-domaine. Nous considérons maintenant brièvement quelques fonctions de base bidimensionnelles utilisées généralement dans les problèmes de la méthode des moments définies sur des sous-domaines de la structure à étudier.

### II.5.1.1. Fonctions impulsions

Un ensemble de fonctions de base impulsionnelles est décrit sur la figure II.4, où le domaine a été divisé en  $N$  segments de longueurs égales, toutefois ceci n'est pas obligatoire. L'avantage de ces fonctions est la simplicité qu'elles fournissent dans la formulation mathématique et, par conséquent, à l'élaboration des programmes de calcul [16]. La fonction impulsion est définie comme :



$$f_n(x) = \begin{cases} 1 & x_n \leq x \leq x_{n+1} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{II.65})$$

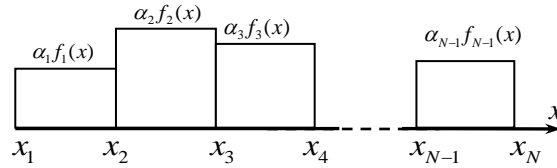


Figure II.4. Fonctions impulsions.

### II.5.1.2. Fonctions triangulaires par morceaux (*Piecewise Triangular Functions*)

Un ensemble de fonctions triangulaires est montré sur la figure II.5. Le domaine est divisé en  $N$  points et  $N-1$  sous-segments résultant en  $N-2$  fonctions de base. Les segments ne sont pas forcément de longueurs égales.

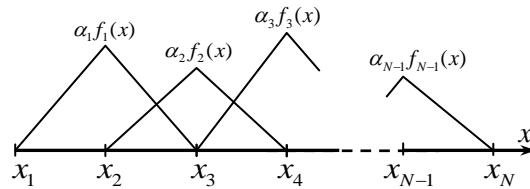


Figure II.5. Fonctions triangulaires par morceaux.

Puisque deux fonctions adjacentes chevauchent sur un segment, les triangles fournissent une variation linéaire par morceaux de la solution entre les segments. Un tel ensemble de fonctions triangulaires est donné par [5],[16]:

$$f_n(x) = \begin{cases} \frac{x - x_{n-1}}{\Delta x} & x_{n-1} \leq x \leq x_n \\ \frac{x_{n+1} - x}{\Delta x} & x_n \leq x \leq x_{n+1} \end{cases} \quad (\text{II.66})$$

### II.5.1.3. Fonctions sinusoidales par morceaux (*Piecewise Sinusoidal Functions*)

Les fonctions sinusoidales par morceaux (*Piecewise*) sont semblables aux fonctions triangulaires, (Fig.II.6). Elles sont employées souvent dans l'analyse des antennes filaires en raison de leur capacité de représenter des distributions de courants sinusoidales [5].

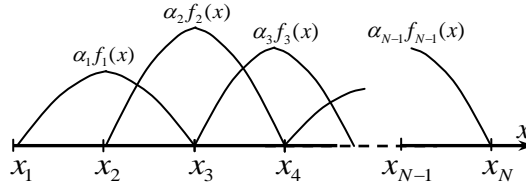


Figure II.6. Fonctions sinusoidales par morceaux.

Ces fonctions ont les formes suivantes [5],[13],[16]:

$$f_n(x) = \begin{cases} \frac{\sin k(x - x_{n-1})}{\sin k\Delta x} & x_{n-1} \leq x \leq x_n \\ \frac{\sin k(x_{n+1} - x)}{\sin k\Delta x} & x_n \leq x \leq x_{n+1} \end{cases} \quad (\text{II.67})$$

où  $k$  est le vecteur d'onde, et la longueur des segments est généralement très inférieure devant la période de la sinusoïde.

#### II.5.1.4. Fonctions rooftop

Les fonctions "rooftop" sont caractérisées par leur forme triangulaire dans une direction et de section transversale rectangulaire dans la direction orthogonale. Les fonctions de base rooftop définies sur des sous-domaines (par morceaux) sont applicables pour la résolution des problèmes de géométries planaires de formes arbitraires [17]-[20]. Un courant surfacique sur un patch rectangulaire peut être approximé par des fonctions de base de type rooftop (Fig. II.7).

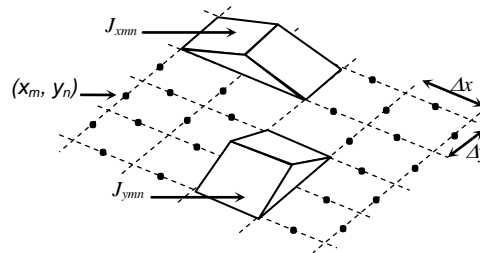


Figure II.7. Fonctions de base de type rooftop.

Elles sont données par :

$$J_{mn}^x(x, y) = \left(1 - \frac{|x - x_m|}{\Delta x}\right) \text{rect}\left(\frac{y - y_n}{\Delta y}\right), \quad (\text{II.68a})$$

avec  $\frac{|x - x_m|}{\Delta x} < 1$ ,  $\frac{|y - y_n|}{\Delta y} < \frac{1}{2}$

$$\text{et } J_{mn}^y(x, y) = \left(1 - \frac{|y - y_n|}{\Delta y}\right) \text{rect}\left(\frac{x - x_m}{\Delta x}\right), \quad (\text{II.68b})$$

$$\text{avec } \frac{|y - y_n|}{\Delta y} < 1, \quad \frac{|x - x_m|}{\Delta x} < \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad \text{rect}\left(\frac{t}{L}\right) = \begin{cases} 1, & |t| < L/2 \\ 0, & |t| > L/2 \end{cases}$$

avec  $\Delta x$  et  $\Delta y$  sont respectivement les longueurs de discrétisations dans le plan transversal  $xoy$ .

D'autres types et formes de fonctions de base définies sur le domaine entier (entire domain basis functions) peuvent être utilisés. Par exemple un courant sur un dipôle de longueur  $L$  peut être approximé par une fonction de base triangulaire définie sur le domaine entier de la forme :

$$J_m(x) = \left(1 - \frac{|x|}{L}\right)^m \quad \text{pour } x \leq \frac{L}{2}, \quad (\text{II.69})$$

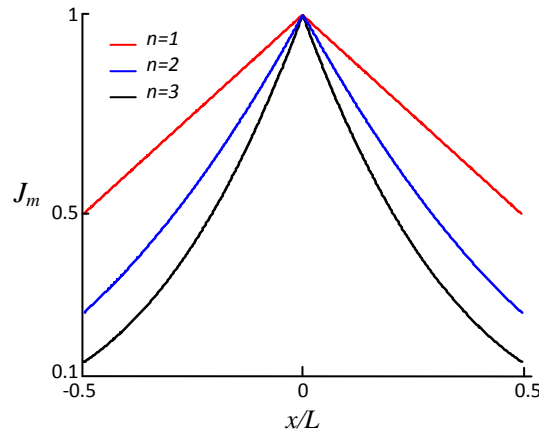


Figure II.8. Fonctions de base polynomiales.

Un autre exemple de fonctions de base sinusoïdales définies sur le domaine entier avec condition de bords largement utilisées pour la modélisation du courant électrique longitudinal et transversal sur une ligne de transmission microbande sont données par :

$$J_{xn}(x) = \frac{\sin[2n\pi x/w]}{\sqrt{1 - (2x/w)^2}}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (\text{II.70a})$$

$$J_{zn}(x) = \frac{\cos[(n-1)2\pi x/w]}{\sqrt{1 - (2x/w)^2}}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (\text{II.70b})$$

avec  $w$  est la largeur de la bande conductrice imprimée sur le substrat diélectrique.

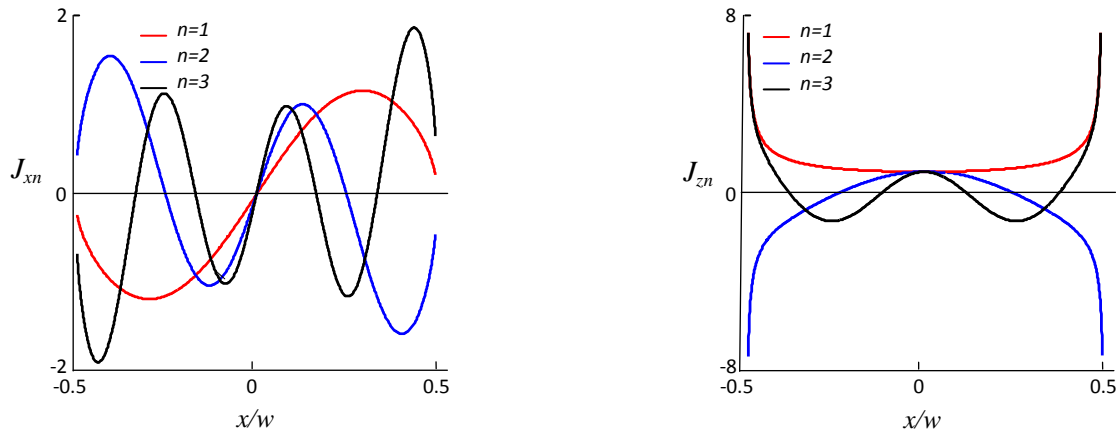


Figure II.9. Fonctions de base sinusoïdales.

### II.5.1.5. Fonctions de test

Il y a plusieurs techniques applicables pour la résolution des équations intégrales. Toutes ces techniques se servent des conditions imposées au courant et aux distributions de champ à l'interface air-diélectrique. Dans n'importe quelle technique utilisée, le but est de convertir les équations intégrales en un système d'équations linéaires en utilisant des fonctions de base et de test. Cette étape est décrite par (II.72) et (II.73). Noter que le calcul des produits scalaires fait partie du temps de calcul global de solution, ce qui dépend, bien évidemment, de la facilité avec laquelle les fonctions de base et les fonctions de test peuvent être intégrées, ainsi que leur choix et leur nombre total. Généralement, trois techniques sont associées à la méthode des moments .

**Technique de Collocation (matching point)** : dans cette technique nous choisissons des fonctions delta de Dirac comme fonctions d'essai [5]. Il est très facile d'évaluer leurs produits scalaire (*inner product*) sur les deux membres de l'équation intégrale. En fait, ils sont, tout simplement, les échantillons des deux membres dans l'intervalle des impulsions de Dirac appliqués à des points discrets. Cette approche s'adapte bien avec la plupart des types des fonctions de base linéaire par morceaux (*subsectional*) et des différentes formes d'objet [4]. Plus le nombre d'échantillons est grand, meilleure est l'approximation. Il est clair que le nombre d'équations obtenues est égal au nombre de points pris d'où le nombre total d'inconnus à déterminer [21], par conséquent le prix à payer sera l'inversion d'une matrice de dimensions plus grandes. Un autre point faible de la *collocation* est le manque d'information sur l'erreur d'approximation en tout point autre que les points d'échantillonnage.

**Technique de Galerkin** : c'est un cas particulier d'approximation dans lequel les fonctions d'essai sont identiques aux fonctions de base [22]. Ce choix a comme conséquence un système de matrice carrée et a l'avantage que les résultats de l'approximation sont variationnels [4], de ce fait moins de fonctions de base sont requises pour une exactitude d'approximation donnée et par conséquent, de plus petites matrices que la *collocation*. Cependant, l'évaluation des produits intérieurs exige le calcul d'une double intégrale pour chaque élément de la matrice, et cela prend plus de temps de remplissage de la matrice.

**Technique d'approximations générales** : dans ce cas là, les fonctions de test, autre que les fonctions delta de Dirac, sont différentes des fonctions de base, elles sont habituellement intégrables carré et appartiennent à un espace de *Hilbert* avec un produit scalaire convenablement défini. Vu que les fonctions d'essai sont différentes des fonctions de base, on peut prendre plus de fonctions de test que de base, ce qui permet la construction des solutions pour les coefficients inconnus à base de la méthode des moindres carrés [4].

### II.5.2. Formulation

Maintenant, pour appliquer la méthode des moments, les densités de courant spectrales dans la région de maillage sont d'abord discrétisées en termes de fonctions de base.

$$\bar{J}_s(x, y) = \sum_{n=1}^N I_n \bar{J}_n(x, y) \quad (\text{II.71})$$

Substituons (II.71) dans (II.62), nous aurons

$$\bar{E}_t^{inc}(x, y) = - \sum_{n=1}^N I_n \iint_{S'} \bar{G}_t(x, y / x', y') \cdot \bar{J}_n(x', y') ds' \quad (\text{II.72})$$

### II.5.3. Application de la technique de Galerkin

Multiplions maintenant les deux membres de l'équation (II.72) par les fonctions de test supposées les mêmes que les fonctions de base (Galerkin), et intégrons sur la surface conductrice,

$$\iint_S \bar{J}_m(x, y) \cdot \bar{E}_t^{inc}(x, y) ds = - \sum_{n=1}^N I_n \iint_S \iint_{S'} \bar{J}_m(x, y) \cdot \bar{G}_t(x, y / x', y') \cdot \bar{J}_n(x', y') ds' ds \quad (\text{II.73})$$

ce qui peut être représenté sous forme matricielle par

$$\bar{V} = \bar{Z} \cdot \bar{I} \quad (\text{II.74})$$

Où la matrice d'impédance  $\bar{Z}$  est décrite par ces éléments,

$$\bar{Z}_{mn} = -\iint_S \iint_{S'} \bar{J}_m(x, y) \cdot \bar{G}_t(x, y / x', y') \cdot \bar{J}_n(x', y') ds' ds \quad (\text{II.75})$$

et le vecteur d'excitation  $V$  par

$$V_m = \iint_S \bar{J}_m(x, y) \cdot \bar{E}_t^{inc}(x, y) ds \quad (\text{II.76})$$

Finalement, en introduisant l'expression spectrale de la fonction de Green dans (II.75), nous déduisons la relation suivante

$$\bar{Z}_{mn} = -\iint_S \iint_{S'} \bar{J}_m(x, y) \cdot \left[ \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{G}(r / \kappa_x, \kappa_y, z') e^{j\kappa_x(x-x')} e^{j\kappa_y(y-y')} d\kappa_x d\kappa_y \right] \cdot \bar{J}_n(x', y') ds' ds \quad (\text{II.77})$$

$$\bar{Z}_{mn} = -\frac{1}{4\pi^2} \iint_S \iint_{S'} \bar{J}_m(x, y) \cdot e^{j\kappa_x x} e^{j\kappa_y y} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{G}(\kappa_x, \kappa_y) d\kappa_x d\kappa_y \right] \cdot \bar{J}_n(x', y') e^{-j\kappa_x x'} e^{-j\kappa_y y'} ds' ds \quad (\text{II.78})$$

$$\bar{Z}_{mn} = -\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \iint_S \bar{J}_m(x, y) \cdot e^{j\kappa_x x} e^{j\kappa_y y} ds \right] \cdot \tilde{G}(\kappa_x, \kappa_y) \cdot \left[ \iint_{S'} \bar{J}_n(x', y') e^{-j\kappa_x x'} e^{-j\kappa_y y'} ds' \right] d\kappa_x d\kappa_y \quad (\text{II.79})$$

posons

$$\iint_{S'} \bar{J}_n(x', y') e^{-j\kappa_x x'} e^{-j\kappa_y y'} ds' = \tilde{J}_n(\kappa_x, \kappa_y) \quad (\text{II.80})$$

admettons que les fonctions de base choisies  $\bar{J}_m(x, y)$  sont réelles, donc

$$\iint_S \bar{J}_m(x, y) \cdot e^{j\kappa_x x} e^{j\kappa_y y} ds = \tilde{J}_m^*(\kappa_x, \kappa_y) \quad (\text{II.81})$$

et la matrice d'impédance prend sa forme finale

$$\bar{Z}_{mn} = -\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_m^*(\kappa_x, \kappa_y) \cdot \tilde{G}(\kappa_x, \kappa_y) \cdot \tilde{J}_n(\kappa_x, \kappa_y) d\kappa_x d\kappa_y \quad (\text{II.82})$$

## II.6. Détermination des différents paramètres

### II.6.1. Calcul de la constante de propagation

Pour une ligne de transmission, les zéros du déterminant de la matrice  $\bar{Z}$  du système d'équations linéaire donné par (II.74),

$$\det(\bar{Z}) = 0 \quad (\text{II.83})$$

sont des nombres complexes où la partie réelle fournit la valeur de la constante de phase et la partie imaginaire donne les pertes de la ligne de transmission [21],[23].

## II.6.2. Détermination de l'impédance d'entrée

### II.6.2.1. Technique de la source à gap delta [13]

Les expressions des composantes tangentielles du champ électrique sur le conducteur peuvent être écrites comme  $\bar{E}_{\text{tan}}^d + \bar{E}_{\text{tan}}^i = 0$  où  $\bar{E}_{\text{tan}}^d$  est la composante tangentielle du champ diffracté et  $\bar{E}_{\text{tan}}^i$  est la composante tangentielle du champ électrique incident.  $\bar{E}_{\text{tan}}^d$  est représentée par les fonctions de Green dans le domaine spectral et  $\bar{E}_{\text{tan}}^i$  sera généré par la source à gap delta [16]. Ce type de source est la technique la plus commune implémentée dans la méthode des moments utilisée pour la représentation du champ incident sur le dipôle imprimé [13] (Fig.II.10). La source delta produit un champ électrique en définissant une source de tension  $V_A$  à travers plusieurs segments double alternance (*full-wave*). Les points de tension sont représentés sur la figure II.10.

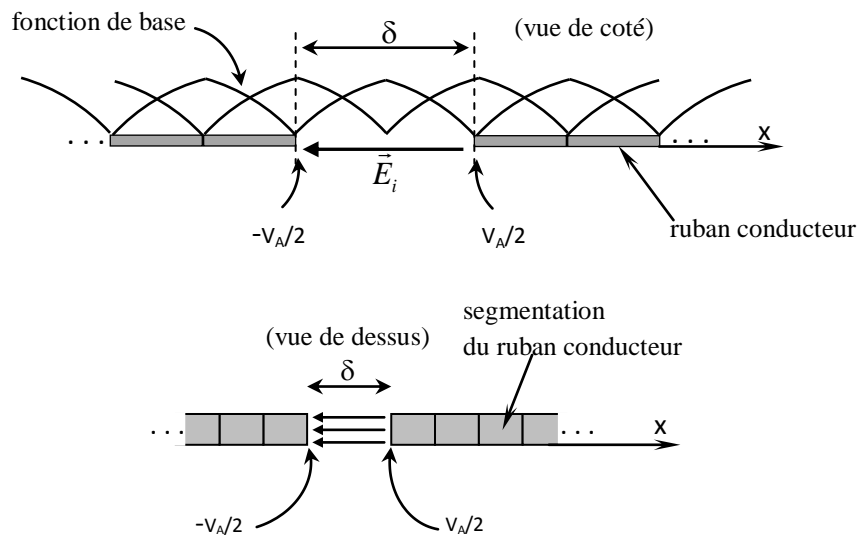


Figure II.10. Technique de la source à gap delta.

On assume que le gap  $\delta$  est assez petit de sorte qu'aucun effet de bord du champ ne s'établit. Admettons que  $\bar{E}_{\text{tan}}^i$  est constante sur le gap, on aboutit à :

$$E^i = \frac{V_A}{\delta} \quad (\text{II.84})$$

L'équation II.85 a deux valeurs connues  $V_A$  et  $\delta$  et peut être implémentée dans la méthode des moments pour satisfaire à l'expression  $\bar{E}_{\tan}^s + \bar{E}_{\tan}^i = 0$  sur le conducteur. La source à gap delta est un outil très consistant pour simuler le champ produit par l'antenne lorsqu'elle est excitée en un seul point par une source de tension. A partir des courant calculés l'impédance d'entrée au point d'excitation peut être donc déterminé par :

$$Z_{in} = \frac{V_A}{I_k} \quad (\text{II.85})$$

Il est à noter que la source à gap delta a été définie entre deux segments conducteurs Fig. II.10. A cause de ça, trois fonctions d'essai sont utilisées pour imposer les conditions aux limites au champ incident. Ce qui nécessite le calcul d'un vecteur de tension de trois éléments. L'élément central est déterminé via le calcul direct de la fonction d'essai (II.76). Quant aux deux autres éléments adjacents, ils ne représentent que la moitié de l'élément central, car seulement la moitié de la fonction de base est définie sur le gap [13].

### II.6.3. Détermination de l'impédance caractéristique

Les valeurs des coefficients inconnus, désigné par le vecteur  $I$ , dans l'équation (II.84), sont obtenues à l'aide des méthodes usuelles de l'analyse numérique matricielle telle que la méthode d'élimination de Gauss et de factorisation LU. Le calcul de ces coefficients mène à la détermination des différentes composantes des champs électrique et magnétique associé à la constante de propagation.

En toute rigueur, la définition d'une impédance caractéristique n'est possible que pour un mode TEM. Dans les autres cas, cette définition est quelque peu arbitraire et on parle alors de pseudo-impédance. En effet, il existe trois définitions possibles pour l'impédance [1],[24], où chacune est plus ou moins adoptée pour un type de ligne donnée : la définition puissance-courant, la définition puissance-tension, et la définition courant-tension.

#### II.6.3.1. Définition puissance-courant

l'impédance caractéristique est définie par :

$$Z_c = \frac{2P}{|I_x|^2} \quad (\text{II.86})$$

Dans le domaine spatial, le courant total sur le patch peut être calculé par l'intégrale



$$I = \int_{-w/2}^{w/2} J_x(x) dx \quad (\text{II.87})$$

avec la puissance totale définie par le vecteur de Poynting :

$$P = \frac{1}{2} \text{Re} \iint_s \vec{E} \times \vec{H}^* \vec{ds} \quad (\text{II.88})$$

### II.6.3.2. Définition puissance-tension

$$Z_c = \frac{V^2}{2P} \quad (\text{II.89})$$

la tension équivalente est déterminée comme suit :

$$V = -\int_0^d E_y(0, y) dy \quad (\text{II.90})$$

### II.6.3.3. Définition tension-courant

$$Z_c = \frac{V}{I} \quad (\text{II.91})$$

avec le courant et la tension sont données respectivement par (II.87) et (II.90)

## II.7. Conclusion

Dans ce chapitre, une description de la formulation de la méthode des moments est introduite. Les fonctions de Green spectrales exactes associées à une structure planaire à substrat isotrope sont évaluées. L'équation intégrale liant les composantes tangentielles du champ électrique aux densités de courants surfaciques est développée pour satisfaire aux conditions aux limites sur l'interface diélectrique-conducteur. L'équation résultante est discrétisée, et est transformée en un système d'équations linéaire en utilisant la méthode des moments pour en donner une équation de forme matricielle. Les densités du courant surfacique sur le patch conducteur peuvent être déterminées en résolvant le système d'équations obtenu. La caractéristique de dispersion, l'impédance caractéristique d'une ligne de transmission; la fréquence de résonance, l'impédance d'entrée d'une antenne patch peuvent maintenant être déduites.

## Références

- [1]. Harrington R.F., *Field Computation by Moment Methods*, IEEE Press, 1993.
- [2]. Archambeault D., O. M. Ramahi, C. Drench, *EMI/EMC Computational Modeling Handbook*. Springer Science+Business Media, LLC, 1998.
- [3]. Harrington R.F., "Matrix Methods for Field Problems," *Proc. IEEE*, Vol. 55 , No. 2, Feb. 1967.
- [4]. Swanson, D. G., and Hoefler, W. J. *Microwave circuit modeling using electromagnetic field simulation*. Artech House, 2003.
- [5]. Gibson W. C. *The Method of Moments in Electromagnetics*, Chapman & Hall/CRC Taylor & Francis Group NW, 2008.
- [6]. Lysko, *On Multiple Domain Basis Functions and Their Application to Wire Radiators* Thesis for the degree of Philosophiae Doctor Trondheim, 2010.
- [7]. Bahl, I. J., and Bhartia, P. *Microstrip antennas*. Artech house, 1980
- [8]. Nelson, R. M., Rogers, D. A., & D'Assuncao, A. G., "Resonant frequency of a rectangular microstrip patch on several uniaxial substrates." *IEEE transactions on antennas and propagation*, 38(7), 973-981, 1990.
- [9]. Lindell, I. V., *Methods for Electromagnetic Field Analysis*, 1992.
- [10]. Collin R. E., *Field Theory of Guided Waves*, IEEE Press, New York, 1991.
- [11]. Tai, C. T. *Dyadic Green Functions in Electromagnetic Theory* , (Nw York: IEEE), 1993.
- [12]. York R. *Spectral Domain Methods*, Uc Santa Barbara.
- [13]. Braaten, B. D. , *Modeling multiple printed antennas embedded in stratified uniaxial anisotropic dielectrics*. Doctor of Philosophy Dissertation, North Dakota State University, 2009.
- [14]. Benachour L., *Modélisation des Structures Planaires de Formes Régulières Implantées sur Substrat d'une Anisotropie Tensorielle*, Mémoire de Magistère en Electronique, université de Constantine, 2008.
- [15]. Mosig, Juan Ramon, and Freddy Gardiol. "Techniques analytiques et numériques dans l'analyse des antennes microruban." *Annales des télécommunications*. Vol. 40. No. 7-8. Springer-Verlag, 1985.
- [16]. Stutzman, W. L., and Thiele, G. A. *Antenna theory and design*. John Wiley and Sons, 2012.

- [17]. Hanninen, I., Taskinen, M., & Sarvas, J., "Singularity subtraction integral formulae for surface integral equations with RWG, rooftop and hybrid basis functions." *Progress In Electromagnetics Research*, 63, 243-278, 2006.
- [18]. Park, S. O., Balanis, C. A., & Birtcher, C. R. , "Analytical evaluation of the asymptotic impedance matrix of a grounded dielectric slab with roof-top functions." *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 46(2), 251-259, 1998.
- [19]. Mittra, R., & Du, K. , "Characteristic basis function method for iteration-free solution of large method of moments problems." *Progress In Electromagnetics Research B*, 6, 307-336, 2008.
- [20]. Sawitzki, A. "Electromagnetic modelling of surfaces using method of moments with calculated phase mesh". *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, 9(12), 1354-1362, 2015.
- [21]. Mirshekar-Syahkal, D., *Spectral Domain Method for Microwave Integrated Circuits*, Research Studies Press Ltd., Somerset, England, 1990.
- [22]. Spiteri, P. "Introduction à la méthode des éléments finis." *Ed. Techniques de l'Ingénieur*. AF504, 2002.
- [23]. Hélier M., M. Ney, C. Pichot "Structures de guidage HF - Modélisation et calcul". *Traité d'Electronique, Techniques de l'Ingénieur*, E1171, 2003.
- [24]. Brews, J. R. "Characteristic impedance of microstrip lines." *IEEE transactions on microwave theory and techniques*, 35(1), 30-34, 1987.

## **Chapitre III**

# **Caractérisation de la ligne microbande implantée sur milieux complexes**

# Chapitre III

## Caractérisation de la ligne microbande implantée sur milieux complexes

### III.1. Introduction

Le domaine des matériaux complexes a récemment été massivement adopté par les chercheurs en microondes ainsi que par les industriels pour leurs comportements électromagnétiques spéciaux. Ils pourraient vraisemblablement révolutionner les technologies des télécommunications de demain.

Actuellement, de diverses structures anisotropes sont intensivement employées dans les systèmes optiques, optoélectroniques et microondes. Leurs propriétés non réciproques est l'une des caractéristiques les plus attrayantes pour des applications pratiques avancées. Les isolants, les détecteurs de polarisation, et les détecteurs d'amplitude sont les dispositifs les plus répandus basés sur les propriétés non réciproques des milieux complexes [1].

Dans cette classe de nouveaux matériaux, on peut citer, par exemple, les milieux non linéaires, non réciproques, gyrotropiques, les ferrites, le chiral, les métamatériaux qui semblent tous inclure un grand potentiel pour des applications prometteuses en microondes ainsi que dans le domaine infrarouge et optique [2].

Un milieu électromagnétique simple est un milieu qui est caractérisé par deux paramètres : permittivité ( $\epsilon$ ) et perméabilité ( $\mu$ ) qui sont des scalaires positifs. Un milieu est dit complexe si au minimum l'un de ces paramètres est non scalaire [3]. Un milieu bianisotrope est un milieu

caractérisé par un couplage entre les densités de flux électrique  $\vec{D}$  et magnétique  $\vec{B}$  et les intensités des champs électrique  $\vec{E}$  et magnétique  $\vec{H}$ .

Les matériaux anisotropes et bianisotropes possèdent un comportement électromagnétique dépendant de la direction, c.-à-d., ils pourraient présenter différentes caractéristiques selon leurs orientations. La prise en compte de la complexité anisotrope ou encore bianisotrope est essentielle pour la conception d'une structure microonde, car son comportement sera, bien évidemment, différent de celui d'une structure isotrope de même géométrie.

Cette bianisotropie résulte en des degrés de liberté supplémentaires pour la conception de dispositifs électromagnétiques et mène à de nouveaux champs d'applications. Certains matériaux anisotropes peuvent être trouvés dans la nature alors que d'autres peuvent être conçus artificiellement pour des applications bien spécifiques [4],[5]. Ces matériaux artificiels sont des milieux composites structurés d'implants métalliques insérés dans un substrat diélectrique [6]. Ces remarques impliquent que des milieux artificiels peuvent être construits en incluant des objets chiraux microminiatures dans un milieu achiral (non chiral). Dû à la grande diversité d'implants, qu'il est possible de concevoir, ces matériaux sont prometteurs pour la conception de dispositifs uniques et novateurs, comme de nouvelles structures de ligne, d'antennes miniaturisées, des dispositifs non-réciproques, des analyseurs de signaux analogiques et même des dispositifs de génie biomédical [5]. Ainsi, les propriétés électromagnétiques des milieux bianisotropes devraient être mesurées pour déceler leurs caractéristiques exotiques. Il existe de diverses techniques de mesure basées sur les paramètre S, qui peuvent être employées pour la mesure des propriétés électromagnétiques des matériaux, telles que la méthode des résonateurs, la méthode de la sonde coaxiale, la méthode de caractérisation en espace libre et la méthode des guides d'ondes rectangulaires [7]-[10].

### III.2. Dispositifs microondes planaires

Les dernières décennies ont été marquées par le développement rapide de la technologie des circuits intégrés microondes et par leurs vastes domaines d'applications dans une variété de systèmes commerciaux et militaires, qui s'étendent des téléphones cellulaires, dans le domaine commercial, à la technologie des missiles dans le domaine militaire.

Récemment, les dispositifs microondes à structure planaire ont montré leur potentialité dans la réalisation des composants à haute fréquence tels que : les lignes de transmission, antennes, résonateurs, oscillateurs, circulateurs, filtres, diviseurs de puissance,... Dans beaucoup de secteurs de l'électronique, les circuits intégrés à base de structures planaires exhibent les avantages de

compacité, conceptions à faible poids avec une performance et une fiabilité élevée, en outre le coût réduit. Par ailleurs, depuis l'apparition de ces nouvelles technologies de communication, la tendance s'oriente de plus en plus vers l'accroissement de la complexité aussi bien au niveau structurel qu'au niveau environnemental. Etant donné qu'il est devenu indispensable de pouvoir caractériser la propagation du champ électromagnétique dans un milieu complexe pour garantir la qualité et la fiabilité des systèmes de communication [11].

Il s'avère nécessaire de fournir de nouvelles solutions pour satisfaire aux exigences des applications microondes et qui doit avoir pour objectif principal de mettre en œuvre des structures de plus en plus miniaturisées, tout en garantissant le minimum nécessaire de performance et de fiabilité. Plusieurs études ont été menées pour la caractérisation du comportement électromagnétique des milieux bianisotropes [12],[13]. La caractéristique de dispersion, par exemple, de tels milieux a été étudiée dans [14], et les structures à couches bianisotropes stratifiées ont été étudiées dans [4],[15]. Le comportement non-réciproque des classes particulières de tels matériaux a été également étudié dans [16]-[18].

En microondes, le choix du support de transmission dépend essentiellement de la bande de fréquence d'opération et de l'application elle-même.

### **III.2.1. Ligne microbande**

La ligne microbande ou microruban peut bien être la structure de ligne de transmission la plus populaire. La facilité de fabrication par des techniques photolithographique et la bonne gamme d'impédances et de couplage lui permettent d'être employée pour une grande variété de dispositifs électroniques [19]. Elle constitue la structure de transport de l'énergie d'une source, à son entrée, vers une charge qui la termine. Cette dernière peut être l'entrée d'un amplificateur, mélangeur, filtre, antenne ou autre dispositif microonde.

La ligne microbande constitue l'élément de base dans l'interconnexion des circuits intégrés microondes (MIC) [20]. Elle peut être également utilisée comme moyen d'alimentation dans d'autres structures planaires telles que les antennes, les filtres et les résonateurs.

### **III.2.2. Choix du milieu du substrat**

Les matériaux utilisés pour la conception des substrats utilisés dans la fabrication des dispositifs à microruban doivent répondre aux exigences des différentes applications en termes de propriétés électromagnétiques ainsi que mécaniques [21]. L'importance du substrat réside dans son influence directe sur l'impédance caractéristique, la fréquence de résonance, l'impédance d'entrée, la bande passante, le diagramme de rayonnement, ... car le substrat joue le rôle de support de propagation de

l'onde électromagnétique. Le choix du matériau du substrat est basé sur les caractéristiques désirées de ce dernier pour des performances optimales selon la spécification et les classes de fréquences d'opération [22].

Le paramètre le plus important dans l'optimisation des performances des lignes de transmission, antennes, filtres, oscillateurs, etc..., est la constante diélectrique effective associée à l'onde électromagnétique excitée dans le substrat [21]. L'interaction du champ électromagnétique avec le milieu de propagation ainsi que l'inhomogénéité de ce dernier entraîne l'apparition de certains phénomènes qui affectent la nature de la propagation. Les matériaux complexes anisotropes et bianisotropes fournissent beaucoup plus de paramètres pour la caractérisation de la propagation et le confinement du champ électromagnétique.

Des propriétés bien déterminées des milieux complexes peuvent être exploitées dans la conception des dispositifs microondes dans le but d'améliorer leurs performances. La technologie microonde a bien profité des propriétés d'anisotropie des ferrites dans la conception des dispositifs hyperfréquences telles que les lignes de transmission, les isolateurs, les circulateurs, les déphaseurs, les absorbants et les lignes à retard [23]-[27]. L'avantage principal d'un substrat ferrite est que ses paramètres électromagnétiques peuvent être commandés par l'application d'un champ magnétique externe [11], en plus de leur perméabilité magnétique élevée ainsi que leur résistivité électrique importante [28]. L'exploitation directe des propriétés électromagnétiques des milieux chiraux a permis la conception de polariseurs qui sont à la base des lentilles chirales bifocales, qui présentent deux foyers distincts, permettant le découplage des deux polarisations. D'autre part, le phénomène de modes bifurquants permet d'entrevoir plusieurs applications potentielles telles que les coupleurs directifs et les convertisseurs de modes [29]. Les explorations de la propriété de permittivité et perméabilité négatives (indice de réfraction négatif) dans les milieux métamatériaux ont conduit à de nouvelles réalisations pratiques telles que les lentilles parfaites, les super lentilles et surtout la découverte passionnante de la cape d'invisibilité (invisible cloak) [30]-[33], en outre, leurs applications dans les antennes pour la miniaturisation, l'amélioration du gain et la minimisation du couplage entre les éléments de réseaux d'antennes [34]-[36].

La caractérisation microonde des milieux complexes montre que les applications qui en découlent sont multiples et très prometteuses. Afin de pouvoir étudier ce type de matériaux et de prévoir des applications potentielles, une caractérisation préalable du comportement électromagnétique de ces milieux est donc indispensable. Ceci fait l'objet de ce chapitre.



Dans ce travail, nous présentons l'analyse de la ligne microbande blindée implantée sur un substrat complexe par la méthode des moments dans le domaine spectral. Le milieu de propagation considéré est un milieu d'une bianisotropie générale, où les éléments constitutifs (la permittivité  $\bar{\epsilon}$ , la perméabilité  $\bar{\mu}$  et les éléments magnétoélectriques  $\bar{\xi}$  et  $\bar{\eta}$ ) sont décrits par des tenseurs pleins. L'analyse de la ligne de transmission est généralement effectuée via l'étude de deux paramètres principaux : la caractéristique de dispersion (la constante de phase) et l'impédance caractéristique.

### III.2.3. Caractéristique de dispersion

Dans la technologie microonde, la permittivité effective et l'impédance caractéristique de la ligne varient de manière importante avec la fréquence, du fait que la nature du mode de propagation est non TEM, ce qui est équivalent à une forte dispersion. Ce point est l'un des principaux inconvénients des lignes microbandes dans la plage des ondes millimétriques. La dispersion dans les structures planaires peut être le résultat du couplage du mode fondamental avec le mode des ondes de surface d'ordre inférieur  $TM_0$  en plus des ondes perméables dans le volume quand la fréquence d'opération est suffisamment élevée [37]. Elle est à l'origine des déformations du signal transmis car les différentes fréquences ne se propagent pas avec la même vitesse [38],[39].

La dispersion dans une ligne microruban peut être expliquée en examinant la constante diélectrique effective  $\epsilon_{eff}$  en fonction de la fréquence. Dans la structure microruban, la constante diélectrique effective est une mesure des champs confinés dans la région du substrat. Dans le cas des lignes moins épaisses et aux basses fréquences le champ est presque partagé d'une manière équitable entre l'air et le substrat ( $\epsilon_r \neq 1$ ) [11] de sorte que  $\epsilon_{eff} = (\epsilon_r + 1)/2$  quand  $f \rightarrow 0$ , où  $\epsilon_r$  est la constante diélectrique relative du substrat. Pour des lignes à substrats assez épais ou à des fréquences assez élevées les champs sont confinés dans le substrat diélectrique, et donc à cette extrémité, on a  $\epsilon_{eff} = \epsilon_r$  lorsque  $f$  est suffisamment grande.

Plusieurs travaux ont été menés pour l'étude des cas de lignes de transmission et leurs caractéristiques de dispersion dans le cas de structures à base de diélectrique simple [40] ou complexe [39], ferrites [41], métamatériaux [42], chiral [43] en employant des méthodes numériques et analytiques.

### III.2.4. Impédance caractéristique

L'impédance caractéristique est un paramètre très important caractérisant la propagation de l'énergie dans une ligne de transmission [19],[44]. Une ligne uniforme fermée sur son impédance caractéristique ne présente aucune onde stationnaire, aucune réflexion à l'extrémité et un rapport

constant de la tension au courant à une fréquence donnée en chaque point de la ligne. La connaissance de son impédance permet l'adaptation des éléments qui y sont connectés.

Pour une qualité optimale du signal transmis, le but principal de la conception des interconnexions à base de ligne de transmission est de garder l'impédance caractéristique aussi constante que possible pour assurer l'adaptation d'impédance sur toute la gamme de fréquence d'opération.

En raison du développement croissant de la technologie hautement précise de fabrication des circuits imprimés, la miniaturisation des équipements microondes a connu un développement rapide et leurs performances de fonctionnement ont été considérablement accrues au fil des années [45]. Un avantage remarquable des structures planaires est qu'elles permettent une intégration simple dans de tels équipements hautement miniaturisés pour les connexions séries et parallèles.

En hautes fréquences, cependant, la contribution de la composante longitudinale du champ propagé est suffisamment grande, ce qui entraîne la propagation des modes non-TEM et par conséquent, l'impédance caractéristique dépend de la fréquence et n'est plus constante dans les structures planaires inhomogènes [46]. La variation de l'impédance caractéristique peut provoquer une réflexion d'énergie sur la ligne de transmission. Lorsqu'une onde est réfléchiée, un régime d'ondes stationnaire s'établit sur la ligne. Ce qui peut provoquer la destruction de certains appareils connectés au réseau ou le claquage de la ligne elle-même. De plus, l'onde réfléchiée se propageant en sens inverse se superpose à l'onde incidente, ce qui entraîne le brouillage des communications et dans certains cas, le blocage du réseau.

Dans une application microonde, l'adaptation d'impédance est très importante pour plusieurs raisons [47], elle :

- permet un transfert max de puissance à la charge; l'impédance de charge doit être égale ou très proche de l'impédance caractéristique de la ligne. Ceci débouche sur un coefficient de réflexion aussi faible que possible ou un taux d'onde stationnaire proche de l'unité.
- améliore le rapport signal sur bruit du système.
- réduit les erreurs d'amplitude et de phase.

En effet, pour une utilisation optimale de la ligne de transmission, il est indispensable de pouvoir évaluer son impédance caractéristique dans toute la gamme de fréquence d'opération. La caractérisation de la propagation dans les lignes de transmission planaires y compris les structures simples et multicouches, les substrats anisotropes, ferrites aimantées, matériaux chiraux, métamatériaux, ... sont analysées. Les résultats rapportés montrent que les paramètres

électromagnétiques du substrat présentent des effets dominants sur les caractéristiques de propagation, et ces effets sont différents, en fonction des types de lignes de transmission étudiés [43],[48]-[51].

### III.3. Ligne microbande implantée sur substrat bianisotrope

Les milieux linéaires les plus complexes sont décrits par les relations constitutives bianisotropes. Grâce à l'introduction de la technologie des matériaux électroniques synthétiques, ces dernières années, plusieurs cas particuliers de tels milieux ont trouvé leurs applications pratiques : les matériaux chiraux, les ferrites polarisés, les céramiques, les fibres optiques biaxiales, etc. [16]. Et comme ces technologies continuent à évoluer, d'autres éventuelles applications sont susceptibles de se produire. Par conséquent, il est important de prévoir le comportement électromagnétique d'un milieu bianisotrope général.

Il est à noter que la propagation dans de tels milieux est décrite par un ensemble d'équations mathématiques très complexes qui découlent directement de la complexité du milieu lui-même. Les relations constitutives fournissent un nombre de paramètres total de 36 ( $4 \times 3 \times 3$ ) éléments théoriquement indépendants. Certaines études, vue la complexité des calculs mathématiques, ont évité d'entamer le cas de la bianisotropie générale, que des tenseurs creux (non pleins : la majorité des éléments sont nuls) sont considérés.

Dans le but d'alléger un petit peu les calculs mathématiques, certaines conditions simplificatrices sont prises en compte sur les éléments électromagnétiques, tout en gardant les tenseurs constitutifs sous formes de matrices pleines c.-à-d. d'éléments non nuls. Ce cas de milieu à été proposé par *Uslenghi* en 1997 [52], où des conditions nécessaires et suffisantes sont établies pour assurer un découplage TE-TM. Dans cette étude, *Uslenghi* n'a considéré que le cas de propagation dans un milieu bianisotrope illimité et n'a donné que les expressions des composantes du champ électromagnétique. Depuis, à nos connaissances, aucune étude n'a considérée ce cas de milieu bianisotrope complexe. Dans ce travail, nous avons exploité ce type de milieu pour l'utiliser comme substrat d'une ligne de transmission microruban, que nous avons caractérisé via la détermination de la constante de phase ainsi que l'impédance caractéristique.

#### III.3.1. Configuration et géométrie de la ligne microbande étudiée

La géométrie de la ligne de transmission microbande considérée et l'orientation des axes de la structure sont montrées sur la figure II.1. Elle est constituée d'un ruban conducteur de largeur  $2w$  imprimé sur un substrat diélectrique de largeur  $2a$  et de hauteur  $d$ , le tout est enfermé dans un

boîtier métallique de hauteur  $h+d$ , pour assurer un guidage sans pertes par rayonnement. Les conducteurs utilisés sont supposés des conducteurs parfaits.

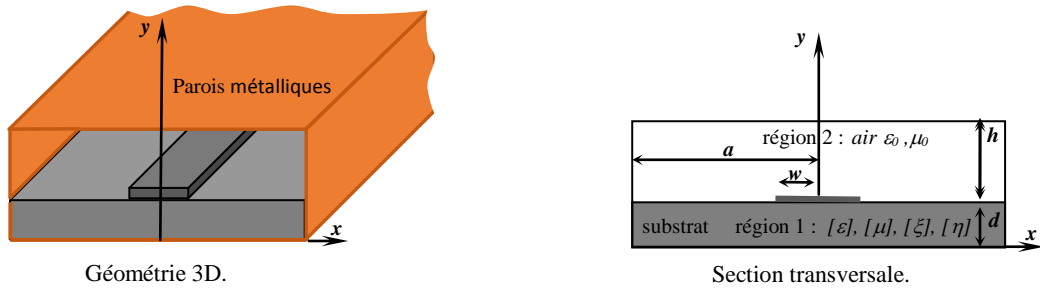


Figure III.1. Ligne de transmission piégée.

Les tenseurs de permittivité, de perméabilité et de chiralité du diélectrique (région 1) ont des formes de matrices pleines avec les conditions suivantes :

$$\bar{\bar{\epsilon}} = \epsilon_0 \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (\text{III.1})$$

$$\bar{\bar{\mu}} = \mu_0 \tau \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix}^T \quad (\text{III.2})$$

$$\bar{\bar{\xi}} = \begin{bmatrix} 0 & \xi_{xy} & \xi_{xz} \\ -\xi_{xy} & 0 & \xi_{yz} \\ -\xi_{xz} & -\xi_{yz} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.3})$$

$$\bar{\bar{\eta}} = \begin{bmatrix} 0 & \eta_{xy} & \eta_{xz} \\ -\eta_{xy} & 0 & \eta_{yz} \\ -\eta_{xz} & -\eta_{yz} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.4})$$

Pour ce milieu, les conditions suivantes sur les paramètres électromagnétiques sont considérées  $\bar{\bar{\epsilon}} = \bar{\bar{\epsilon}}^T$ ,  $\bar{\bar{\mu}} = \bar{\bar{\mu}}^T$  et  $\bar{\bar{\eta}} = -\bar{\bar{\xi}}^T$ . D'autre part, certaines conditions supplémentaires sont nécessaires pour assurer le découplage des modes TE et TM [52]:

$$\epsilon_{xy} + \epsilon_{yx} = 0, \quad \epsilon_{xz} + \epsilon_{zx} = 0, \quad \epsilon_{yz} + \epsilon_{zy} = 0, \quad \bar{\bar{\mu}} = \tau \bar{\bar{\epsilon}}^T, \quad \bar{\bar{\eta}} + \bar{\bar{\eta}}^T = 0 \quad \text{et} \quad \bar{\bar{\xi}} + \bar{\bar{\xi}}^T = 0, \quad \text{ce qui donne :}$$

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon_0 \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ -\varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ -\varepsilon_{xz} & -\varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (\text{III.5})$$

$$\bar{\mu} = \mu_0 \tau \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & -\varepsilon_{xy} & -\varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & -\varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (\text{III.6})$$

$$\bar{\xi} = \begin{bmatrix} 0 & \xi_{xy} & \xi_{xz} \\ -\xi_{xy} & 0 & \xi_{yz} \\ -\xi_{xz} & -\xi_{yz} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.7})$$

$$\bar{\eta} = \begin{bmatrix} 0 & -\xi_{xy} & -\xi_{xz} \\ \xi_{xy} & 0 & -\xi_{yz} \\ \xi_{xz} & \xi_{yz} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.8})$$

### III.3.2. Equation d'onde et équations des champs

L'équation d'onde pour les milieux complexes a une expression mathématique plus complexe que celle du milieu isotrope, ce qui en fait la différence fondamentale. Les équations de Maxwell ne contiennent pas en elles mêmes la propriété de bianisotropie mais seulement les propriétés d'induction électrique  $\vec{D}$  et magnétique  $\vec{B}$  relativement au champ  $\vec{H}$  et  $\vec{E}$ . La bianisotropie est considérée comme une propriété intrinsèque au matériau.

Rappelons les relations constitutives pour un milieu bianisotrope

$$\vec{B} = \bar{\mu}\vec{H} + \frac{\bar{\xi}}{c}\vec{E} \quad (\text{III.9.a})$$

$$\vec{D} = \bar{\varepsilon}\vec{E} + \frac{\bar{\eta}}{c}\vec{H} \quad (\text{III.9.b})$$

où  $c$  est la vitesse de la lumière dans le vide et les tenseurs  $3 \times 3$   $[\bar{\varepsilon}]$  et  $[\bar{\mu}]$  sont les tenseurs de permittivité et perméabilité.  $[\bar{\xi}]$  et  $[\bar{\eta}]$  représentent ce que l'on appelle généralement les tenseurs d'éléments magnétoélectriques.

Nous assumons la dépendance temporelle des champs en  $e^{j\omega t}$ . Considérons les relations constitutives bianisotropiques (III.9) et les équations de Maxwell, nous obtenons:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -j\omega\bar{\mu}\vec{H} - j\kappa_0\bar{\xi}\vec{E} \quad (\text{III.10.a})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = j\omega\bar{\epsilon}\vec{E} + j\kappa_0\bar{\eta}\vec{H} \quad (\text{III.10.b})$$

Ce qui donne sous forme matricielle:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial y} + j\beta\tilde{E}_y \\ -j\beta\tilde{E}_x + j\alpha\tilde{E}_z \\ -j\alpha\tilde{E}_y - \frac{\partial \tilde{E}_x}{\partial y} \end{bmatrix} = -j\omega\mu_0\tau \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & -\epsilon_{xy} & -\epsilon_{xz} \\ \epsilon_{xy} & \epsilon_{yy} & -\epsilon_{yz} \\ \epsilon_{xz} & \epsilon_{yz} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{H}_x \\ \tilde{H}_y \\ \tilde{H}_z \end{bmatrix} + j\kappa_0 \begin{bmatrix} 0 & -\xi_{xy} & -\xi_{xz} \\ \xi_{xy} & 0 & -\xi_{yz} \\ \xi_{xz} & \xi_{yz} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \\ \tilde{E}_z \end{bmatrix} \quad (\text{III.11.a})$$

et

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial y} + j\beta\tilde{H}_y \\ -j\beta\tilde{H}_x + j\alpha\tilde{H}_z \\ -j\alpha\tilde{H}_y - \frac{\partial \tilde{H}_x}{\partial y} \end{bmatrix} = j\omega\epsilon_0 \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ -\epsilon_{xy} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ -\epsilon_{xz} & -\epsilon_{yz} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \\ \tilde{E}_z \end{bmatrix} + j\kappa_0 \begin{bmatrix} 0 & -\xi_{xy} & -\xi_{xz} \\ \xi_{xy} & 0 & -\xi_{yz} \\ \xi_{xz} & \xi_{yz} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{H}_x \\ \tilde{H}_y \\ \tilde{H}_z \end{bmatrix} \quad (\text{III.11.b})$$

ce qui donne

$$(-\beta - \kappa_0\xi_{xy})\tilde{E}_x + \omega\mu_0\tau\epsilon_{xy}\tilde{H}_x + \omega\mu_0\tau\epsilon_{yy}\tilde{H}_y = (-\alpha - \kappa_0\xi_{yz})\tilde{E}_z + \omega\mu_0\tau\epsilon_{yz}\tilde{H}_z \quad (\text{III.12.a})$$

$$(\beta + \kappa_0\xi_{xy})\tilde{E}_y + \omega\mu_0\tau\epsilon_{xx}\tilde{H}_x - \omega\mu_0\tau\epsilon_{xy}\tilde{H}_y = \left(-\kappa_0\xi_{xz} + j\frac{\partial}{\partial y}\right)\tilde{E}_z + \omega\mu_0\tau\epsilon_{xz}\tilde{H}_z \quad (\text{III.12.b})$$

$$\omega\epsilon_0\epsilon_{xy}\tilde{E}_x - \omega\epsilon_0\epsilon_{yy}\tilde{E}_y - (\beta - \kappa_0\xi_{xy})\tilde{H}_x = \omega\epsilon_0\epsilon_{yz}\tilde{E}_z - (\alpha + \kappa_0\xi_{yz})\tilde{H}_z \quad (\text{III.12.c})$$

$$\omega\epsilon_0\epsilon_{xx}\tilde{E}_x + \omega\epsilon_0\epsilon_{xy}\tilde{E}_y - (\beta + \kappa_0\xi_{xy})\tilde{H}_y = (-\omega\epsilon_0\epsilon_{xz})\tilde{E}_z + \left(\kappa_0\xi_{xz} - j\frac{\partial}{\partial y}\right)\tilde{H}_z \quad (\text{III.12.d})$$

$$\left(-\kappa_0\xi_{xz} + j\frac{\partial}{\partial y}\right)\tilde{E}_x - (\alpha + \kappa_0\xi_{yz})\tilde{E}_y + \omega\mu_0\tau\epsilon_{xz}\tilde{H}_x + \omega\mu_0\tau\epsilon_{yz}\tilde{H}_y = -\omega\mu_0\tau\epsilon_{zz}\tilde{H}_z \quad (\text{III.12.e})$$

$$\omega\epsilon_0\epsilon_{xz}\tilde{E}_x + \omega\epsilon_0\epsilon_{yz}\tilde{E}_y - \left(\kappa_0\xi_{xz} - j\frac{\partial}{\partial y}\right)\tilde{H}_x - (\alpha + \kappa_0\xi_{yz})\tilde{H}_y = \omega\epsilon_0\epsilon_{zz}\tilde{E}_z \quad (\text{III.12.f})$$

Le regroupement des équations (III.12.a-f) sous forme matricielle mène à :

$$\begin{bmatrix}
-(\beta + \kappa_0 \xi_{xy}) & 0 & \omega \mu_0 \tau \varepsilon_{xy} & \omega \mu_0 \tau \varepsilon_{yy} \\
0 & (\beta + \kappa_0 \xi_{xy}) & \omega \mu_0 \tau \varepsilon_{xx} & -\omega \mu_0 \tau \varepsilon_{xy} \\
\omega \varepsilon_0 \varepsilon_{xy} & -\omega \varepsilon_0 \varepsilon_{yy} & -(\beta + \kappa_0 \xi_{xy}) & 0 \\
-\omega \varepsilon_0 \varepsilon_{xx} & -\omega \varepsilon_0 \varepsilon_{xy} & 0 & (\beta + \kappa_0 \xi_{xy})
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\tilde{E}_x \\
\tilde{E}_y \\
\tilde{H}_x \\
\tilde{H}_y
\end{bmatrix} =
\begin{bmatrix}
(-\alpha - \kappa_0 \xi_{yz}) & \omega \mu_0 \tau \varepsilon_{yz} \\
\left(-\kappa_0 \xi_{xz} + j \frac{\partial}{\partial y}\right) & \omega \mu_0 \tau \varepsilon_{xz} \\
\omega \varepsilon_0 \varepsilon_{yz} & (-\alpha - \kappa_0 \xi_{yz}) \\
\omega \varepsilon_0 \varepsilon_{xz} & \left(-\kappa_0 \xi_{xz} + j \frac{\partial}{\partial y}\right)
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\tilde{E}_z \\
\tilde{H}_z
\end{bmatrix} \quad (\text{III.13})$$

La résolution de ce système d'équations en  $\tilde{E}_x$ ,  $\tilde{E}_y$ ,  $\tilde{H}_x$  et  $\tilde{H}_y$ , pour le milieu diélectrique (région

1) prend la forme suivante :

$$\begin{aligned}
\tilde{E}_{x1} &= \frac{1}{\delta_1} \left( (\beta + \kappa_0 \xi_{xy}) (\alpha + \kappa_0 \xi_{yz}) + \kappa_0^2 \tau (\varepsilon_{yy} \varepsilon_{xz} - \varepsilon_{xy} \varepsilon_{yz}) \right) \tilde{E}_{z1} \\
&\quad + \frac{\omega \mu_0 \tau}{\delta_1} \left( \varepsilon_{xy} (\alpha + \kappa_0 \xi_{yz}) - \varepsilon_{yz} (\beta + \kappa_0 \xi_{xy}) + \varepsilon_{yy} \left( j \frac{\partial}{\partial y} - \kappa_0 \xi_{xz} \right) \right) \tilde{H}_{z1}
\end{aligned} \quad (\text{III.14.a})$$

$$\begin{aligned}
\tilde{E}_{y1} &= \frac{1}{\delta_1} \left( (\beta + \kappa_0 \xi_{xy}) \left( j \frac{\partial}{\partial y} - \kappa_0 \xi_{xz} \right) + \kappa_0^2 \tau (\varepsilon_{xx} \varepsilon_{yz} + \varepsilon_{xy} \varepsilon_{xz}) \right) \tilde{E}_{z1} \\
&\quad + \frac{\omega \mu_0 \tau}{\delta_1} \left( \varepsilon_{xz} (\beta + \kappa_0 \xi_{xy}) - \varepsilon_{xx} (\alpha + \kappa_0 \xi_{yz}) + \varepsilon_{xy} \left( j \frac{\partial}{\partial y} - \kappa_0 \xi_{xz} \right) \right) \tilde{H}_{z1}
\end{aligned} \quad (\text{III.14.b})$$

$$\begin{aligned}
\tilde{H}_{x1} &= \frac{\omega \varepsilon_0}{\delta_1} \left( \varepsilon_{xy} (\alpha + \kappa_0 \xi_{yz}) - \varepsilon_{yy} \left( j \frac{\partial}{\partial y} - \kappa_0 \xi_{xz} \right) - \varepsilon_{yz} (\beta + \kappa_0 \xi_{xy}) \right) \tilde{E}_{z1} \\
&\quad + \frac{1}{\delta_1} \left( -\kappa_0^2 \tau (\varepsilon_{xy} \varepsilon_{yz} + \varepsilon_{yy} \varepsilon_{xz}) + (\beta + \kappa_0 \xi_{xy}) (\alpha + \kappa_0 \xi_{yz}) \right) \tilde{H}_{z1}
\end{aligned} \quad (\text{III.14.c})$$

$$\begin{aligned}
\tilde{H}_{y1} &= \frac{\omega \varepsilon_0}{\delta_1} \left( \varepsilon_{xx} (\alpha + \kappa_0 \xi_{yz}) + \varepsilon_{xy} \left( j \frac{\partial}{\partial y} - \kappa_0 \xi_{xz} \right) + \varepsilon_{xz} (\beta + \kappa_0 \xi_{xy}) \right) \tilde{E}_{z1} \\
&\quad + \frac{1}{\delta_1} \left( \kappa_0^2 \tau (\varepsilon_{xy} \varepsilon_{xz} - \varepsilon_{xx} \varepsilon_{yz}) + (\beta + \kappa_0 \xi_{xy}) \left( j \frac{\partial}{\partial y} - \kappa_0 \xi_{xz} \right) \right) \tilde{H}_{z1}
\end{aligned} \quad (\text{III.14.d})$$

avec

$$\delta_1 = (\beta + \kappa_0 \xi_{xy})^2 - \kappa_0^2 \tau (\varepsilon_{xx} \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{xy}^2) \quad (\text{III.15})$$

Et pour la région 2 (air) les expressions des composantes des champs sont liées aux composantes longitudinales par les relations suivantes :

$$\tilde{E}_{x2} = \frac{1}{\delta_2} \left( \beta \alpha \tilde{E}_{z2} + j \omega \mu_0 \frac{\partial \tilde{H}_{z2}}{\partial y} \right) \quad (\text{III.16.a})$$

$$\tilde{E}_{y2} = \frac{1}{\delta_2} \left( j \beta \frac{\partial \tilde{E}_{z2}}{\partial y} - \alpha \omega \mu_0 \tilde{H}_{z2} \right) \quad (\text{III.16.b})$$

$$\tilde{H}_{x2} = \frac{1}{\delta_2} \left( -j \omega \varepsilon_0 \frac{\partial \tilde{E}_{z2}}{\partial y} + \alpha \beta \tilde{H}_{z2} \right) \quad (\text{III.16.c})$$

$$\tilde{H}_{y2} = \frac{1}{\delta_2} \left( \omega \varepsilon_0 \alpha \tilde{E}_{z2} + j \beta \frac{\partial \tilde{H}_{z2}}{\partial y} \right) \quad (\text{III.16.d})$$

avec

$$\delta_2 = \beta^2 - \kappa_0^2 \quad (\text{III.17})$$

en remplaçant dans (III.12.e) et (III.12.f), nous tirons les expressions des équations d'onde pour les deux composantes longitudinales  $\tilde{E}_z$  et  $\tilde{H}_z$  qui ont la forme d'une équation différentielle homogène du 2<sup>ième</sup> ordre donnée par :

$$\frac{\partial^2 \tilde{\Psi}_1}{\partial y^2} + 2j \kappa_0 \xi_{xz} \frac{\partial \tilde{\Psi}_1}{\partial y} + \Gamma \tilde{\Psi}_1 = 0 \quad (\text{III.18})$$

où  $\tilde{\Psi}_1$  représente la composante longitudinale du champ électrique ou magnétique ( $\tilde{E}_z$  ou  $\tilde{H}_z$ ) dans la région 1 du diélectrique, avec

$$\Gamma = \kappa_0^2 \tau \left( \varepsilon_{yz}^2 \frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{yy}} + \frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{yy}} \varepsilon_{xy}^2 + \varepsilon_{xx} \varepsilon_{zz} + \varepsilon_{xz}^2 \right) - \frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{yy}} (\beta + \kappa_0 \xi_{xy})^2 - \frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{yy}} (\alpha + \kappa_0 \xi_{yz})^2 - \kappa_0^2 \xi_{xz}^2 \quad (\text{III.19})$$

Et la solution générale de l'équation d'onde (III.18), dans la région 1, s'écrit sous la forme :

$$\tilde{\Psi}_1(\gamma_1, y) = e^{-j \kappa_0 \xi_{xz} y} (A \cosh(\gamma_1 y) + B \sinh(\gamma_1 y)) \quad (\text{III.20})$$

avec



$$\gamma_1^2 = \frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{yy}} \alpha^2 + \frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{yy}} \beta^2 - \kappa_0^2 \tau \varepsilon_{xx} \varepsilon_{zz} - \kappa_0^2 \tau \left( \frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{yy}} \varepsilon_{xy}^2 + \varepsilon_{xz}^2 + \frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{yy}} \varepsilon_{yz}^2 \right) + \kappa_0 \left( \zeta_{yz} \frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{yy}} (2\alpha + \kappa_0 \zeta_{yz}) + \zeta_{xy} \frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{yy}} (2\beta + \kappa_0 \zeta_{xy}) \right) \quad (\text{III.21})$$

Et pour la région 2,

$$\tilde{\Psi}_2(\gamma_2, y) = C \cosh(\gamma_2 y) + D \sinh(\gamma_2 y) \quad (\text{III.22})$$

avec

$$\gamma_2^2 = \alpha^2 + \beta^2 - \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \quad (\text{III.23})$$

### III.3.3. Dérivation des fonctions de Green

Dans cette section les conditions aux limites seront appliquées pour déterminer les constantes inconnues dans les expressions des champs. Cette procédure comporte des calculs mathématiques analytiques très lourds et tout à fait encombrants. Pour cette raison, nous ne présentons ici que les expressions finales.

### III.3.4. Conditions aux limites

- *Conditions sur les parois métalliques*

La structure étudiée est supposée avoir une bande conductrice, portant un courant inconnu  $J$ , des parois métalliques et un plan de masse. Nous supposons que la région 2 est de l'air et la région 1 est une couche de matériau bianisotrope d'épaisseur  $d$ . Ce qui impose les conditions aux limites suivantes :

*Pour  $y=0$ , nous avons*

$$\tilde{E}_{z1} = 0 \quad (\text{III.24.a})$$

$$\tilde{E}_{x1} = 0 \quad (\text{III.24.b})$$

Ce qui en résulte, pour les expressions des champs dans la région 1 :

$$\tilde{E}_{x1} = \left[ \begin{array}{l} \frac{\beta\alpha}{\delta_1} \left( \left( 1 + \frac{\kappa_0 \xi_{xy}}{\beta} \right) \left( 1 + \frac{\kappa_0 \xi_{yz}}{\alpha} \right) + \frac{\kappa_0^2 \tau (\varepsilon_{yy} \varepsilon_{xz} - \varepsilon_{xy} \varepsilon_{yz})}{\beta\alpha} \right) A_1 e^{-j\kappa_0 \xi_{xz} y} \\ + \frac{j\gamma_1 \omega \mu_0 \tau \varepsilon_{yy}}{\delta_1} \left( \begin{array}{l} 1 - \frac{\kappa_0 \xi_{xz}}{j\gamma_1} \coth(\gamma_1 y) \\ + \frac{1}{j\gamma_1 \varepsilon_{yy}} \left( \varepsilon_{xy} (\alpha + \kappa_0 \xi_{yz}) \right. \right. \\ \left. \left. - \varepsilon_{yz} (\beta + \kappa_0 \xi_{xy}) \right) \left[ \coth(\gamma_1 y) + \frac{j\kappa_0 \xi_{xz}}{\gamma_1} \right] \right) C_1 e^{-j\kappa_0 \xi_{xz} y} \end{array} \right] \sinh(\gamma_1 y) \quad (\text{III.25.a})$$

$$\tilde{E}_{y1} = \left( \begin{array}{l} \frac{j\gamma_1 \beta}{\delta_1} \left( 1 + \frac{\kappa_0 \xi_{xy}}{\beta} + \frac{1}{j\gamma_1 \beta} \kappa_0^2 \tau (\varepsilon_{xx} \varepsilon_{yz} + \varepsilon_{xy} \varepsilon_{xz}) \right) \tanh(\gamma_1 y) \right) A_1 e^{-j\kappa_0 \xi_{xz} y} \\ - \frac{\omega \mu_0 \tau \varepsilon_{xx} \alpha}{\delta_1} \left( \begin{array}{l} \left( 1 + \frac{\kappa_0 \xi_{yz}}{\alpha} - \frac{\varepsilon_{xz} (\beta + \kappa_0 \xi_{xy})}{\varepsilon_{xx} \alpha} + \frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}} \frac{1}{\alpha} \kappa_0 \xi_{xz} \right) \left[ 1 + \frac{j\kappa_0 \xi_{xz}}{\gamma_1} \tanh(\gamma_1 y) \right] \\ - \frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}} \frac{1}{\alpha} j\gamma_1 \left( 1 + \frac{\kappa_0^2 \xi_{xz}^2}{\gamma_1^2} \right) \tanh(\gamma_1 y) \end{array} \right) C_1 e^{-j\kappa_0 \xi_{xz} y} \end{array} \right) \cosh(\gamma_1 y) \quad (\text{III.25.b})$$

$$\tilde{E}_{z1} = A_1 e^{-j\kappa_0 \xi_{xz} y} \sinh(\gamma_1 y) \quad (\text{III.25.c})$$

$$\tilde{H}_{x1} = \left[ \begin{array}{l} - \frac{j\gamma_1 \omega \varepsilon_0 \varepsilon_{yy}}{\delta_1} \left( 1 + \left( \frac{\varepsilon_{yz}}{\varepsilon_{yy} j\gamma_1} (\beta + \kappa_0 \xi_{xy}) - \frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{yy} j\gamma_1} (\alpha + \kappa_0 \xi_{yz}) \right) \tanh(\gamma_1 y) \right) A_1 e^{-j\kappa_0 \xi_{xz} y} \\ + \frac{\beta\alpha}{\delta_1} \left( \begin{array}{l} \left( 1 + \frac{\kappa_0 \xi_{xy}}{\beta} \right) \left( 1 + \frac{\kappa_0 \xi_{yz}}{\alpha} \right) \\ - \frac{\kappa_0^2 \tau (\varepsilon_{xy} \varepsilon_{yz} + \varepsilon_{yy} \varepsilon_{xz})}{\beta\alpha} \end{array} \right) \left[ 1 + \frac{j\kappa_0 \xi_{xz}}{\gamma_1} \tanh(\gamma_1 y) \right] C_1 e^{-j\kappa_0 \xi_{xz} y} \end{array} \right] \cosh(\gamma_1 y) \quad (\text{III.25.d})$$

$$\tilde{H}_{y1} = \left[ \begin{array}{l} \frac{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_{xx} \alpha}{\delta_1} \left( 1 + \frac{\kappa_0 \xi_{yz}}{\alpha} + \frac{\varepsilon_{xz}}{\varepsilon_{xx}} \frac{\beta}{\alpha} \left( 1 + \frac{\kappa_0 \xi_{xy}}{\beta} \right) + \frac{\varepsilon_{xy}}{\alpha \varepsilon_{xx}} j\gamma_1 \coth(\gamma_1 y) \right) A_1 e^{-j\kappa_0 \xi_{xz} y} \\ + \frac{j\gamma_1 \beta}{\delta_1} \left( \begin{array}{l} \left( 1 + \frac{\kappa_0 \xi_{xy}}{\beta} \right) \left( 1 - \frac{\kappa_0 \xi_{xz}}{j\gamma_1} \coth(\gamma_1 y) \right) \\ + \frac{\kappa_0^2 \tau (\varepsilon_{xy} \varepsilon_{xz} - \varepsilon_{xx} \varepsilon_{yz})}{j\gamma_1 \beta} \left( \coth(\gamma_1 y) + \frac{j\kappa_0 \xi_{xz}}{\gamma_1} \right) \end{array} \right) C_1 e^{-j\kappa_0 \xi_{xz} y} \end{array} \right] \sinh(\gamma_1 y) \quad (\text{III.25.e})$$

$$\tilde{H}_{z1} = C_1 e^{-j\kappa_0 \xi_{xz} y} \left[ 1 + \frac{j\kappa_0 \xi_{xz}}{\gamma_1} \tanh(\gamma_1 y) \right] \cosh(\gamma_1 y) \quad (\text{III.25.f})$$

**Pour  $y=h+d$**

$$\tilde{E}_{z2} = 0 \quad (\text{III.26.a})$$

$$\tilde{E}_{x2} = 0 \quad (\text{III.26.b})$$

Il en résulte, pour les expressions des champs dans la région 2 :

$$\tilde{E}_{x2} = \frac{1}{\delta_2} (\beta \alpha B_2 - j \omega \mu_0 D_2 \gamma_2) \sinh(\gamma_2 (h + d - y)) \quad (\text{III.27.a})$$

$$\tilde{E}_{y2} = \frac{1}{\delta_2} (-j \beta B_2 \gamma_2 - \alpha \omega \mu_0 D_2) \cosh(\gamma_2 (h + d - y)) \quad (\text{III.27.b})$$

$$\tilde{E}_{z2} = B_2 \sinh(\gamma_2 (h + d - y)) \quad (\text{III.27.c})$$

$$\tilde{H}_{x2} = \frac{1}{\delta_2} (j \omega \epsilon_0 B_2 \gamma_2 + \alpha \beta D_2) \cosh(\gamma_2 (h + d - y)) \quad (\text{III.27.d})$$

$$\tilde{H}_{y2} = \frac{1}{\delta_2} (\omega \epsilon_0 \alpha B_2 - j \beta D_2 \gamma_2) \sinh(\gamma_2 (h + d - y)) \quad (\text{III.27.e})$$

$$\tilde{H}_{z2} = D_2 \cosh(\gamma_2 (h + d - y)) \quad (\text{III.27.f})$$

- **Conditions de continuités à l'interface air-diélectrique ( $y=d$ )**

$$\tilde{E}_{x2} - \tilde{E}_{x1} = 0 \quad (\text{III.28.a})$$

$$\tilde{E}_{z2} - \tilde{E}_{z1} = 0 \quad (\text{III.28.b})$$

$$\tilde{H}_{z2} - \tilde{H}_{z1} = \tilde{J}_x \quad (\text{III.28.c})$$

$$\tilde{H}_{x1} - \tilde{H}_{x2} = \tilde{J}_z \quad (\text{III.28.d})$$

Les fonctions de Green sont dérivées dans le domaine spectral. Les expressions finales des composantes longitudinales du champ électrique sont exprimées en fonction de celles des densités de courants et elles sont regroupées selon le système d'équations suivant :

$$\tilde{E}_z(\alpha, d, \beta) = \tilde{G}_{11}(\alpha, d, \beta) \tilde{J}_x + \tilde{G}_{12}(\alpha, d, \beta) \tilde{J}_z \quad (\text{III.29.a})$$

$$\tilde{E}_x(\alpha, d, \beta) = \tilde{G}_{21}(\alpha, d, \beta) \tilde{J}_x + \tilde{G}_{22}(\alpha, d, \beta) \tilde{J}_z \quad (\text{III.29.b})$$

Donc les éléments du tenseur de Green sont donnés par

$$\tilde{G}_{11} = \frac{j\omega\mu_0\beta\alpha\delta_1\delta_2}{\Delta} (\gamma_1 \tau \varepsilon_{yy} \Omega_2 \tanh(\gamma_1 d) + \gamma_2 \Omega_6 \tanh(\gamma_2 h)) \quad (\text{III.30.a})$$

$$\tilde{G}_{12} = \frac{j\omega\mu_0\delta_1\delta_2}{\Delta} (\gamma_1 \delta_2 \tau \varepsilon_{yy} \Omega_2 \tanh(\gamma_1 d) - \gamma_2 \delta_1 \Omega_T \tanh(\gamma_2 h)) \quad (\text{III.30.b})$$

$$\tilde{G}_{21} = \frac{j\omega\mu_0}{\Delta} \left[ (\tau \varepsilon_{yy} \gamma_1 \delta_1 \Omega_2 (\alpha^2 \beta^2 - \gamma_2^2 \kappa_0^2)) \tanh(\gamma_1 d) + \gamma_2 \delta_2 (\tau \varepsilon_{yy}^2 \gamma_1^2 \kappa_0^2 \Omega_2 \Omega_5 - \alpha^2 \beta^2 \Omega_1 \Omega_6) \tanh(\gamma_2 h) \right] \quad (\text{III.30.c})$$

$$\tilde{G}_{22} = \frac{j\omega\mu_0\beta\alpha\delta_1\delta_2}{\Delta} (\gamma_1 \tau \varepsilon_{yy} \Omega_2 \tanh(\gamma_1 d) + \gamma_2 \Omega_1 \Omega_T \tanh(\gamma_2 h)) \quad (\text{III.30.d})$$

avec

$$\begin{aligned} \Omega_1 &= - \left( 1 - \frac{\kappa_0 \xi_{xz}}{j\gamma_1} \coth(\gamma_1 d) + \frac{1}{j\gamma_1 \varepsilon_{yy}} (\varepsilon_{xy} (\alpha + \kappa_0 \xi_{yz}) - \varepsilon_{yz} (\beta + \kappa_0 \xi_{xy})) \Omega_3 \coth(\gamma_1 d) \right) \\ \Omega_2 &= - \left( \left( 1 + \frac{\kappa_0 \xi_{xy}}{\beta} \right) \left( 1 + \frac{\kappa_0 \xi_{yz}}{\alpha} \right) - \frac{\kappa_0^2 \tau}{\beta \alpha} (\varepsilon_{yy} \varepsilon_{xz} + \varepsilon_{xy} \varepsilon_{yz}) \right) \Omega_3 \\ \Omega_3 &= \left( 1 + \tanh(\gamma_1 d) \frac{j\kappa_0 \xi_{xz}}{\gamma_1} \right) \quad (\text{III.30.e}) \\ \Omega_4 &= - \left( 1 + \frac{1}{\varepsilon_{yy} j\gamma_1} (\varepsilon_{yz} (\beta + \kappa_0 \xi_{xy}) - \varepsilon_{xy} (\alpha + \kappa_0 \xi_{yz})) \tanh(\gamma_1 d) \right) \\ \Omega_5 &= - \left( \left( 1 + \frac{\kappa_0 \xi_{xy}}{\beta} \right) \left( 1 + \frac{\kappa_0 \xi_{yz}}{\alpha} \right) + \frac{\kappa_0^2 \tau (\varepsilon_{yy} \varepsilon_{xz} - \varepsilon_{xy} \varepsilon_{yz})}{\beta \alpha} \right) \\ \Delta &= \beta^2 \alpha^2 ((\delta_1 + \delta_2 \Omega_5) (\delta_1 \Omega_3 + \delta_2 \Omega_2)) + \\ &\quad \kappa_0^2 [\gamma_1 \delta_2 \Omega_1 \tau \varepsilon_{yy} \tanh(\gamma_1 d) - \gamma_2 \delta_1 \Omega_3 \tanh(\gamma_2 h)] [\gamma_2 \delta_1 \coth(\gamma_2 h) - \varepsilon_{yy} \gamma_1 \delta_2 \Omega_4 \coth(\gamma_1 d)] \quad (\text{III.30.f}) \end{aligned}$$

### III.4. Méthode de résolution

Pour la solution du problème, la méthode des moments est utilisée avec la technique de Galerkin dans le domaine spectral. La méthode des moments consiste en la décomposition de la densité de courant, sur la bande conductrice, inconnue  $J(x)$  en termes de série de fonctions connues  $J_k(x)$  avec des coefficients inconnues  $a_k$  non nuls, données dans le domaine spectral par:

$$\tilde{J}_x(x) = \sum_{p=1}^{\infty} a_p \tilde{J}_{x,p} \quad (\text{III.31.a})$$

$$\tilde{J}_z(x) = \sum_{q=1}^{\infty} b_q \tilde{J}_{z,q} \quad (\text{III.31.b})$$

En substituant (III.30) dans (III.29) et en effectuant le produit scalaire avec  $\tilde{J}_z(x)$  et  $\tilde{J}_x(x)$ , pour  $0 < |x| \leq w$ , nous aurons :

$$\langle \tilde{E}_z, \tilde{J}_{zq'} \rangle = \frac{1}{2a} \int_{-a}^{+a} \tilde{G}_{11}(\alpha_n, \beta) \sum_{p=1}^{\infty} a_p \tilde{J}_{xp'} \tilde{J}_{zq'}^* d\alpha_n + \frac{1}{2a} \int_{-a}^{+a} \tilde{G}_{12}(\alpha_n, \beta) \sum_{q=1}^{\infty} b_q \tilde{J}_{zq} \tilde{J}_{zq'}^* d\alpha_n = 0 \quad (\text{III.32.a})$$

$$\langle \tilde{E}_x, \tilde{J}_{xp'} \rangle = \frac{1}{2a} \int_{-a}^{+a} \tilde{G}_{21}(\alpha_n, \beta) \sum_{p=1}^{\infty} a_p \tilde{J}_{xp} \tilde{J}_{xp'}^* d\alpha_n + \frac{1}{2a} \int_{-a}^{+a} \tilde{G}_{22}(\alpha_n, \beta) \sum_{q=1}^{\infty} b_q \tilde{J}_{zq} \tilde{J}_{xp'}^* d\alpha_n = 0 \quad (\text{III.32.b})$$

Notons que le champ électrique est nul sur le conducteur, alors que la densité de courant est nulle en dehors de la bande conductrice. En d'autres termes, les produits scalaires résultants sont nuls pour tout  $x$ .

Des conditions aux limites supplémentaires imposées par les murs latéraux de la structure ( $x = \pm a$ ) donnent les valeurs  $\alpha_n$  appelé paramètre de Fourier [40].

$\alpha_n = (2n+1)\pi/2a$  pour les modes pairs et  $\alpha_n = n\pi/a$  pour les modes impairs.

Le système d'équations obtenu est un système linéaire homogène [40],[53]-[57] qui peut être arrangé sous la forme matricielle suivante:

$$\begin{bmatrix} C_{q'p}^{11}(\beta) & C_{q'q}^{12}(\beta) \\ C_{p'p}^{21}(\beta) & C_{p'q}^{22}(\beta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_p \\ b_1 \\ \vdots \\ b_q \end{bmatrix} = [0] \quad (\text{III.33})$$

avec

$$C_{q'p}^{11}(\beta) = \sum_n \tilde{G}_{11}(\alpha_n, \beta) \tilde{J}_{xp} \tilde{J}_{zq'}^* \quad (\text{III.34.a})$$

$$C_{q'q}^{12}(\beta) = \sum_n \tilde{G}_{12}(\alpha_n, \beta) \tilde{J}_{z,q} \tilde{J}_{zq'}^* \quad (\text{III.34.b})$$

$$C_{p'p}^{21}(\beta) = \sum_n \tilde{G}_{21}(\alpha_n, \beta) \tilde{J}_{xp} \cdot \tilde{J}_{xp'}^* \quad (\text{III.34.c})$$

$$C_{p'q}^{22}(\beta) = \sum_n \tilde{G}_{22}(\alpha_n, \beta) \tilde{J}_{z,q} \cdot \tilde{J}_{xp'}^* \quad (\text{III.34.d})$$

### III.4.1. Evaluation de la caractéristique de dispersion

Le système d'équations linéaires décrit par l'équation (III.33) possède des solutions non triviales lorsque [40],[57],[58].

$$\det[C(\beta)] = 0 \quad (\text{III.35})$$

La méthode de Muller [59] est utilisée pour la recherche des racines complexes de l'équation (III.35), elle nécessite trois points initiaux qui doivent être les plus proches possibles de la solution recherchée pour assurer une convergence rapide.

### III.4.2. Evaluation de l'impédance caractéristique

Une fois la constante de propagation complexe est déterminée, le vecteur propre associé à la valeur propre minimale donne les coefficients des densités de courant sur la bande conductrice [58].

Une fois les coefficients sont déterminés, avec la constante de propagation, les fonctions de base sont construites et par conséquent toutes les composantes des champs peuvent être déterminées.

En raison de la nature non TEM du mode de propagation, il existe plusieurs définitions pour l'impédance caractéristique. Nous avons employé ici la définition puissance-courant donnée par [60]-[62]:

$$Z_c = \frac{2P}{I^2} \quad (\text{III.36})$$

et la puissance est donnée par l'intégrale du vecteur de Poynting à travers la section transversale de la ligne microbande.

$$P = \frac{1}{2} \text{Re} \int_0^h \int_{-a}^a \vec{E} \times \vec{H}^* \cdot \vec{u}_z \cdot dx \cdot dy \cdot \vec{u}_z \quad (\text{III.37})$$

### III.5. Résultats et discussions

#### III.5.1. Validation des résultats

Afin de valider nos résultats, nous avons mené une étude comparative en calculant la caractéristique de dispersion  $\beta$  et l'impédance caractéristique  $Z_c$  d'une ligne de transmission piégée implantée sur un substrat isotrope ( $\epsilon_{xx}=\epsilon_{yy}=\epsilon_{zz}=\epsilon_{r1}$ ,  $\epsilon_{xy}=\epsilon_{xz}=\epsilon_{yz}=0, \tau=1/\epsilon_{r1}$ ,  $\xi=\eta=0$ ), évaluée pour une structure dont la géométrie est donnée sur la figure III.1, avec ( $d=0.635mm$ ,  $h=4d$ ,  $a=10d$ ,  $w=d/2$ ,  $\epsilon_{r1}=10$ ).

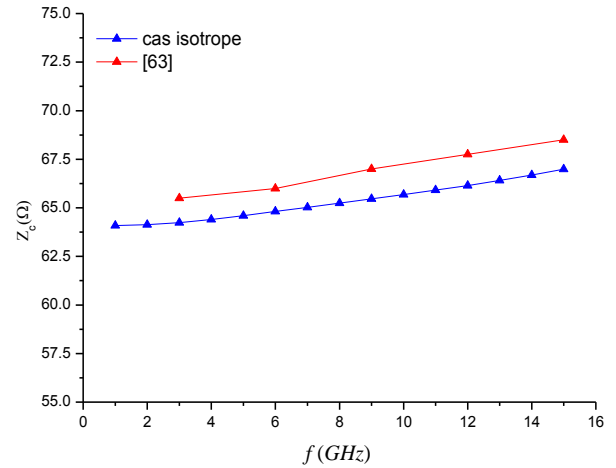
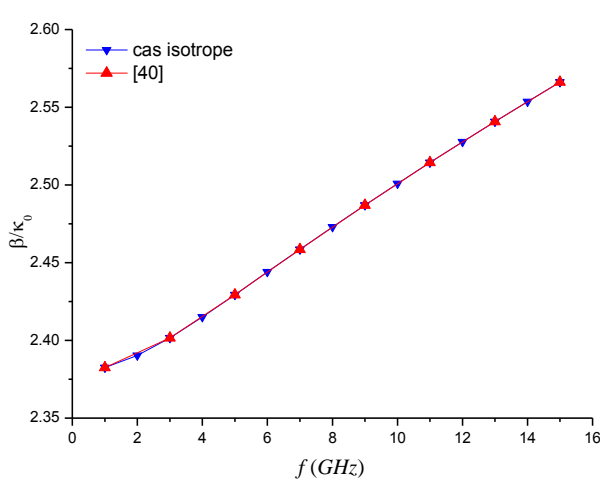


Figure III.2.a. Caractéristique de dispersion, cas isotrope .

Figure III.2.b. Impédance caractéristique, cas isotrope.

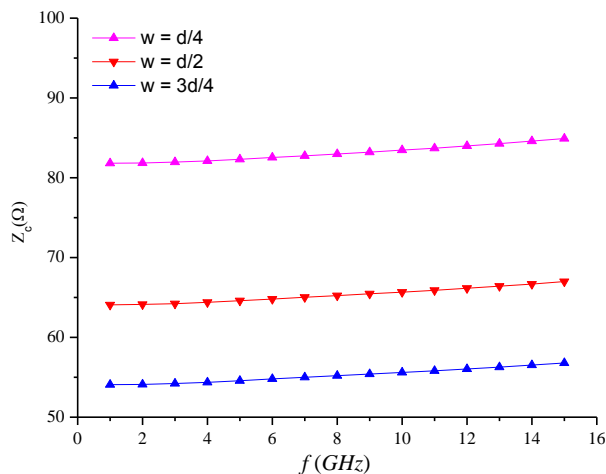


Figure III.3. Effet du rapport  $w/d$  sur l'impédance caractéristique, cas isotrope ( $d=0.635mm$ ,  $h=4d$ ,  $a=10d$ ,  $\epsilon_{r1}=10$ ).

Les résultats obtenus montrent une bonne concordance avec les résultats théoriques [40] et expérimentaux [62] (Fig. III.2.a et b), où une erreur relative d'environ 1.5% est atteinte dans le calcul de l'impédance caractéristique. Sur la figure (III.2.c), une représentation de l'impédance caractéristique est donnée avec  $w/d$  comme paramètre. Ces résultats montrent une diminution de l'impédance caractéristique avec l'augmentation du rapport  $w/d$ , ceci est justifié par l'effet capacitif croissant avec la largeur de la bande conductrice.

### III.5.2. Effet de l'anisotropie sur la constante de phase et l'impédance caractéristique

En premier lieu, nous traitons le cas de l'anisotropie uniaxiale en examinant l'effet des éléments diagonaux des tenseurs de permittivité et de perméabilité sur la constante de phase  $\beta$  et l'impédance caractéristique  $Z_c$  en fonction de la fréquence. Les autres éléments gyrotropiques ( $\varepsilon_{xy}, \varepsilon_{xz}, \varepsilon_{yz}$ ) ainsi que les éléments magnétoélectriques ou de chiralité ( $\xi, \eta$ ) sont pris nuls avec  $\tau=1/\varepsilon_r$ . Les résultats obtenus sont présentés par les figures (III.4.a et b) et sont comparés au cas isotrope ( $\varepsilon_r=10$ ), pour les caractéristiques dimensionnels ( $d=0.635\text{mm}$ ,  $h=4d$ ,  $a=10d$ ,  $w=d/2$ ).

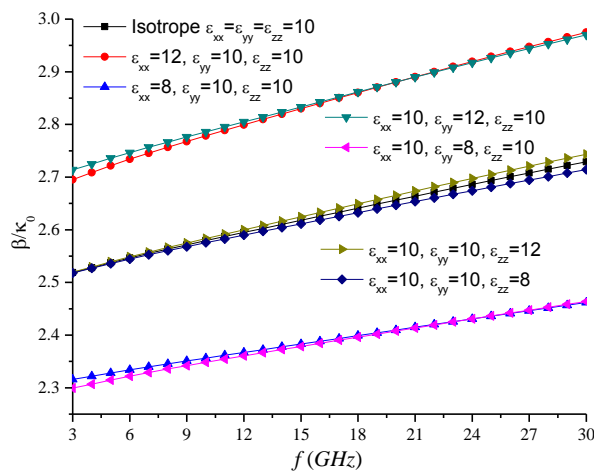


Figure III.4.a. Effet de l'anisotropie uniaxiale sur la constante de propagation normalisée.

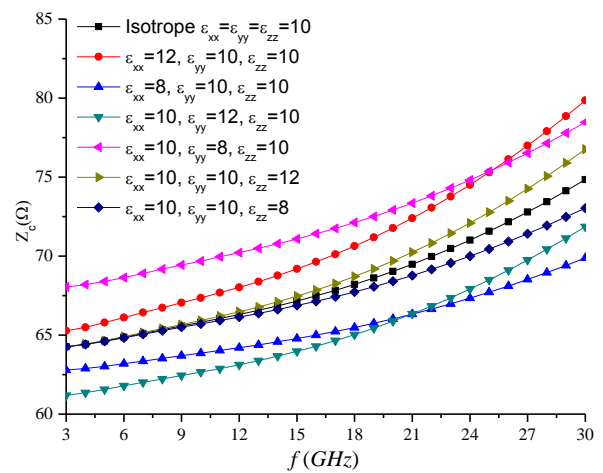


Figure III.4.b. Effet de l'anisotropie uniaxiale sur l'impédance caractéristique.

D'après ces résultats, nous remarquons que  $\varepsilon_{zz}$  est l'élément le moins influent sur  $\beta$  et  $Z_c$ , notamment dans la gamme des basses fréquences. Les éléments  $\varepsilon_{xx}$  et  $\varepsilon_{yy}$  ont presque la même influence sur  $\beta$ , et la variation de cette dernière est directement proportionnelle à la variation de ces deux éléments. Quant à l'impédance caractéristique, elle est directement proportionnelle à  $\varepsilon_{xx}$  et inversement proportionnelle à  $\varepsilon_{yy}$ . Il est à noter que l'impédance caractéristique présente la plus faible variation avec la fréquence pour le cas d'anisotropie négative de l'élément  $\varepsilon_{xx}$ , ( $\varepsilon_{xx}=0.8\varepsilon_r <$



$\varepsilon_{r1}$ ), et la variation la plus importante pour le cas d'anisotropie positive du même élément ( $\varepsilon_{xx}=1.2\varepsilon_{r1} > \varepsilon_{r1}$ ).

En deuxième lieu, nous examinons le cas d'anisotropie gyrotropique en variant les éléments supérieurs et inférieurs des matrices de permittivité et de perméabilité  $\varepsilon_{xy}$ ,  $\varepsilon_{xz}$  et  $\varepsilon_{yz}$ : éléments non diagonaux qui peuvent prendre des valeurs réelles ou imaginaires positives ou négatives.

Dans ce cas les éléments diagonaux sont pris égaux à la permittivité  $\varepsilon_{r1}$  du cas isotrope ( $\varepsilon_{xx}=\varepsilon_{yy}=\varepsilon_{zz}=\varepsilon_{r1}=10$ ). Les résultats obtenus pour chaque élément sont montrés sur les figures III.5-10, comparativement au cas isotrope.

Sur les figures III.5 et 6, nous présentons l'effet de l'élément  $\varepsilon_{xy}$ . Ce dernier présente un effet important sur  $\beta$ . L'augmentation de  $\varepsilon_{xy}$  en valeur absolue conduit à une augmentation de la constante de phase (partie réelle de  $\beta/\kappa_0$ ), sans que le signe intervient ce qui exprime la réciprocité du milieu dans ce cas-là.

Le deuxième effet remarquable de cet élément est l'apparition des pertes qui augmentent avec la valeur absolue de  $\varepsilon_{xy}$  et diminuent en montant en fréquence; tout ça sans effet sur l'impédance caractéristique.

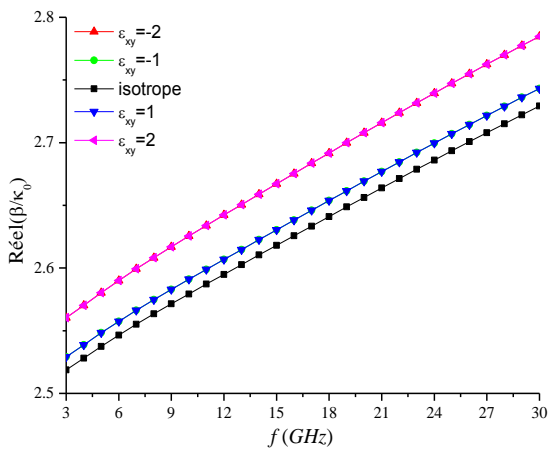


Figure III.5.a. Effet de  $\varepsilon_{xy}$  réel sur la constante de phase normalisée.

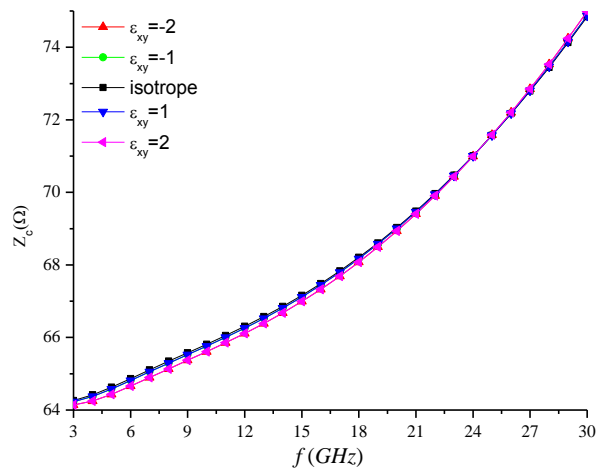


Figure III.5.b. Effet de  $\varepsilon_{xy}$  réel sur l'impédance caractéristique.

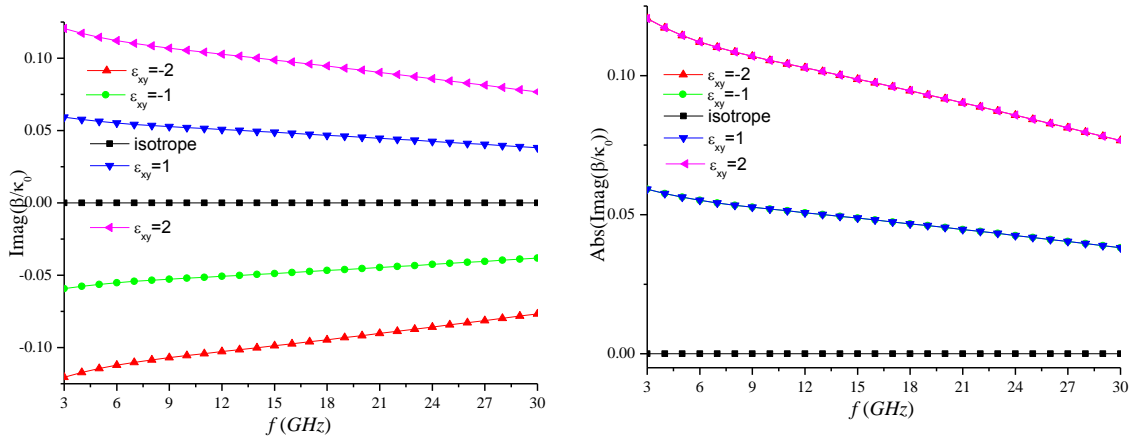


Figure III.5.c. Effet de  $\epsilon_{xy}$  réel sur la constante d'atténuation normalisée (pertes).

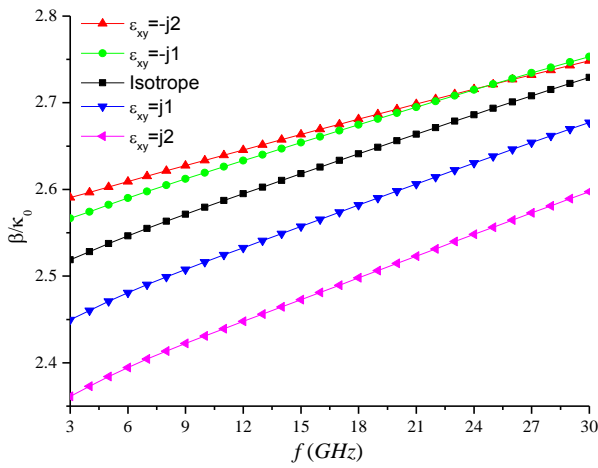


Figure III.6.a. Effet de  $\epsilon_{xy}$  imaginaire sur la constante de phase normalisée.

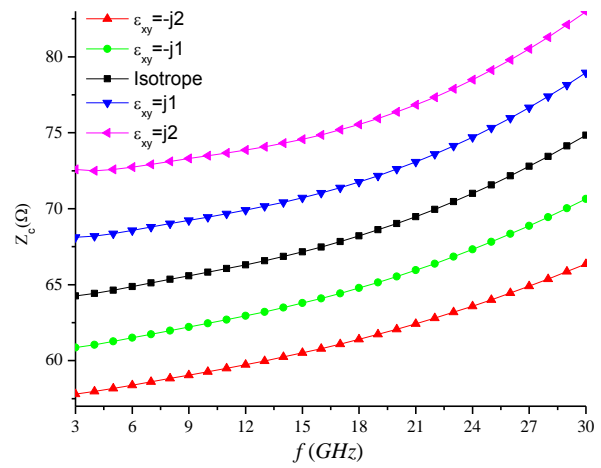


Figure III.6.b. Effet de  $\epsilon_{xy}$  imaginaire sur l'impédance caractéristique.

Pour des valeurs imaginaires,  $\epsilon_{xy}$  présente un effet non-réciproque d'importance remarquable sur  $\beta$  et  $Z_c$ . Les valeurs positives ont plus d'effet sur  $\beta$  et pratiquement le même effet sur  $Z_c$  que celles négatives, tout en augmentant  $\beta$  et en diminuant  $Z_c$ .

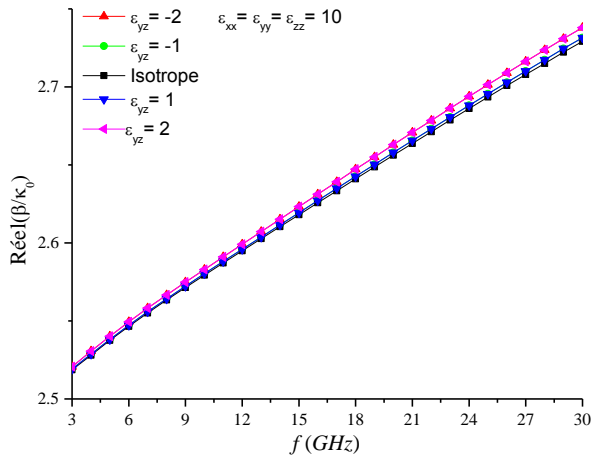


Figure III.7.a. Effet de  $\epsilon_{yz}$  réel sur la constante de phase normalisée.

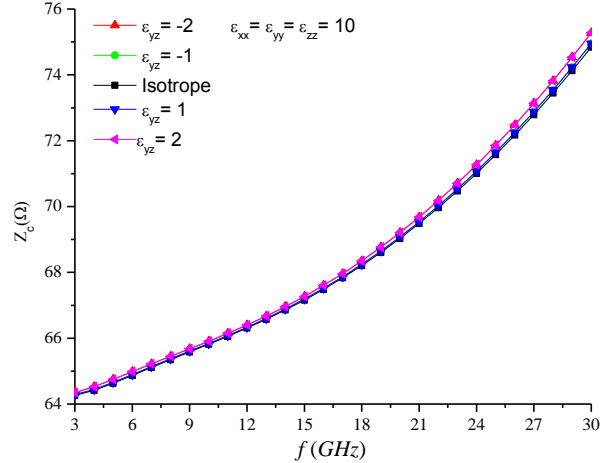


Figure III.7.b. Effet de  $\epsilon_{yz}$  réel sur l'impédance caractéristique.

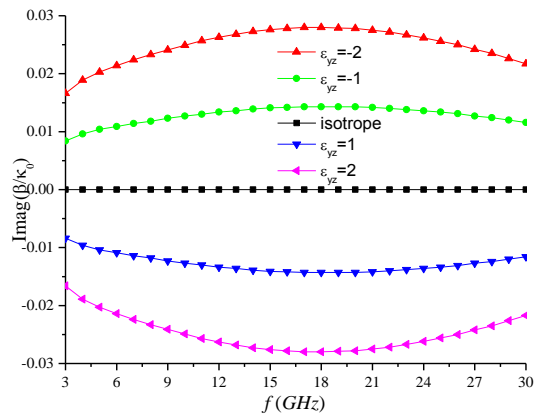
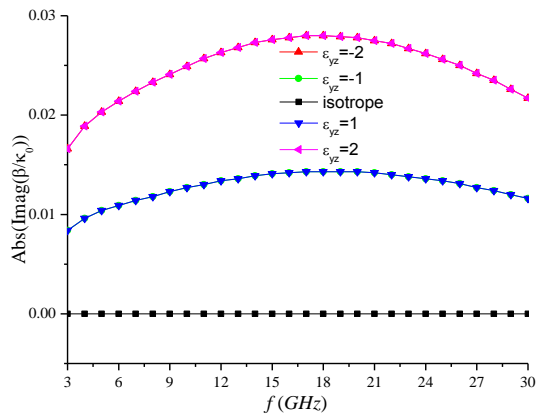


Figure III.7.c. Effet de  $\epsilon_{yz}$  réel sur la constante d'atténuation normalisée (pertes).



L'anisotropie gyrotropique associée à l'élément  $\epsilon_{yz}$  se comporte différemment à l'élément  $\epsilon_{xy}$  vis à vis de  $\beta$  et  $Z_c$ , sauf l'apparition des pertes pour des valeurs réelles, qui sont importantes dans la bande de fréquence centrale.

Pour  $\epsilon_{yz}$  réelle l'effet est négligeable que ce soit sur  $\beta$  ou  $Z_c$  (Fig.III.7). Alors que pour des valeurs imaginaires (Fig.III.8) cet élément  $\epsilon_{yz}$  a un effet moins important que  $\epsilon_{xy}$  sur  $\beta$ , et un effet sur  $Z_c$  qui croit de plus en plus avec la fréquence contrairement à l'élément  $\epsilon_{xy}$  (Fig.III.6). L'élément  $\epsilon_{yz}$ , comme l'élément  $\epsilon_{xy}$ , présente un effet réciproque pour des valeurs réelles et non réciproque pour des valeurs imaginaires.

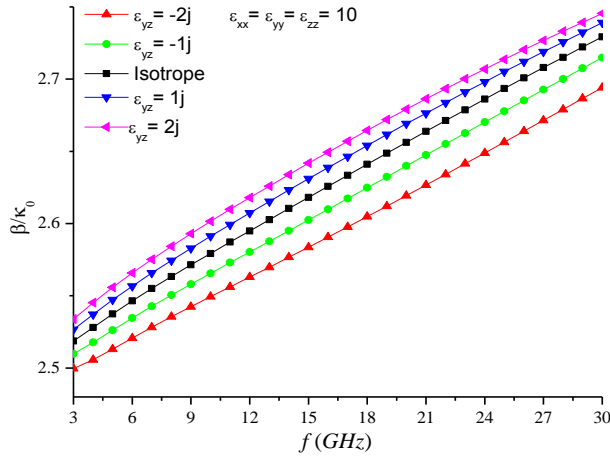


Figure III.8.a. Effet de  $\epsilon_{yz}$  imaginaire sur la constante de phase normalisée.

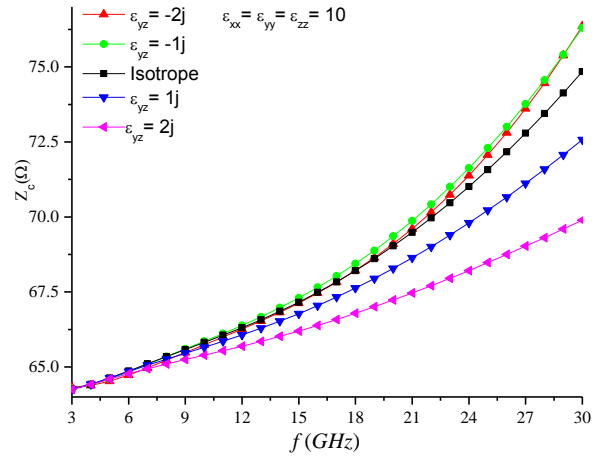


Figure III.8.b. Effet de  $\epsilon_{yz}$  imaginaire sur l'impédance caractéristique.

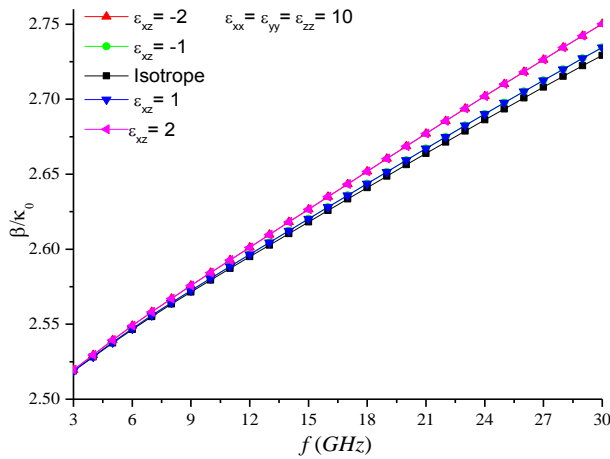


Figure III.9.a. Effet de  $\epsilon_{xz}$  réel sur la constante de phase normalisée.

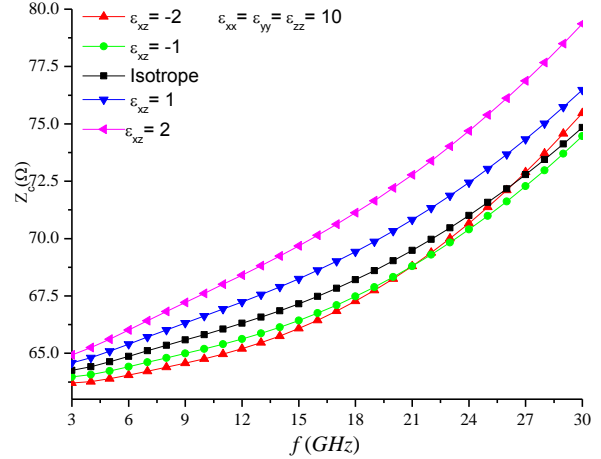


Figure III.9.b. Effet de  $\epsilon_{xz}$  réel sur l'impédance caractéristique.

Sur la figures III.10.a, l'effet des valeurs imaginaires de l'élément  $\epsilon_{xz}$  sur  $\beta$  est presque le même que celui des valeurs réelles avec inversement de signe (Fig. III.9.a), et avec une réciprocité sur  $\beta$  et  $Z_c$ . Cette réciprocité est vérifiée seulement sur  $\beta$  pour des valeurs réelles. Quant à l'effet de cet élément sur  $Z_c$ , il est complètement différent par rapport aux autres éléments : pour  $\epsilon_{xz}$  réelle (Fig. III.9), les variations de  $\beta$  et  $Z_c$  sont directement proportionnelles, ce qui est l'inverse pour des valeurs imaginaires.

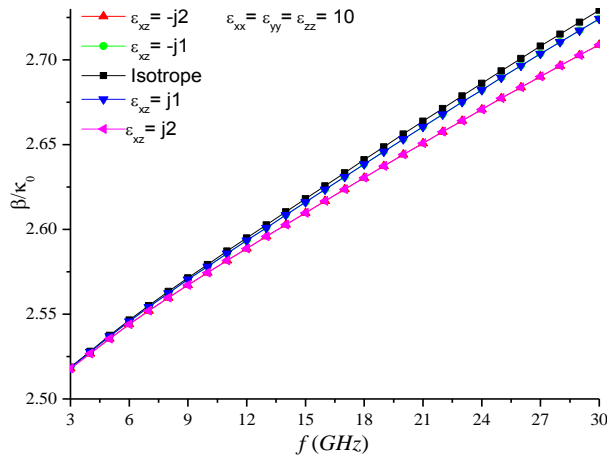


Figure III.10.a. Effet de  $\epsilon_{xz}$  imaginaire sur la constante de phase normalisée.

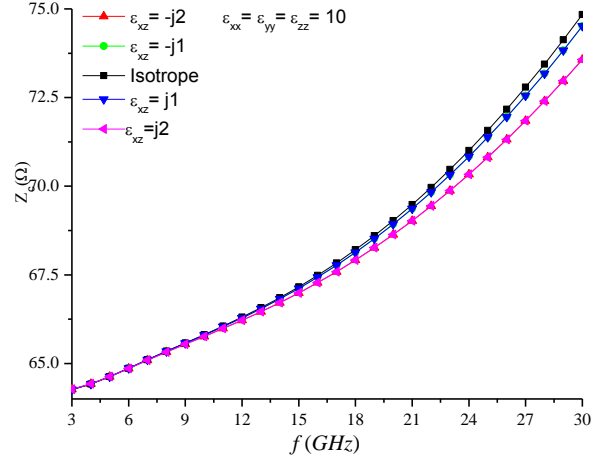


Figure III.10.b. Effet de  $\epsilon_{xz}$  imaginaire sur l'impédance caractéristique.

D'autre part, la variation de  $Z_c$  est plus significative pour  $\epsilon_{xz}$  réel et est directement proportionnelle (Fig. III.9.b).

Sur la figure III.11, nous donnons une sélection de cas les plus significatifs de l'effet combiné des éléments d'une anisotropie gyrotropique sur l'impédance caractéristique. Il est à noter que parmi ces combinaisons entre les éléments de l'anisotropie gyrotropique, nous constatons que les combinaisons à valeurs imaginaires sont les plus influentes sur l'impédance caractéristique. En plus elles présentent de légères variations de l'impédance caractéristique en fonction de la fréquence.

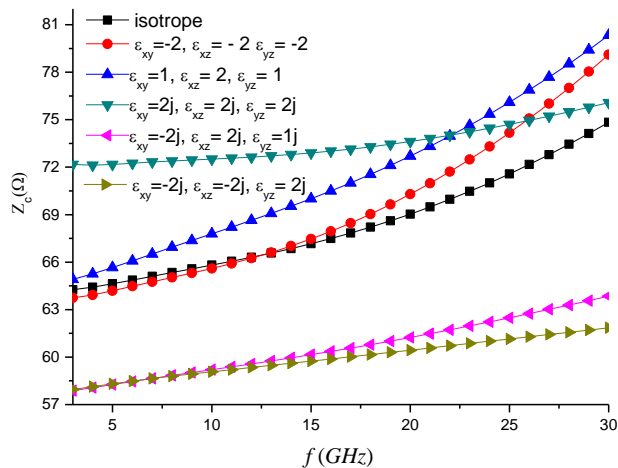


Figure III.11. Effet de l'anisotropie gyrotropique sur l'impédance caractéristique.

Cette variation est, par exemple, de  $3.95\Omega$  pour une bande de fréquence de 3 à 30GHz pour la combinaison imaginaire  $\epsilon_{xy}=2j$ ,  $\epsilon_{xz}=2j$ ,  $\epsilon_{yz}=2j$ , et de  $3.89\Omega$  pour la combinaison imaginaire  $\epsilon_{xy}=-2j$ ,

$\varepsilon_{xz}=-2j$ ,  $\varepsilon_{yz}=2j$ . L'une fait augmenter l'impédance caractéristique et l'autre induit la diminuer par rapport au cas isotrope.

### III.5.3. Effet des éléments de la chiralité (bianisotropie) sur l'impédance caractéristique

Dans cette section, nous considérons le cas de la bianisotropie en faisant intervenir les effets des tenseurs magnétoélectriques  $\xi$  et  $\eta$ , les tenseurs de permittivité et de perméabilité sont réduites à des matrices diagonales ( $\varepsilon_{xx}=\varepsilon_{yy}=\varepsilon_{zz}=\varepsilon_r1$ ,  $\varepsilon_{xy}=\varepsilon_{xz}=\varepsilon_{yz}=0$ , et  $\tau=1/\varepsilon_r1$ ).

Les résultats obtenus (Fig.III.12-14) montrent que l'effet des paramètres de chiralité [ $\xi$ ] sur l'impédance caractéristique  $Z_c$  est le même dans sa forme générale, c.-à-d. qu'il y a une très importante variation de  $Z_c$  dans la partie supérieure de la bande de fréquence, ce qui est l'inverse pour la bande inférieure. D'autre part, nous remarquons que chaque composante a un effet différent, voire particulier sur l'impédance caractéristique.

#### • Effet de l'élément $\xi_{xy}$

La composante  $\xi_{xy}$  présente un effet le moins dispersif parmi toutes les composantes, sur toute la bande de fréquence.  $\beta$  augmente avec les valeurs négatives et diminue avec les valeurs positives de  $\xi_{xy}$  (Fig. III.12.a). Pour toutes ses valeurs, cette composante augmente légèrement l'impédance caractéristique dans la partie des fréquences moins élevées (Fig. III.12.b). Pour cette composante, nous remarquons que le signe n'a pas d'influence dans cette partie inférieure. En montant en fréquence, son effet se distingue remarquablement en grandeur comme en signe. Plusieurs points sont à noter :  $\xi_{xy}$  négative fait augmenter d'une manière exponentielle  $Z_c$ . Contrairement, pour des valeurs positives,  $\xi_{xy}$  fait augmenter  $Z_c$  d'une manière moins importante mais qui reste différente de celle du cas isotrope. En augmentant  $\xi_{xy}$ , cette pente devient presque nulle. Nous constatons alors que :

- Les valeurs positives de  $\xi_{xy}$  diminuent  $Z_c$  avec la fréquence.
- Pour  $\xi_{xy}=+2$ ,  $Z_c$  a une allure quasi-constante autour de  $70\Omega$  sur toute la plage fréquentielle de 3 à 30GHz.

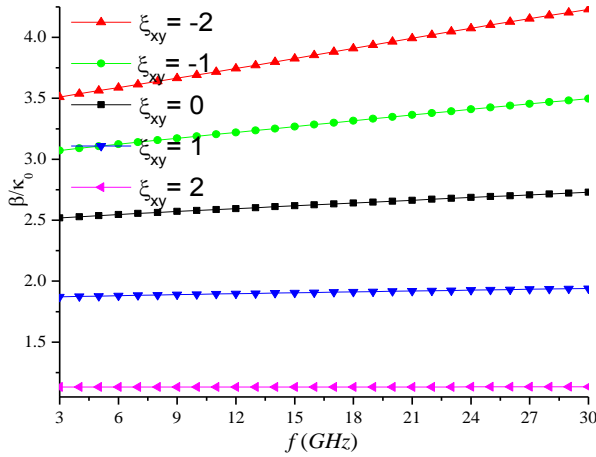


Figure III.12.a. Effet de la composante  $\xi_{xy}$  sur la constante de phase normalisée.

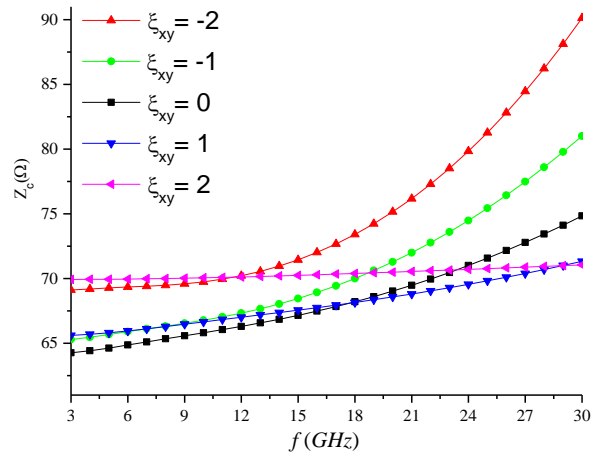


Figure III.12.b. Effet de la composante  $\xi_{xy}$  sur l'impédance caractéristique.

• **Effet de l'élément  $\xi_{xz}$**

Notons que l'effet de cette composante est spécifique comparé aux effets des autres composantes du faite que le signe n'intervient pas; une superposition parfaite des allures de  $\beta$  et de  $Z_c$  pour  $\xi_{xz} = \pm 2$  et  $\pm 1$ . La variation de  $\beta$  reste moins importante sur toute la bande de fréquence considérée;  $\beta$  augmente avec la valeur absolue de  $\xi_{xz}$  aux basses fréquences et diminue aux hautes fréquences (Fig. III.13.a.). D'une manière générale  $Z_c$  augmente avec  $\xi_{xz}$  en valeur absolue et encore plus avec la fréquence (Fig. III.13.b.). Dans ce cas, l'élément  $\xi_{xz}$  présente une propagation avec pertes sur la ligne de transmission (Fig. III.13.c).

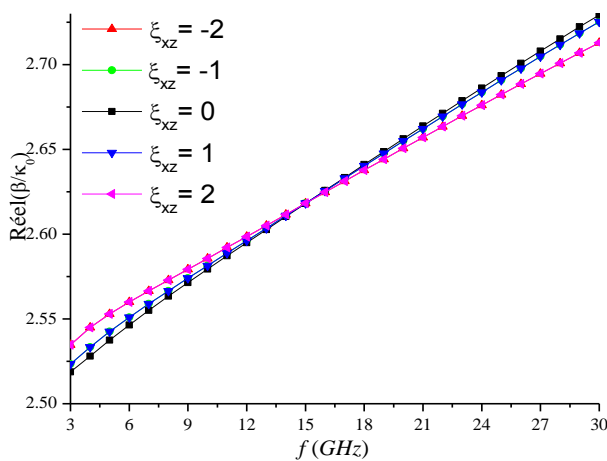


Figure III.13.a. Effet de la composante  $\xi_{xz}$  sur la constante de phase normalisée.

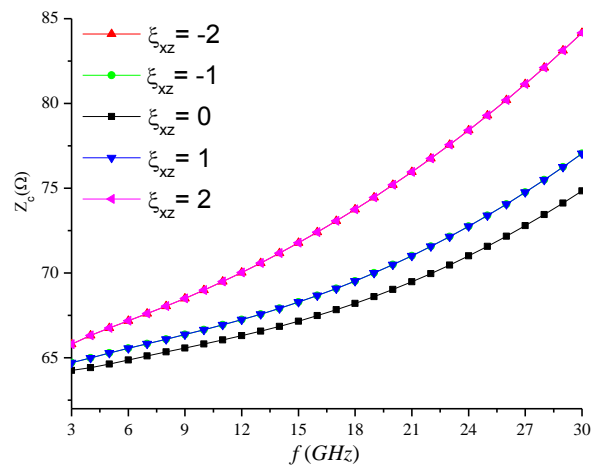


Figure III.13.b. Effet de la composante  $\xi_{xz}$  sur l'impédance caractéristique.

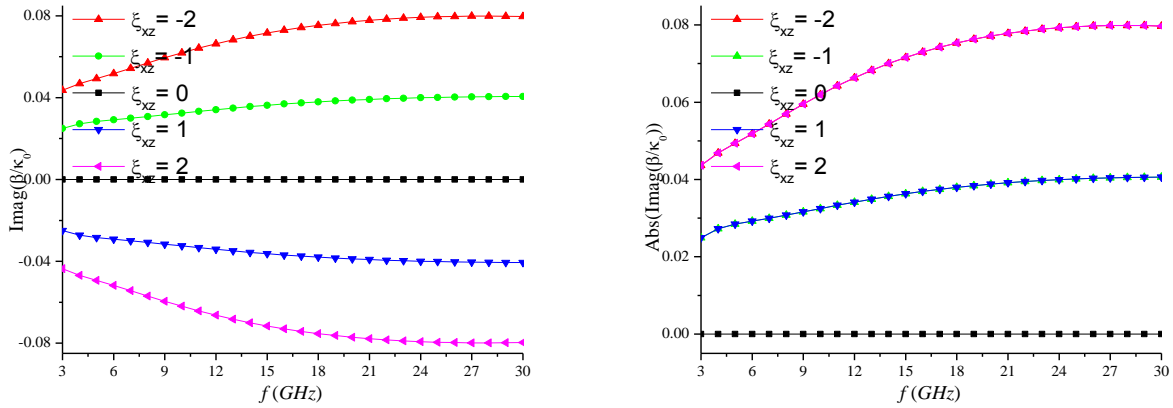


Figure III.13.c. Effet de  $\xi_{xz}$  réel sur la constante d'atténuation normalisée (pertes).

• **Effet de l'élément  $\xi_{yz}$**

Dans la partie inférieure de la plage de fréquence (Fig. III.14), il est clair que l'influence de  $\xi_{yz}$  est moins importante sur  $\beta$  et  $Z_c$ , et les valeurs négatives sont les plus influentes par rapport aux valeurs positives et ce pour toute la plage de fréquence, avec une augmentation proportionnelle de  $Z_c$  pour  $\xi_{yz}=-1$  et  $-2$  pour une fréquence donnée. Cependant, pour des valeurs positives de cette composante, nous remarquons que  $Z_c$  diminue avec une petite pente qui reste toujours positive pour  $\xi_{yz}=+1$  par rapport au cas isotrope. Le même effet est remarqué pour  $\xi_{yz}=+2$  et ceci pour la plage de fréquence inférieure. Tandis que pour la plage supérieure, cette pente devient négative ce qui mène à une diminution rapide de l'impédance caractéristique ainsi que pour la constante de phase.

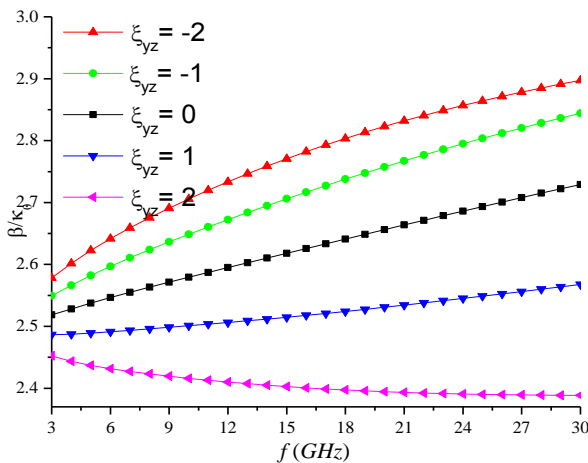


Figure III.14.a. Effet de la composante  $\xi_{yz}$  sur la constante de phase normalisée.

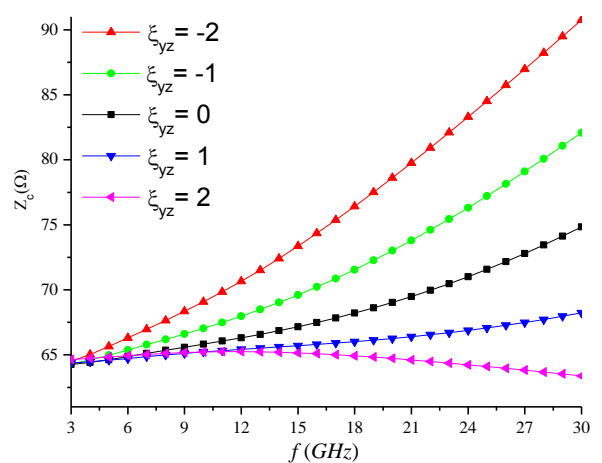


Figure III.14.b. Effet de la composante  $\xi_{yz}$  sur l'impédance caractéristique.



### III.5.4. Effet combiné des différents éléments magnétoélectriques

Dans ce qui suit, nous examinons l'effet combiné des différentes composantes de l'anisotropie gyrotropique et de la chiralité. Nous n'allons présenter que les cas de résultats les plus significatifs. Etant donné que les paramètres de la ligne microruban se comportent différemment vis-à-vis des paramètres gyrotropiques, et dans le but d'améliorer la valeur de l'impédance caractéristique et de la maintenir plus ou moins constante sur toute la gamme de fréquence de travail, parmi d'autres, nous avons opté pour les cas suivants :

- $\xi_{xy}=2$ , valeur optimale de ce paramètre : la valeur qui assure la moindre variation de  $Z_c$ .
- Uniquement la considération des valeurs positives de  $\xi_{yz}=0, 1$  et  $1.75$  qui maintiennent l'impédance caractéristique dans une marge de valeurs exploitables.
- Considération des valeurs :  $\xi_{xz}=1$  et  $2$ , vu que l'effet du paramètre à ces valeurs est prévisible.

D'après la figure III.15 qui présente l'effet de  $\xi_{yz}$  combiné avec  $\xi_{xy}$  et  $\xi_{xz}$ , nous constatons que le paramètre  $\xi_{xz}=1$  (avec  $\xi_{xy}=2$  et  $\xi_{yz}=1$ ) a bien amélioré l'impédance caractéristique en gardant sa valeur quasi-constante, une légère augmentation vers les  $75\Omega$  : valeur considérable pour une meilleure adaptation aux dispositifs à  $75\Omega$ . Après plusieurs essais d'ajustement on a opté pour les valeurs suivantes des éléments de chiralité  $\xi_{xz}=1.5$ ,  $\xi_{xy}=0.9$ ,  $\xi_{yz}=0.5$  avec  $\epsilon_{xx}=\epsilon_{yy}=\epsilon_{zz}=\epsilon_{r1}=10$ ,  $\epsilon_{xy}=\epsilon_{xz}=\epsilon_{yz}=2j$ , et  $\tau=1/\epsilon_{r1}$ ). La figure III.16, montre une allure de l'impédance caractéristique bien contrôlée aux alentours de  $75\Omega$  et qui ne varie que d'un  $(01)\Omega$  le long de la plage fréquentielle 3-30GHz.

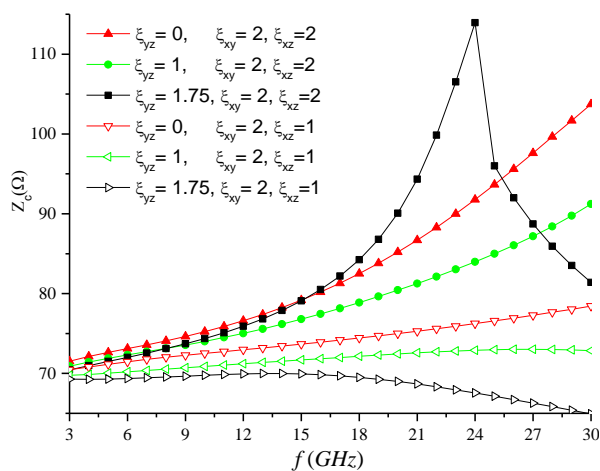


Figure III.15. Effet combiné de la composante  $\xi_{yz}$  avec  $\xi_{xy}=2$  et  $\xi_{xz}=2$  sur l'impédance caractéristique.

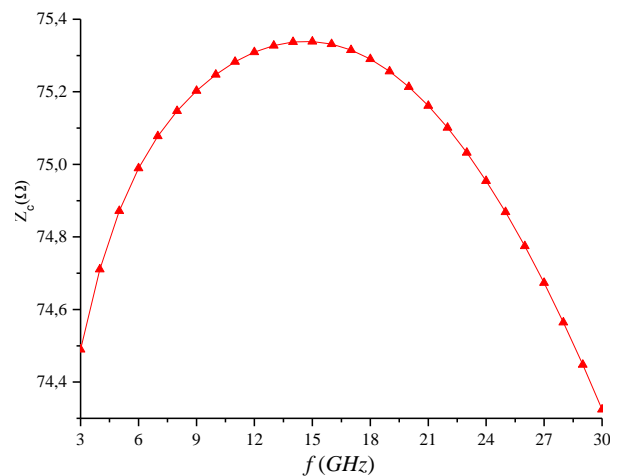


Figure III.16. Effet combiné de l'anisotropie gyrotropique et chiral.

$$\xi_{xz}=1.5, \xi_{xy}=0.9, \xi_{yz}=0.5, \epsilon_{xy}=\epsilon_{xz}=\epsilon_{yz}=2j.$$

### III.6. Conclusion

Dans ce chapitre, une caractérisation complexe et rigoureuse de la ligne de transmission implantée sur un substrat bianisotrope a été présentée, en employant la méthode des moments via la procédure de Galerkin, formulée dans le domaine spectral. L'effet des éléments des paramètres constitutifs sur la constante de phase et l'impédance caractéristique est étudié. Cette complexité est due aux difficultés rencontrées lors de la formulation mathématique laborieuse, due à la manipulation des paramètres constitutifs, considérés sous leurs formulations matricielles (tensoriels). Les expressions analytiques des éléments du tenseur de Green ont été exprimés dans le domaine spectral après un développement mathématique fastidieux.

Des résultats originaux ont été menés, commentés et comparés avec ceux du cas isotrope disponible dans la littérature, un bon accord est atteint avec une erreur relative d'environ 1.5 % entre nos résultats et les résultats expérimentaux sur l'impédance caractéristique de la ligne imprimée sur un substrat isotrope, ce qui valide nos calculs théoriques ainsi que la méthode de résolution numérique adéquatement adoptée et le programme élaboré sous l'environnement Matlab<sup>®</sup> version R2014a.

Le premier résultat à constater est que l'effet de la chiralité gyrotropique est complètement différent par rapport à l'anisotropie gyrotropique de la permittivité. Le deuxième résultat est que le comportement de chaque élément de la chiralité  $\xi_{ij}$  est particulièrement différent des autres éléments, ceci nous incite à étudier, en perspective, les surplus de détails de l'effet combiné des paramètres constitutifs dans d'autres dispositifs non réciproques tels que les isolateurs et les circulateurs.

Notre recherche nous a permis de sélectionner un choix conforme d'une combinaison optimale entre les paramètres constitutifs et d'obtenir une impédance caractéristique constante exploitable (ici  $75\Omega$ ) sur une plage fréquentielle de 3-30GHz.

## Références

- [1]. Vytovtov, K., & Mospan, L. "Penetration effect in gyrotropic slab: theory and applications." *J. Opt. Soc. Am. A* / Vol. 29, No. 6 , 2012.
- [2]. Sihvola, A. H. "Electromagnetic modelling of bi-isotropic media." *Progress In Electromagnetics Research* 9, pp. 45-86, 1994.
- [3]. Kalluri, Dikshitulu K. *Electromagnetics of time varying complex media: frequency and polarization transformer*. CRC Press, 2016.
- [4]. Bayatpur, F.; Amirkhizi, A.V. ; Nemat-Nasser, S. "Experimental Characterization of Chiral Uniaxial Bianisotropic Composites at Microwave Frequencies" *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol.60 ,No. 4 , 1126-1135, 2012.
- [5]. Shahvarpour A., *Anisotropic Artificial Substrates for Microwave Applications*, PhD thesis, Université de Montréal, 2013.
- [6]. Lakhtakia A., V. K. Varadan, V. V. Varadan, *Time harmonic Electromagnetic Fields in Chiral Media*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1989.
- [7]. Hasar U. C., J. J. Barroso, C. Sabah, Y. Kaya, and M. Ertugrul, "Stepwise technique for accurate and unique retrieval of electromagnetic properties of bianisotropic metamaterials," *J. Opt. Soc. Amer. B, Opt. Phys.* , vol. 30, pp. 1058–1068, Apr. 2013.
- [8]. Cohen D. and R. Shavit, "Bi-anisotropic metamaterials effective constitutive parameters extraction using oblique incidence S-parameters method," *IEEE Trans. Antennas Propag.* , vol. 63, no. 5, pp. 2071–2078, Dec. 2014.
- [9]. Hasar U. C., J. J. Barroso, M. But e, A. Muratoglu, and M. Ertugrul, "Boundary effects on the determination of electromagnetic properties of bianisotropic metamaterials from scattering parameters," *IEEE Trans. Antennas Propag.* , vol. 64, no. 8, pp. 3459–3469, Aug. 2016.
- [10]. Hasar, U. C., A. Muratoglu; M. Bute; J. J. Barroso; M. Ertugrul, "Effective Constitutive Parameters Retrieval Method for Bianisotropic Metamaterials Using Waveguide Measurements," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* , vol. PP, no.99, pp.1-10, 2017.
- [11]. Zebiri C., *Effet de l'anisotropie tensorielle sur les paramètres des structures planaires Contribution à une réalisation d'un résonateur micro-ondes*, Thèse de Doctorat, Université de Constantine, 2011.
- [12]. Kong J. A., *Electromagnetic Wave Theory*, N York, Wiley-Interscience, 2nd Edition, 1990.

- [13]. O'Dell T. H., *The Electrodynamics of Magnetolectric Media*. N Y, North-Holland, 1970.
- [14]. Graglia R. D., P. L. E. Uslenghi, and R. E. Zich, "Dispersion relation for bianisotropic materials and its symmetry properties", *IEEE Trans. Ant. Prop.*, Vol. 39, No.1, pp.83-90, 1991.
- [15]. Graglia R. D., P. L. E. Uslenghi, and R. E. Zich, "Reflection and transmission for planar structures of bianisotropic media", *Electromagn.*, Vol. 11, pp. 193-208, 1991.
- [16]. Uslenghi P. L. E., "Theory of certain bianisotropic waveguides", *Proc. URSI Int. Symp. Electromagn. Theory*, Sydney, Australia, Aug. 1992.
- [17]. Yang H., Z. Y. Chen, and K. Y. Lv, "Analysis of Dispersion Characteristic of Microstrip Lines on Ferrite and Silicon Structures with Spectral-Domain Method." *Applied Mechanics and Materials* (Vol. 130, pp. 1244-1249). Trans Tech Publications, 2012.
- [18]. Ali J. D., *Theory of parallel-plate waveguides partially filled with magnetolectric materials*, Doctoral dissertation, Univ. Illinois, Chicago, 1994.
- [19]. Wadell, B. C., *Transmission line design handbook*. Artech House, 1991.
- [20]. Krukonis, A., and V. Urbanavicius. "Investigation of microstrip lines dispersion by the FDTD method." *Elektronika ir Elektrotechnika* 115.9 ,51-54, 2011.
- [21]. Azman V., *Conformal Antenna Arrays for 3G Cellular Base Stations*, M.S. thesis, The School of Information Technology and Electrical Engineering, University of Queensland, Australia, 2002.
- [22]. Keith R. Carver & James W. Mink, "Microstrip antenna technology", *IEEE, Trans on antennas and propag*, Vol. AP-29, No 1, Jan 1981
- [23]. Thourel L., *Dispositif à ferrites pour microondes*, 1976, Masson.
- [24]. Pardavi-Orvath M., "Microwave applications of soft ferrites", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 215-216, No. 1, pp. 171-183, 2000.
- [25]. Whicker L. R., & D. M Bolle, "Annotated Literature Survey of Microwave Ferrite Control Components and Materials for 1968-1974", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech*, Vol. 23, No. 11, pp. 908-918, Nov. 1975.
- [26]. Schlomann E., "On the Theory of the Ferrite Resonance Isolator", *IRE Trans. Microwave Theory Tech*, pp. 199-206, March 1960.
- [27]. Schloemann E., "Advance in ferrite microwave materials and devices", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 209, pp. 15-20, 2000.

- [28]. Mallécol S., "Theoretical and Experimental Determination of the Permeability Tensor Components of Magnetized Ferrites at Microwave Frequencies." *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 24, No. 4, July 2003.
- [29]. Oussaid R., *Modélisation des matériaux- Influence de la micro-structure sur le comportement fréquentiel*, Thèse de Doctorat, USTHB, 2004.
- [30]. Cui, T. J., Smith, D. R., & Liu, R. P. *Metamaterials*, Vol. 3. New York (NY): Springer, 2014.
- [31]. Huangfu, J., Ran, L.X., Chen, H.S., Zhang, X.M., Chen, K.S., Grzegorzcyk, T.M., Kong, J.A.: "Experimental confirmation of negative refractive index of a metamaterial composed of Omega-like metallic patterns." *App. Phys. Lett.* 84, 1537–1539, 2004.
- [32]. Pendry, J.B. "Negative refraction makes a perfect lens." *Phys. Rev. Lett.* 85, 3966, 2000.
- [33]. Smith, D.R., Padilla, W.J., Vier, D.C., Nemat-Nasser, S.C., Schultz, S. "Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity." *Phys. Rev. Lett.* 84, 4184 , 2000.
- [34]. Erfani E., M. Niroo-Jazi and S. Tatu, "A High-Gain Broadband Gradient Refractive Index Metasurface Lens Antenna," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 64, no. 5, pp. 1968-1973, May 2016.
- [35]. Hafezifard R., M. Naser-Moghadasi, J. R. Mohassel and R. A. Sadeghzadeh, "Mutual Coupling Reduction for Two Closely Spaced Meander Line Antennas Using Metamaterial Substrate," *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 15, no. , pp. 40-43, 2016.
- [36]. Liu W., Z. N. Chen and X. Qing, "60-GHz Thin Broadband High-Gain LTCC Metamaterial-Mushroom Antenna Array," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 62, no. 9, pp. 4592-4601, Sept. 2014.
- [37]. Garg R., I. Bahl, M. Bozzi. *Microstrip lines and slotlines*. Artech house, 2013.
- [38]. Tzuang C.-K.C., C. Yu-Chiao, "Dispersion characteristics of microstrip with periodic perturbations," *Microwave Symposium Digest. 2000 IEEE MTT-S International* , vol.3, 2000
- [39]. Wang W., K. Li, D. Chen, "Analysis of the dispersion characteristics of microstrip lines on anisotropic substrate with spectral-domain method," *Microwave, Ant., Propag. & EMC Technologies for Wireless Comm., 3rd IEEE International Symposium on* , 27-29 Oct. 2009.
- [40]. Mirshekar D. S., *Spectral domain method for microwaves integrated circuits*, 1990, John Wiley & Sons Inc.

- [41]. Yang H.-Y. and P. L. E. Uslenghi, "Planar bianisotropic waveguides", *Radio Sci.*, Vol. 29, No. 5, pp. 919-927, 1993.
- [42]. Xiong Y., J. A. Russer, W. Che, G. Shen, Y. Han and P. Russer, "Dispersion analysis of a fishnet metamaterial based on the rotated transmission-line matrix method," *IET Microwaves, Antennas and Propagation*, vol. 9, no. 12, pp. 1345-1353, 2015.
- [43]. Kluskens M. S. and E. H. Newman, "A microstrip line on a chiral substrate," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 39, no. 11, pp. 1889-1891, 1991.
- [44]. Perić, M. T., Ilić, S. S., Aleksić, S. R., Raičević, N. B., Bichurin, M. I., Tatarenko, A. S., and Petrov, R. V. "Covered microstrip line with ground planes of finite width." *Facta universitatis-series: Electronics and Energetics*, 27(4), 589-600, 2014.
- [45]. Fukuda, T., Sugie, T., Wakino, K., Lin, Y. D., and Kitazawa, T. "Variational method of coupled strip lines with an inclined dielectric substrate." *Microwave Conference, APMC 2009. Asia Pacific*. IEEE, 2009.
- [46]. Bhat B., S. K. Koul. *Stripline-like transmission lines for microwave integrated circuits*. New Age International, 1989.
- [47]. Božanić M., & S. Sinha. *Power Amplifiers for the S-, C-, X-and Ku-bands*. Springer, 2016.
- [48]. Kitazawa T., "Nonreciprocity of phase constants, characteristic impedances, and conductor losses in planar transmission lines with layered anisotropic media," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 43, no. 2, pp. 445-451, Feb 1995.
- [49]. Ilić S. S. and N. B. Raičević, "TEM analysis of coupled strip lines with anisotropic substrate," *Telecommunication in Modern Satellite, Cable, and Broadcasting Services*, 2009. TELSIX '09. 9th International Conference on, Nis, 2009, pp. 347-350.
- [50]. Petrovic V. V. and Ž J. Mančić, "Strong FEM formulation for quasi-static analysis of shielded planar transmission lines in anisotropic media," *Circuits and Systems for Communications (ECCSC)*, 2010 5th European Conference on, Belgrade, pp. 253-255, 2010.
- [51]. Milosevic V., B. Jokanovic and R. Bojanic, "Effective Electromagnetic Parameters of Metamaterial Transmission Line Loaded With Asymmetric Unit Cells," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 61, no. 8, pp. 2761-2772, Aug. 2013.
- [52]. Uslenghi P. L. E., "TE-TM Decoupling for Guided Propagation in Bianisotropic Media" *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. 45, No.2, 284-286, 1997.

- [53]. Zebiri C., F. Benabdelaziz, F. Djahli. "Caractéristiques dispersives d'une microbande avec ferrite magnétisée suivant les axes transverses". *SETIT 2005 3rd International Conference: Sciences of Electronic, Technologies of Information and Telecomm*, March 27-31, 2005. Tunisia.
- [54]. Zebiri C., F. Benabdelaziz, "Evaluation du tenseur de Green pour une microbande avec substrat d'une anisotropie tensorielle", *SETIT 2007, 4th International Conference: Sciences of Electronic, Technologies of Information and Telecommunications*, March 25-29, 2007, Tunisia.
- [55]. Plaza G., F. Mesa and M. Horno, "Study of the Dispersion Characteristics of Planar Chiral Lines", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 46, No. 8, pp 1150-1157, Aug. 1998.
- [56]. Itoh T., R. Mittra, "Spectral-Domain Approach for Calculating the Dispersion Characteristics of Microstrip Lines", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 21, N° 7, pp. 496-499, 1973.
- [57]. Zebiri C., M. Lashab and F. Benabdelaziz "Microstrip Line Printed on a Bianisotropic Medium", *International Conference on advanced Communication Systems and Signal Processing*, Nov. 08-09, pp 111-120, 2015, Tlemcen, Algeria.
- [58]. Addaci R., *Evaluation de la fréquence de résonance complexe et de la bande passante d'une antenne microbande rectangulaire par la méthode neurospectrale*, Thèse de Magister département d'électronique, Université de Constantine, 2006.
- [59]. Khedrouche D., *Modélisation des antennes microbandes par une analyse tridimensionnelle rigoureuse en utilisant une méthode intégrale*, Thèse de Doctorat, université Mentouri Constantine, 2009.
- [60]. Sayad D., C. Zebiri, F. Benabdelaziz, "Calculation of the Characteristic Impedance of a Shielded Microstrip Line Using the Moment Method", *International Conference on Technological Advances in Electrical Engineering ICTAEE'14* Oct. 27-29, 2014, Skikda, Algérie.
- [61]. Harrington R.F., *Field Computation by Moment Methods*, IEEE Press, 1993.
- [62]. Itoh, T. , *Numerical techniques for microwave and millimeter-wave passive structures*. Wiley-Interscience, 1989.
- [63]. Krage, M. K., & Haddad, G. I. "Frequency-Dependent Characteristics of Microstrip Transmission Lines". *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech.*, 20(10), 678-688. 1972.

## **Chapitre IV**

**Effet de la chiralité à anisotropie gyrotropique sur l'impédance d'entrée d'une antenne dipôle imprimée.**



# Chapitre IV

## Effet de la chiralité à anisotropie gyrotropique sur l'impédance d'entrée d'une antenne dipôle imprimée.

### IV.1. Introduction

Dans ce chapitre nous présentons une analyse d'une antenne dipôle imprimée sur un substrat d'anisotropie chirale gyrotropique. En particulier nous examinons l'effet du paramètre de chiralité du substrat diélectrique sur l'impédance d'entrée de l'antenne considérée.

Le développement analytique est basé sur la détermination des expressions des champs dans la couche bianisotrope de la structure d'antenne dans le domaine spectral en cherchant des solutions aux équations de Maxwell tout en considérant les propriétés complexes du milieu (relations constitutives). Ce qui caractérise la propagation électromagnétique dans les milieux chiraux à travers les équations d'ondes complexes des modes TE et TM. La solution analytique du système d'équations linéaire avec l'application des conditions aux limites appropriées sur l'interface conducteur-substrat et la considération des densités de courant sur la bande conductrice constituant les deux brins du dipôle, conduisent à la détermination des expressions exactes des fonctions de Green dans le domaine de Fourier. Vue la complexité de notre système, nous faisons appel à une méthode numérique pour la résolution des équations obtenues. La méthode des moments est utilisée dans ce contexte en vue de développement d'un outil d'analyse pour l'évaluation de l'impédance d'entrée du dipôle. Les résultats numériques obtenus sont examinés, discutés et

comparés en partie avec le cas d'une antenne à diélectrique isotrope disponible dans la littérature publiée. L'étude du cas complexe des propriétés magnétoélectriques a mené à des résultats qui expriment l'originalité de notre travail.

## **IV.2. Antenne dipôle imprimée**

Avec les progrès que connaissent les télécommunications ces dernières années, il est devenu de plus en plus évident d'utiliser des antennes et des réseaux d'antennes dans beaucoup de domaines. En effet, la technologie des antennes imprimées a largement bénéficié de ces progrès. D'autre part, les antennes ont contribué potentiellement à leurs tours aux développements de ces systèmes. Ceci a conduit à déployer davantage d'efforts afin de pouvoir modéliser et bien caractériser ces composants microondes en termes de géométrie : simples, non encombrantes, tailles réduites, non couteuses, faciles à monter et à intégrer avec les circuits intégrés monolithiques microondes (MMICs), qu'en termes de matériaux liés à la fabrication de ces dispositifs : simple, complexe, léger, performant, ...

De nos jours, les antennes dipôle jouent un rôle très important dans les systèmes de communication pour différentes applications. Elles répondent aux exigences sans cesse croissantes des systèmes de communication, en particulier, simplicité de géométrie et performances de fonctionnement exceptionnelles. Elles sont largement employées dans les applications de télécommunication entre autres nous citons les systèmes de téléphonie mobile, les systèmes d'identification radiofréquence (RFID) et les capteurs sans fil [1]-[3].

Différentes formes d'antennes dipôles ont été analysées durant les dernières décennies notamment en technologie de circuits imprimés d'antenne. Tel que le nœud-papillon (Bow-tie) [4],[5], diamond [6]-[8], elliptique et demi-elliptique [9], log-périodique [10],[11], ...

Les milieux complexes ont connu, d'une manière générale, un intérêt accru de la part des chercheurs. Beaucoup de travaux théoriques et pratiques ont été menés sur de tels milieux spéciaux tels que les matériaux anisotropes, bianisotropes, métamatériaux et milieux chiraux. Ces derniers ont attiré beaucoup d'intérêt et de soutien des chercheurs et des industriels en tant qu'instruments puissants avec un futur prometteur dans la technologie microonde. Lorsqu'ils sont fabriqués par l'homme les matériaux chiraux sont constitués par des hélices métalliques ou des ressorts. Une dispersion d'hélices métalliques ou diélectriques dans un milieu hôte constitue un milieu chiral électromagnétique [12]. En raison de leurs vastes champs d'applications dans divers problèmes pratiques, de multiples dispositifs à base de matériaux chiraux, tels que les guides d'ondes, les antennes planaires, les résonateurs, les polariseurs, les fibres optiques, les absorbants

hyperfréquences, ont été développés [13]-[20]. D'autres travaux expérimentaux concernant la détermination des paramètres constitutifs effectifs des matériaux chiraux ont été présentés dans [21]-[23]. D'autre part, la caractérisation d'antennes dipôles imprimées sur des structures simples et multicouches anisotropes a été analysée, par exemple, dans [24]-[26].

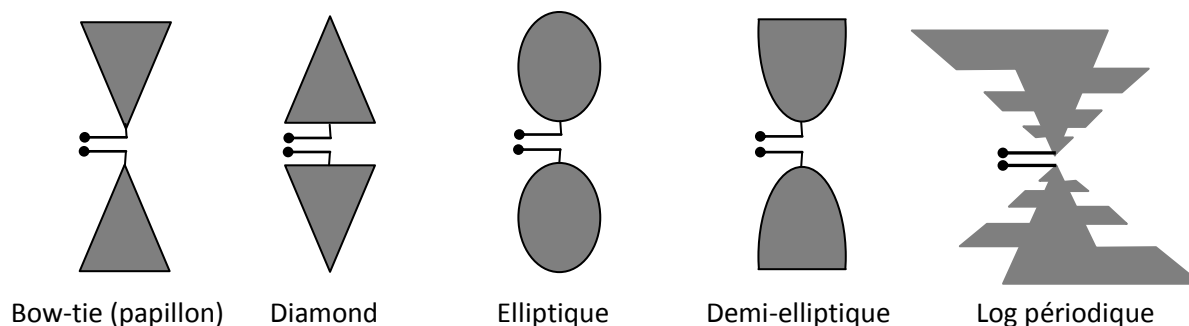


Figure IV.1. Exemples d'antennes planaires dérivées du dipôle.

### IV.3. Formulation analytique

Considérons la structure d'antenne dipôle constituée d'un ruban conducteur imprimé selon la direction  $x$ , de longueur  $L$  et de largeur  $W$  déposé sur un substrat chiral d'épaisseur  $d$  dans le plan  $xoy$  doté d'un plan de masse tel qu'il est présenté par la figure IV.2.

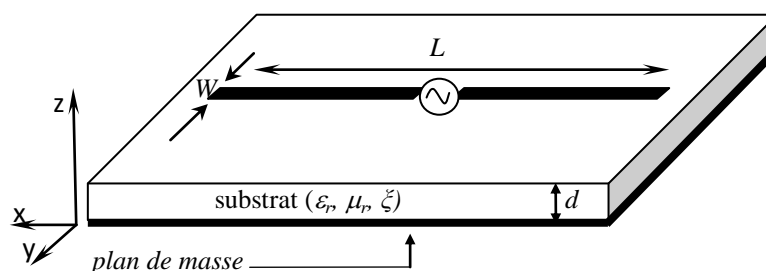


Figure IV.2. Structure d'antenne dipôle imprimée.

Rappelons les relations constitutives pour un milieu bianisotrope où les champs électrique et magnétique sont couplés l'un à l'autre [27],[28].

$$\vec{B} = \bar{\mu}\vec{H} + \frac{\bar{\xi}}{c}\vec{E} \quad (\text{IV.1.a})$$

$$\vec{D} = \bar{\varepsilon}\vec{E} + \frac{\bar{\eta}}{c}\vec{H} \quad (\text{IV.1.b})$$

Où la perméabilité, la permittivité et les tenseurs magnétoélectriques pour un milieu bianisotrope à chiralité gyrotropique sont donnés par [15].

$$\bar{\mu} = \mu_0 \begin{bmatrix} \mu_t & 0 & 0 \\ 0 & \mu_t & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z \end{bmatrix}, \quad \bar{\varepsilon} = \varepsilon_0 \begin{bmatrix} \varepsilon_t & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_t & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \bar{\xi} = \bar{\eta} = j \begin{bmatrix} 0 & \xi & 0 \\ -\xi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.2})$$

### IV.3.1. Résolution des équations de Maxwell

Considérons les équations de Maxwell-Faraday et Maxwell-Ampère avec les relations constitutives dans un milieu chiral pour un champ électromagnétique variant dans le temps en  $e^{j\omega t}$ .

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\bar{\mu} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} - \frac{\bar{\xi}}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (\text{IV.3.a})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \bar{\varepsilon} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\bar{\eta}}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (\text{IV.3.b})$$

Ces deux équations peuvent être mises sous la forme matricielle compacte suivante

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \end{bmatrix} = -\mu_0 \begin{bmatrix} \mu_t & 0 & 0 \\ 0 & \mu_t & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial H_x}{\partial t} \\ \frac{\partial H_y}{\partial t} \\ \frac{\partial H_z}{\partial t} \end{bmatrix} - \frac{1}{c} \begin{bmatrix} 0 & j\xi & 0 \\ -j\xi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial E_x}{\partial t} \\ \frac{\partial E_y}{\partial t} \\ \frac{\partial E_z}{\partial t} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.4.a})$$

et

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \end{bmatrix} = \varepsilon_0 \begin{bmatrix} \varepsilon_t & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_t & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial E_x}{\partial t} \\ \frac{\partial E_y}{\partial t} \\ \frac{\partial E_z}{\partial t} \end{bmatrix} + \frac{1}{c} \begin{bmatrix} 0 & j\xi & 0 \\ -j\xi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial H_x}{\partial t} \\ \frac{\partial H_y}{\partial t} \\ \frac{\partial H_z}{\partial t} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.4.b})$$

### IV.3.2. Expressions des champs dans le domaine spectral

D'après les propriétés de la transformée de Fourier pour une fonction  $\Phi$  dans le domaine spatial, dont la transformée de Fourier est notée par  $\tilde{\Phi}$ , nous avons les transformations suivantes

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} \equiv j\kappa_x \tilde{\Phi} \quad (\text{IV.5.a})$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} \equiv j\kappa_y \tilde{\Phi} \quad (\text{IV.5.b})$$

Le système des six équations (IV.4) précédent peut être écrit, après un simple arrangement, sous la forme d'un système linéaire d'équations différentielles aux dérivées partielles suivant

$$\frac{\partial \tilde{E}_x}{\partial z} = -j\omega\mu_0\mu_t \tilde{H}_y - \kappa_0\xi \tilde{E}_x + j\kappa_x \tilde{E}_z \quad (\text{IV.6.a})$$

$$\frac{\partial \tilde{E}_y}{\partial z} = j\omega\mu_0\mu_t \tilde{H}_x - \kappa_0\xi \tilde{E}_y + j\kappa_y \tilde{E}_z \quad (\text{IV.6.b})$$

$$\frac{\partial \tilde{H}_x}{\partial z} = j\omega\varepsilon_0\varepsilon_t \tilde{E}_y + \kappa_0\xi \tilde{H}_x + j\kappa_x \tilde{H}_z \quad (\text{IV.6.c})$$

$$\frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial z} = -j\omega\varepsilon_0\varepsilon_t \tilde{E}_x + \kappa_0\xi \tilde{H}_y + j\kappa_y \tilde{H}_z \quad (\text{IV.6.d})$$

$$\kappa_y \tilde{E}_x - \kappa_x \tilde{E}_y = \omega\mu_0\mu_z \tilde{H}_z \quad (\text{IV.6.e})$$

$$\kappa_y \tilde{H}_x - \kappa_x \tilde{H}_y = -\omega\varepsilon_0\varepsilon_z \tilde{E}_z \quad (\text{IV.6.f})$$

### IV.3.3. Expressions des composantes transversales en fonction des composantes longitudinales

Pour résoudre ce système d'équation, nous allons dans ce qui suit exprimer les composantes transversales  $\tilde{E}_x$ ,  $\tilde{E}_y$ ,  $\tilde{H}_x$  et  $\tilde{H}_y$  en fonction des composantes longitudinales  $\tilde{E}_z$  et  $\tilde{H}_z$ .

En dérivant (IV.6.e), et substituant les équations (IV.6.a) et (IV.6.b), nous obtenons :

$$\kappa_x \tilde{H}_x + \kappa_y \tilde{H}_y = j \frac{\mu_z}{\mu_t} \left( \kappa_0 \xi + \frac{\partial}{\partial z} \right) \tilde{H}_z \quad (\text{IV.7.a})$$

et la substitution des équations (IV.6.c et d) dans la dérivée de l'équation (IV.6.f), donne :

$$\kappa_x \tilde{E}_x + \kappa_y \tilde{E}_y = -j \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_t} \left( \kappa_0 \xi - \frac{\partial}{\partial z} \right) \tilde{E}_z \quad (\text{IV.7.b})$$

Regroupons les quatre équations (IV.6.e), (IV.6.f), (IV.7.a) et (IV.7.b) dans des systèmes d'équations donnés sous les formes matricielles suivantes :

$$\begin{bmatrix} \kappa_x & \kappa_y \\ \kappa_y & -\kappa_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_t} \left( \frac{\partial}{\partial z} - \kappa_0 \xi \right) & 0 \\ 0 & \omega \mu_0 \mu_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{E}_z \\ \tilde{H}_z \end{bmatrix} \quad (\text{IV.8.a})$$

$$\begin{bmatrix} \kappa_x & \kappa_y \\ \kappa_y & -\kappa_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{H}_y \\ -\tilde{H}_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega \varepsilon_0 \varepsilon_z & 0 \\ 0 & j \frac{\mu_z}{\mu_t} \left( \kappa_0 \xi + \frac{\partial}{\partial z} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{E}_z \\ \tilde{H}_z \end{bmatrix} \quad (\text{IV.8.b})$$

#### IV.3.4. Equation d'ondes des composantes longitudinales

Dans cette étape, nous cherchons les équations d'ondes associées aux composantes longitudinales des champs électrique et magnétique.

Pour simplifier notre analyse, nous allons séparer les modes guidés en mode transverse électrique (TE) et transverse magnétique (TM). Dans le cas d'un mode TE, le champ électrique n'existe pas dans la direction de propagation de l'onde ( $E_z=0$ , admettons que  $Z$  est la direction de propagation), de même pour le mode TM, le champ magnétique n'existe pas dans la direction de propagation de l'onde ( $H_z=0$ ).

- **Modes TM**

Par élimination de la composante ( $\tilde{H}_z = 0$ ), nous tirons l'équation d'onde pour les modes TM.

$$\frac{\partial^2 \tilde{E}_z}{\partial z^2} + \left( \kappa_0^2 (\varepsilon_t \mu_t - \xi^2) - \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_z} \kappa_s^2 \right) \tilde{E}_z = 0 \quad (\text{IV.9.a})$$

- **Modes TE**

De même pour les modes TE, ( $\tilde{E}_z = 0$ ), nous tirons l'équation d'onde pour les modes TE

$$\frac{\partial^2 \tilde{H}_z}{\partial z^2} + \left( \kappa_0^2 (\varepsilon_t \mu_t - \xi^2) - \frac{\mu_t}{\mu_z} \kappa_s^2 \right) \tilde{H}_z = 0 \quad (\text{IV.9.b})$$

Sous ces conditions les composantes longitudinales du champ électromagnétique sont découplées et satisfont une équation d'onde différentielle homogène de deuxième degré de la forme :

$$\frac{\partial^2 \tilde{E}_z}{\partial z^2} + \kappa_{ze}^2 \tilde{E}_z = 0 \quad (\text{IV.10.a})$$

et 
$$\frac{\partial^2 \tilde{H}_z}{\partial z^2} + \kappa_{zh}^2 \tilde{H}_z = 0 \quad (\text{IV.10.b})$$

avec 
$$\kappa_{ze}^2 = \kappa_0^2 (\epsilon_t \mu_t - \xi^2) - \frac{\epsilon_t}{\epsilon_z} \kappa_s^2, \quad (\text{IV.11.a})$$

$$\kappa_{zh}^2 = \kappa_0^2 (\epsilon_t \mu_t - \xi^2) - \frac{\mu_t}{\mu_z} \kappa_s^2, \quad (\text{IV.11.b})$$

et 
$$\kappa_s^2 = \kappa_x^2 + \kappa_y^2. \quad (\text{IV.11.c})$$

$\kappa_{ze}^2$  et  $\kappa_{zh}^2$  représentent les constantes de propagation des modes transversaux TM et TE respectivement.  $\kappa_0 = \omega^2 \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$  est le nombre d'onde dans l'espace libre.

Maintenant, cherchons des solutions pour  $\tilde{E}_z$  et  $\tilde{H}_z$  dans la région 1 qui représente le diélectrique limité par le plan de masse du coté inférieur et le patch (bande conductrice) du coté supérieur. Les équations (IV.10.a) et (IV.10.b) ont une forme d'équation différentielle homogène de deuxième degré. Elles admettent des solutions générales de la forme :

$$\tilde{E}_{z1} = a_e e^{j\kappa_{ze} z} + b_e e^{-j\kappa_{ze} z} \quad (\text{IV.12.a})$$

$$\tilde{H}_{z1} = a_h e^{j\kappa_{zh} z} + b_h e^{-j\kappa_{zh} z} \quad (\text{IV.12.b})$$

D'autre part, la région 2 au-dessus du dipôle (air), supporte des ondes décroissantes avec z, les solutions suivantes sont assumées [29].

$$\tilde{E}_{z2} = a_1 e^{-j\kappa_2 (z-d)} \quad (\text{IV.13.a})$$

$$\tilde{H}_{z2} = a_2 e^{-j\kappa_2 (z-d)} \quad (\text{IV.13.b})$$

$$\kappa_2^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 - \kappa_s^2 \quad (\text{IV.14})$$

Où les coefficients  $a^e$ ,  $a^h$ ,  $b^e$  et  $b^h$  sont des constantes complexes fonctions de  $\kappa_s$ ,  $\kappa_z^e$  et  $\kappa_z^h$ .

Toutes les composantes transversales  $\tilde{E}_x$ ,  $\tilde{E}_y$ ,  $\tilde{H}_x$  et  $\tilde{H}_y$  sont exprimées en fonctions des composantes longitudinales  $\tilde{E}_z$  et  $\tilde{H}_z$  dans les deux régions.

### IV.3.5. Dérivation des éléments du tenseur de Green

La fonction de Green dyadique (tensorielle) pour les structures bianisotropes est dérivée dans le domaine spectral en termes d'équations de Maxwell et des expressions du champ électromagnétique, cependant, il est possible d'utiliser des potentiels vecteurs. La fonction de Green  $\tilde{G}_{ij}$  détermine la relation entre l'élément de densité de courant et le champ électrique créé par celui-ci. Cette expression sera employée pour la détermination des courants inconnus sur le ruban conducteur imprimé.

- **Conditions aux limites**

Les six inconnues  $a_1^e, b_1^e, a_1^h, b_1^h, a_2$  et  $b_2$  dans les deux régions seront déterminées en appliquant les conditions aux limites suivantes :

à  $z=0$  :

$$\tilde{E}_{x1} = 0 \quad (IV.15.a)$$

$$\tilde{E}_{y1} = 0 \quad (IV.15.b)$$

à  $z=d$  :

$$\tilde{E}_{x1} = \tilde{E}_{x2} \quad (IV.16.a)$$

$$\tilde{E}_{y1} = \tilde{E}_{y2} \quad (IV.16.b)$$

$$\tilde{H}_{y2} - \tilde{H}_{y1} = \tilde{J}_x \quad (IV.16.c)$$

$$\tilde{H}_{x1} - \tilde{H}_{x2} = \tilde{J}_y \quad (IV.16.d)$$

où  $\tilde{J}_x$  et  $\tilde{J}_y$  sont les transformées de Fourier des composantes transversales de la densité de courant sur le patch qui seront discutées plus tard.

Il en résulte des équations mathématiques qui mènent aux expressions des composantes tangentielles du champ électrique  $\tilde{E}$  évaluées à l'interface entre les deux milieux, exprimées en fonction des composantes  $J_x(x, y)$  et  $J_y(x, y)$  de la densité de courant sur le ruban conducteur qui découlent de l'application des conditions aux limites exprimées par (IV.16.c) et (IV.16.d). En conséquence, les éléments du tenseur de Green dans le domaine spectral sont déterminés selon le système d'équations suivant, évalué à l'interface  $z=d$ .



$$\tilde{E}_x = \tilde{G}_{xx} \tilde{J}_x + \tilde{G}_{xy} \tilde{J}_y \quad (\text{IV.17.a})$$

$$\tilde{E}_y = \tilde{G}_{yx} \tilde{J}_x + \tilde{G}_{yy} \tilde{J}_y \quad (\text{IV.17.b})$$

Où  $\tilde{J}_x$  et  $\tilde{J}_y$  sont les transformées de Fourier des composantes transversales de la densité de courant, selon la configuration illustrée par la figure IV.2.

Dans l'analyse des structures à ruban conducteur de largeur assez petite, structure d'intérêt, la composante de la densité de courant transversale dans la direction y, (cas de la configuration considérée Fig.IV.2.), est généralement négligée. Par conséquent, seulement la fonction de Green  $\tilde{G}_{xx}$ , est présentée. Les autres fonctions ne seront pas présentées dans ce travail, puisqu'elles ne sont pas impliquées dans les calculs. L'équation (IV.17.a), donne l'expression de  $\tilde{G}_{xx}$  à  $z=d$ ,

$$\tilde{G}_{xx}(\kappa_x, \kappa_y) = -\frac{jZ_0}{\kappa_s^2 \kappa_0} \left( \frac{\kappa_z \kappa_x^2 (\kappa_0^2 \varepsilon_r \mu_r - \kappa_s^2)}{T_m} + \frac{\kappa_y^2 \kappa_0^2 \mu_r}{T_e} \right) \sin(\kappa_{1z} d) \quad (\text{IV.18})$$

avec

$$T_m = \kappa_{1z} \kappa_z \varepsilon_r \cos(\kappa_{1z} d) + j(\kappa_0^2 \varepsilon_r \mu_r - \kappa_s^2 - j\kappa_z \kappa_0 \xi \varepsilon_r) \sin(\kappa_{1z} d) \quad (\text{IV.19.a})$$

$$T_e = \kappa_{1z} \cos(\kappa_{1z} d) + j(\kappa_z \mu_r - j\kappa_0 \xi) \sin(\kappa_{1z} d) \quad (\text{IV.19.b})$$

$$\kappa_{1z}^2 = \kappa_0^2 (\varepsilon_r \mu_r - \xi^2) - \kappa_s^2, \quad (\text{IV.19.c})$$

$$\kappa_z^2 = \kappa_0^2 - \kappa_s^2 \quad (\text{IV.19.d})$$

Pour qu'une solution physique correspondant à une onde limitée (finie) on en doit de plus avoir  $\text{Im}(\kappa_{1z}) < 0$  et  $\text{Im}(\kappa_z) < 0$ .

Notons que en posant la perméabilité relative  $\mu_r = 1$  et l'élément de chiralité  $\xi = 0$  dans (IV.18) avec un petit réarrangement des termes de l'expression de  $\tilde{G}_{xx}$ , nous obtenons exactement l'expression de  $\tilde{G}_{xx}$  du cas isotrope donnée dans [30]-[34], ce qui valide nos calculs théoriques.

Dans la théorie de structures planaires microbandes et les antennes dipôles imprimées, la matrice d'impédance de la méthode des moments spectrale est exprimées par l'équation double intégrale de Sommerfeld ci-dessous (IV.20). Il s'agit d'évaluer des intégrales trop compliquées pour qu'on puisse envisager de les évaluer analytiquement [35]. On doit donc faire appel à des méthodes de résolution numériques exécutées sous l'environnement Matlab R2014a .

$$\tilde{Z}_{mn} = -\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{J}_m(\kappa_x, \kappa_y) \tilde{G}(\kappa_x, \kappa_y) \tilde{J}_n^*(\kappa_x, \kappa_y) d\kappa_x d\kappa_y \quad (\text{IV.20})$$

Où  $\tilde{J}_m$  est la transformée de Fourier de la fonction de base et  $\tilde{G}$  est la fonction de Green dyadique dans le domaine spectrale associée à la structure étudiée.

#### **IV.4. Méthodes d'évaluation numérique de la matrice d'impédance $Z_{mn}$**

Dans les applications à structures microondes planaires, la méthode spectrale est très répandue et très efficace. Cependant, le calcul numérique des éléments de la matrice d'impédance, exprimés en termes d'une double intégrale infinie de type Sommerfeld (IV.20), est la source primaire de la difficulté dans l'application de la méthode des moments spectrale. En plus des limites infinies de l'intégrale, qui doivent être tronquées à certaines limites finies, l'intégrand est de comportement fortement oscillatoire présentant des singularités le long du chemin d'intégration, ce qui résulte en une procédure de calcul numérique très lente et limite la convergence de cette intégrale. Les singularités sont dues à l'excitation des ondes de surface dans la structure planaire. Elles sont exprimées par les pôles dans l'intégrand c.-à-d. les zéros des termes  $Te$  et  $Tm$  dans le dénominateur de la fonction de Green (IV.19.a et b). Cependant, un choix non adéquat des fonctions de base peut être également à l'origine de pôles supplémentaires.

Sur la figure IV.3, nous donnons à titre d'exemple, une représentation de la fonction de Green pour une structure d'antenne dipôle avec  $\mu_r=1$ ,  $\xi=-0.5$ , dans l'intervalle  $\kappa_s = [0, 4\kappa_0]$ . La représentation montre le comportement oscillatoire de cette fonction. Le nombre de pôles augmente avec la permittivité du diélectrique (deux pôles pour  $\varepsilon_r=3$  et trois pôles pour  $\varepsilon_r=9$ ). La majorité des pôles se localisent dans l'intervalle inférieur du chemin d'intégration.

Plusieurs techniques numériques sont proposées dans la littérature en vue d'assurer une bonne convergence ainsi que d'accélérer la procédure de calcul. La transformation partielle ou entière du plan d'intégration du système de coordonnées cartésiennes ( $\kappa_x = \kappa_s \cdot \cos(\theta)$ ,  $\kappa_y = \kappa_s \cdot \sin(\theta)$ ) au plan du système de coordonnées polaires ( $\kappa_s$ ,  $\theta$ ) est probablement la base commune de toutes ces techniques. En outre, certaines techniques proposent d'inclure les pertes du diélectrique en remplaçant  $\varepsilon_r$  par  $\varepsilon_r(1-j\tan\delta)$ , où  $\tan\delta$  est la tangente de pertes dans le diélectrique du substrat. L'introduction des pertes décale légèrement les pôles du chemin d'intégration [36]. *Uzunoglu* [37],[38] a proposé une technique d'extraction de la zone autour du pôle de l'intervalle d'intégration. Supposons que  $p_0$  est le pôle, l'intégrale dans l'intervalle de  $p_0-\delta$  à  $p_0+\delta$ , avec

$\delta=0.001\kappa_0$ , est évaluée analytiquement en utilisant une technique de développement en série de Taylor ou la théorie des résidus.

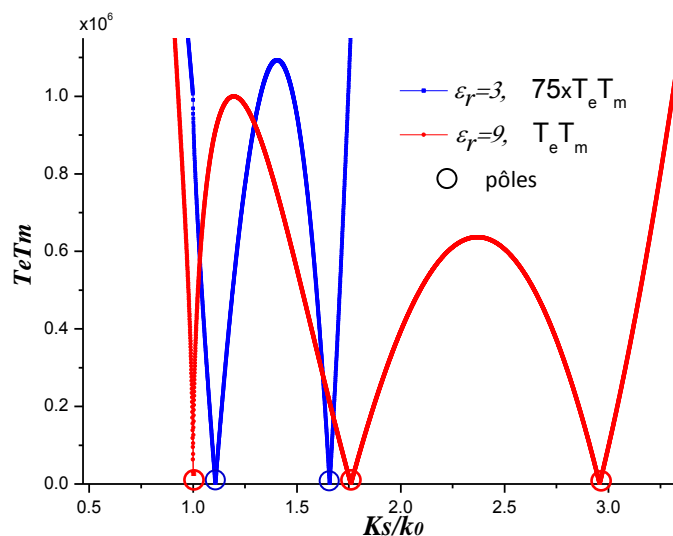


Figure IV.3. Pôles et comportement oscillatoire de la fonction de Green  $\tilde{G}(\kappa_s)$ .

$$W=0.01\lambda_0, d=0.0796\lambda_0.$$

Une autre possibilité est de déformer le chemin d'intégration selon les parcours  $C_1$ ,  $C_2$  ou  $C_3$  (Fig IV.4) [39]-[41] pour contourner les pôles.

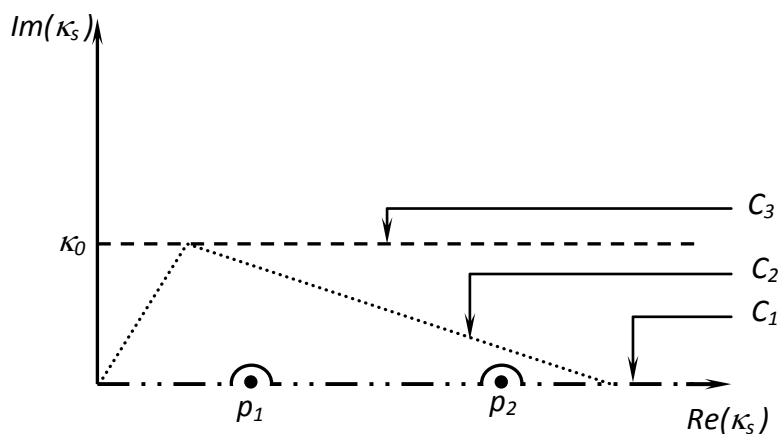


Figure IV.4. Modification du chemin d'intégration.

D'autres techniques utilisent en plus, des formes asymptotiques pour l'évaluation des éléments de la matrice d'impédance  $Z_{mn}$ , appliquées dans l'évaluation des intégrales dites de type Sommerfeld. Ces techniques consistent à extraire la partie asymptotique correspondante aux grandes valeurs de  $\kappa_x$  et

$\kappa_y$  de l'intégrale et l'évaluer selon diverses techniques analytiques ou approximatives qui peuvent associer des procédures d'accélération numériques [31]-[33],[42].

## IV.5. Méthode de résolution

Dans notre travail, et dans le but d'améliorer l'efficacité de nos calculs, nous avons opté pour la technique de transformation de l'intégrale dans le système des coordonnées polaires combinée avec la technique analytique pour l'évaluation de la partie asymptotique de la matrice d'impédance présentée par *Park* [31]. En utilisant cette méthode, la partie asymptotique peut être transformée en une intégrale unidimensionnelle finie en employant la fonction de Green asymptotique et des fonctions de base triangulaires avec conditions aux bords. Cette intégrale simple et finie peut être facilement évaluée par cette méthode décrite ci-dessous.

L'intégration numérique est effectuée dans le système de coordonnées polaires, car les bornes doublement infinies dans (IV.20) sont alors réduites à une seule borne semi-infinie selon la variable  $\kappa_s$ . Les pôles se situent maintenant sur l'axe  $\kappa_s$  et deviennent plus faciles à être localisés. Un autre avantage de cette transformation, dans notre cas, est l'élimination du pôle situé à l'origine des coordonnées ( $\kappa_s=0$ ) qui apparaît dans le dénominateur de la fonction de Green (IV.18).

### IV.5.1. Technique d'extraction asymptotique [31]

Dans la technique d'extraction asymptotique, la partie asymptotique  $\tilde{G}_{xx}^{\infty}$  de la fonction de Green est soustraite de la fonction de Green originale et y ajoutée, et l'intégrale de (IV.20) est divisée en deux parties telle que

$$\begin{aligned} \tilde{Z}_{mn}^{xx} = & -\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{J}_{xm}(\kappa_x, \kappa_y) \times [\tilde{G}_{xx}(\kappa_x, \kappa_y) - \tilde{G}_{xx}^{\infty}(\kappa_x, \kappa_y)] \times \tilde{J}_{xn}^*(\kappa_x, \kappa_y) d\kappa_x d\kappa_y \\ & - \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{J}_{xm}(\kappa_x, \kappa_y) \times \tilde{G}_{xx}^{\infty}(\kappa_x, \kappa_y) \tilde{J}_{xn}^*(\kappa_x, \kappa_y) d\kappa_x d\kappa_y \end{aligned} \quad (IV.21)$$

- *Evaluation de la première partie de l'intégrale*

La première intégrale donnée par

$$\tilde{Z}_{mn1}^{xx} = -\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{J}_{xm}(\kappa_x, \kappa_y) \times [\tilde{G}_{xx}(\kappa_x, \kappa_y) - \tilde{G}_{xx}^{\infty}(\kappa_x, \kappa_y)] \times \tilde{J}_{xn}^*(\kappa_x, \kappa_y) d\kappa_x d\kappa_y, \quad (IV.22)$$

tend rapidement vers zéro pour des valeurs suffisamment grandes de  $\kappa_s$ . Par conséquent, l'intégrale infinie peut être tronquée à une borne supérieure finie  $\kappa_s^{\max}$  après passage des coordonnées

cartésiennes  $(\kappa_x, \kappa_y)$  en coordonnées polaires  $(\kappa_s, \theta)$ . Il est montré dans [31] et [43] que pour évaluer la première intégrale dans (IV.21) avec précision, un rayon d'environ  $\kappa_s^{\max} = 50\kappa_0$  est pris pour limite supérieure dans le cas du problème du dipôle imprimé. Ainsi, la première intégrale avec une limite supérieure finie peut être évaluée par n'importe quelle technique numérique appropriée, en tenant compte de la région des ondes de surface. Dans notre cas, après avoir localisé les pôles dans cette région, nous avons divisé l'intervalle d'intégration en sous intervalles avec les pôles comme bornes.

### ***Evaluation de la deuxième partie de l'intégrale***

La deuxième intégrale est celle qui comporte la partie asymptotique de la fonction de Green  $\tilde{G}_{xx}^{\infty}$ . Elle a un comportement de convergence très lent, par conséquent, elle va être évaluée indépendamment. Elle est donnée par :

$$\tilde{Z}_{nm2}^{xx} = -\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{J}_{xm}(\kappa_x, \kappa_y) \times \tilde{G}_{xx}^{\infty}(\kappa_x, \kappa_y) \times \tilde{J}_{xn}^*(\kappa_x, \kappa_y) d\kappa_x d\kappa_y \quad (\text{IV.23})$$

Typiquement, après passage en coordonnées polaires, la limite supérieure de  $\kappa_s^{\max}$  s'étend de  $200\kappa_0$  à  $500\kappa_0$  [25],[31],[43]. Dans la méthode des moments spectrale, la majeure partie du temps de calcul est consacrée pour le calcul de la matrice d'impédance. En plus, si la distance de séparation entre la fonction de test et la fonction de base est élevée, la fonction à intégrer est fortement oscillante [31], [42], ce qui exige plus de points de segmentation dans l'intégration numérique. Il est à noter qu'en général, sans considération de la technique asymptotique, le temps de calcul pris par la deuxième partie de l'intégrale est quelques dizaines de fois plus grand que celui de la première intégrale [31],[34]. Par conséquent, si nous trouvons une méthode efficace pour évaluer cette dernière intégrale, le temps total de calcul de la matrice d'impédance serait sensiblement réduit.

### **IV.5.2. Dérivation de la partie asymptotique**

Dans ce qui suit, et pour le cas d'une antenne dipôle implantée sur un substrat à chiralité avec une anisotropie gyrotropique, nous examinons le comportement de la fonction de Green pour de grandes valeurs de  $\kappa_x$  et  $\kappa_y$ , afin de pouvoir dériver l'expression analytique de la partie asymptotique. Sous ces conditions, cette expression est donnée par :

$$G_{xx}^{\infty}(\kappa_s) \approx -\frac{jZ_0}{\kappa_0 \sqrt{\kappa_x^2 + \kappa_y^2}} \left[ \frac{\kappa_0^2 \mu_r}{(\mu_r + 1)} - \frac{\kappa_x^2}{(\varepsilon_r + 1)} \right], \quad (\text{IV.24})$$

une expression indépendante de l'élément de chiralité  $\xi$ . Pareillement, pour  $\mu_r = 1$ , elle est la même que celle correspondant au cas isotrope étudiée dans [31].

### IV.5.3. Choix des fonctions de base

Le choix des fonctions de base est une étape cruciale pour aboutir à une transformation d'intégrale efficace pour le calcul de la partie asymptotique de la matrice d'impédance. Une description convenable de la densité de courant sur la bande conductrice mène à une amélioration de l'efficacité numérique avec peu de termes de fonction de base [41],[44]. En outre, les fonctions de base devraient être choisies pour avoir des formes explicites dans le domaine de la transformée de Fourier. Les conditions aux bords associées aux fonctions de base triangulaires décrivent bien le comportement singulier des densités de courant longitudinales sur les bords des bandes conductrices. Les fonctions de base triangulaires avec les conditions aux bords utilisées sont définies par :

$$j_{xm}(x, y) = \frac{1 - \frac{|x - x_m|}{\Delta x}}{\sqrt{1 - \left(\frac{2y}{W}\right)^2}}, \quad \left|\frac{2y}{W}\right| < 1, \quad \frac{|x - x_m|}{\Delta x} < 1 \quad (\text{IV.25})$$

Où  $W$  est la largeur de la bande conductrice et  $\Delta x$  représente la demi-longueur de la fonction de base.  $x_m (m=1, 2, \dots, M)$  sont les positions des fonctions de base sur la bande conductrice segmentée en  $M$  segments. La transformée de Fourier de ces fonctions sont représentées sous la forme analytique suivante [31] :

$$\tilde{J}_{xm}(\kappa_x, \kappa_y) = \frac{2\pi W}{\Delta x} \frac{\sin^2\left(\frac{\kappa_x \Delta x}{2}\right)}{\kappa_x^2} e^{-jx_m \kappa_x} J_0\left(\kappa_y \frac{W}{2}\right) \quad (\text{IV.26})$$

Où  $J_0$  est la fonction de Bessel d'ordre zéro de première espèce.

Substituant (IV.24) et (IV.26) dans la deuxième intégrale (IV.23), la partie asymptotique de la matrice d'impédance est écrite sous la forme :

$$Z_{mm}^{\text{Asy}} = -j \frac{1}{\pi^2} \frac{Z_0}{\kappa_0} \left(\frac{2\pi W}{\Delta x}\right)^2 \left[ -\frac{\kappa_0^2}{2} I_{mm}^a + \frac{1}{(\epsilon_r + 1)} I_{mm}^b \right] \quad (\text{IV.27})$$

avec

$$I_{mn}^a = \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\cos(x_s k_x)}{\sqrt{\kappa_x^2 + \kappa_y^2}} \frac{\sin^4\left(\kappa_x \frac{\Delta x}{2}\right)}{\kappa_x^4} \times J_0^2\left(\kappa_y \frac{W}{2}\right) d\kappa_x d\kappa_y \quad (\text{IV.28.a})$$

et

$$I_{mn}^b = \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\cos(x_s \kappa_x)}{\sqrt{\kappa_x^2 + \kappa_y^2}} \frac{\sin^4\left(\kappa_x \frac{\Delta x}{2}\right)}{\kappa_x^2} \times J_0^2\left(\kappa_y \frac{W}{2}\right) d\kappa_x d\kappa_y \quad (\text{IV.28.b})$$

où les propriétés paires et impaires de la fonction à intégrer sont employées pour réduire l'intervalle d'intégration dans (IV.28.a et b), et  $x_s = |x - x_m|$ .

La méthode d'évaluation des intégrales  $I_{mn}^a$  et  $I_{mn}^b$  est décrite dans l'Annexe A, pour plus de détail on peut se référer au [31].

## **IV.5. Résultats numériques**

Dans cette étape de notre étude théorique, nous avons caractérisé une antenne dipôle imprimée sur un substrat bianisotrope à chiralité gyrotropique, en considérant par la mise en évidence tout particulièrement l'effet de l'élément de chiralité gyrotropique sur l'impédance d'entrée de l'antenne.

### **IV.5.1. Évaluation de l'impédance d'entrée**

Avant d'entamer le cas du dipôle implanté sur un milieu complexe et afin de valider nos calculs, nous avons considéré le cas d'un milieu isotrope.

#### **IV.5.1.1. Impédance d'entrée d'un dipôle à substrat isotrope**

Sur la figure IV.5 nous représentons l'impédance d'entrée (parties réelles et imaginaires) d'un dipôle planaire de largeur  $W$  en fonction de la longueur normalisée  $L/\lambda_0$ . Le dipôle est imprimé sur un substrat diélectrique isotrope ( $\mu_r = 1$  et  $\xi = 0$ ) d'épaisseur  $d$  et de constante diélectrique  $\epsilon_r = 3.25$ .

Nos résultats sont comparés à la littérature publiée [31]. Des concordances intéressantes sont obtenues.

Deux longueurs résonnantes peuvent être observées qui correspondent aux points où l'impédance d'entrée est purement réelle (partie imaginaire nulle). La première est située à  $0.295\lambda_0$  et la deuxième à  $0.55\lambda_0$ . Ces longueurs résonnantes correspondent respectivement aux longueurs résonnantes effectives  $L \approx \lambda/2$  et  $L \approx \lambda$  du dipôle.

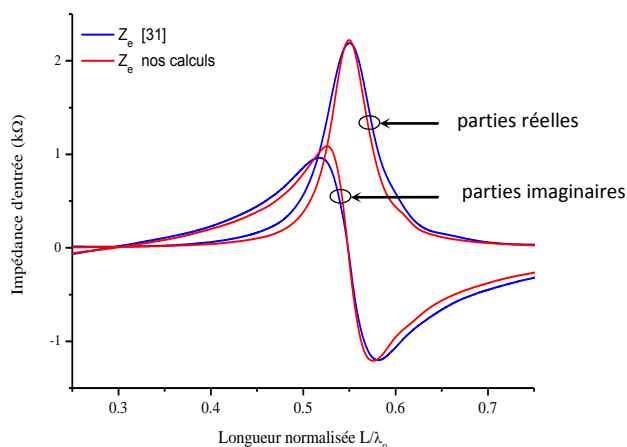


Figure IV.5. Impédance d'entrée du dipôle à substrat isotrope.

#### IV.5.1.1. Impédance d'entrée d'un dipôle à substrat chiral

Les figures IV.6 et 7 illustrent une représentation des parties réelles et imaginaires de l'impédance d'entrée d'une antenne dipôle à substrat chiral évaluée en fonction de la longueur normalisée avec  $W=0.01\lambda_0$ ,  $d=0.0796\lambda_0$ . Différentes valeurs négatives et positives de  $\xi$  sont considérées respectivement et comparées au cas isotrope avec  $\epsilon_r=3.25$ . Il est à noter que les deux points de résonance sont décalés vers la gauche comparativement au cas isotrope selon des valeurs négatives de la chiralité (Fig.IV.6), ce qui s'avère équivalent à une augmentation de la constante diélectrique effective. Alors que les valeurs positives de la chiralité tendent plutôt à décaler vers la droite ces deux longueurs de résonance ce qui correspond à une diminution de la constante diélectrique effective (Fig.IV.7). D'autre part, dans le cas des valeurs positives de  $\xi$ , la variation de l'amplitude d'impédance au voisinage de la région de la première résonance est très lente ce qui peut contribuer à un élargissement de la bande de l'impédance d'entrée et assure une stabilité d'adaptation d'impédance. En plus, nous constatons que l'élément de chiralité  $\xi$  a un effet direct sur l'impédance d'entrée; l'augmentation de  $\xi$  entraîne celle de l'amplitude de l'impédance d'entrée, cette augmentation est plus importante dans de la deuxième région de résonance (Fig. IV.6-9). Cette caractéristique permet d'adapter le dipôle facilement aux impédances des circuits frontaux radiofréquence "*front-end circuits*": circuits intégrés à forte impédance d'entrée [45],[46].

Les figures IV.8 et 9, illustrent l'effet de l'élément de chiralité sur l'impédance d'entrée pour une faible constante diélectrique  $\epsilon_r=2.5$ . Pour cette valeur de  $\epsilon_r$ , l'effet sur l'impédance est plus important comparativement au cas précédent.



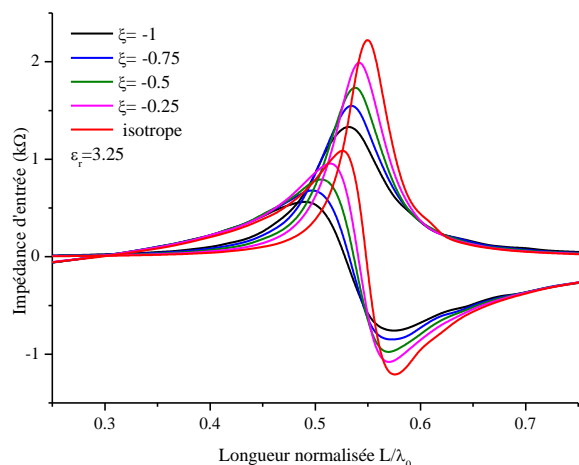


Figure IV.6. Effet de la chiralité négative sur l'impédance d'entrée  $\epsilon_r=3.25$ .

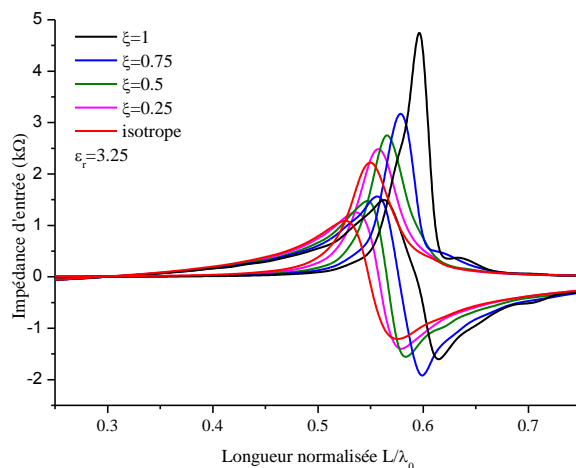


Figure IV.7. Effet de la chiralité positive sur l'impédance d'entrée  $\epsilon_r=3.25$ .

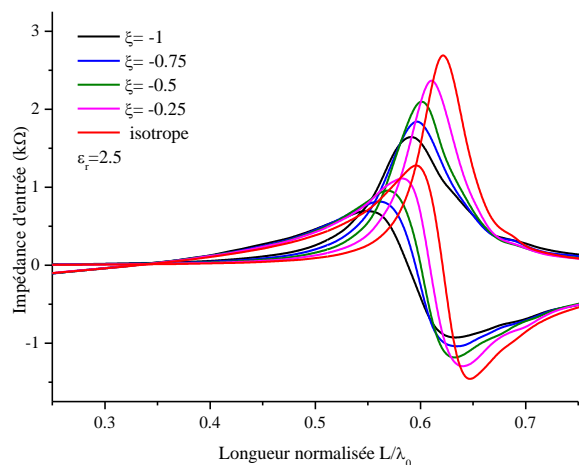


Figure IV.8. Effet de la chiralité négative sur l'impédance d'entrée  $\epsilon_r=2.5$ .

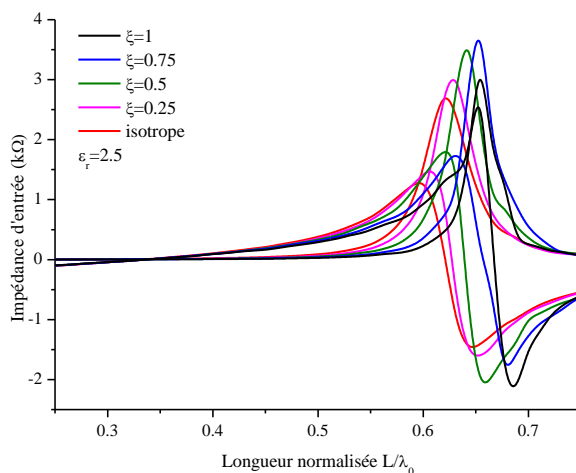
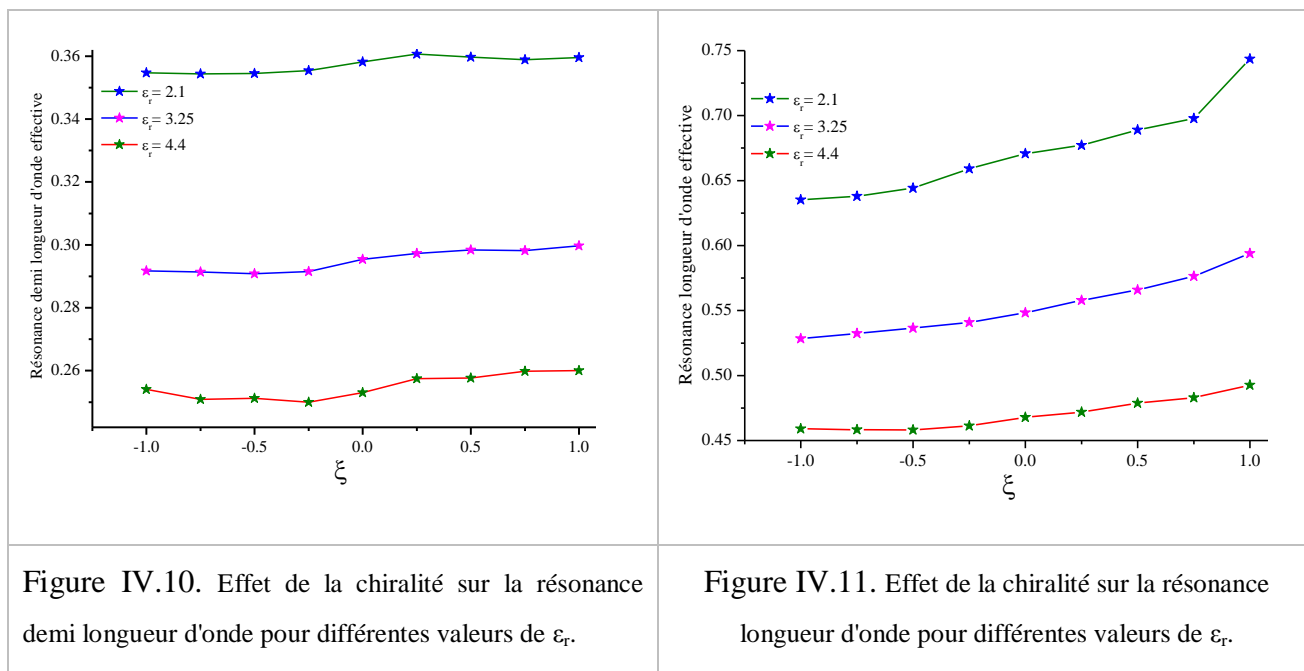


Figure IV.9. Effet de la chiralité positive sur l'impédance d'entrée  $\epsilon_r=2.5$ .

Les figures IV.10 et 11 présentent respectivement l'effet de la chiralité sur les deux longueurs effectives de résonance pour diverses valeurs de la constante diélectrique  $\epsilon_r$ , avec  $W=0.01\lambda_0$ ,  $d=0.0796\lambda_0$ . Nous constatons que la deuxième résonance est la plus affectée par la chiralité et les décalages importants dans les longueurs de résonances apparaissent dans le cas des milieux à faible constantes diélectriques, c.-à-d. quand les valeurs de  $\xi$  sont plus rapprochées de  $\epsilon_r$ .



#### IV.6. Conclusion

Dans ce chapitre, une étude théorique de l'effet de la chiralité gyrotropique sur l'impédance d'entrée et les longueurs de résonance d'une antenne dipôle a été menée. Elle est basée sur la dérivation rigoureuse de la fonction de Green appropriée dans le domaine spectral, et la formulation de l'équation intégrale du champ électrique en utilisant la méthode des moments. Dans le but de réduire le temps de calcul, l'intégration de l'équation résultante est effectuée en utilisant une méthode analytique pour l'évaluation de la partie asymptotique de l'intégrale de Sommerfeld.

L'introduction de la chiralité dans le substrat affecte de manière significative l'impédance d'entrée du dipôle en termes de longueur de résonance et d'amplitude. Les résultats montrent également un décalage dans les longueurs de résonances, particulièrement dans les milieux avec de faibles constantes diélectriques. Par conséquent, la chiralité constitue un paramètre additionnel qui pourrait être employé pour contrôler l'impédance d'entrée en vue d'améliorer la largeur de bande ce qui sera contribuable à la miniaturisation de l'antenne dipôle en concevant une longueur résonnante spécifique pour une application donnée. Les changements dimensionnels dus aux fluctuations de la température peuvent avoir comme conséquence le déplacement de la résonance. Par conséquent, le substrat à chiralité positive est d'une qualité remarquable en termes de stabilité d'adaptation d'impédance et qui répond aux problèmes de tolérances de fabrication notamment pour les motifs imprimés à dimensions réduites.

## Références

- [1]. Zomorodi M. and N. Chandra Karmakar, "Chipless RFID Reader: Low-cost wideband printed dipole array antenna.," *IEEE Antennas & Propagation Mag.*, vol. 57, no. 5, pp. 18-29, Oct. 2015.
- [2]. Faul, A., and Naber, J., "A novel 915 MHz, RFID-based pressure sensor for glaucoma using an electrically small antenna." *Analog Integrated Circuits and Signal Processing*, 85(1), 167-180, 2015.
- [3]. Honglei W., Y. Kunde and Z. Kun, "Performance of Dipole Antenna in Underwater Wireless Sensor Communication," *IEEE Sensors Journal*, vol. 15, no. 11, pp. 6354-6359, Nov. 2015.
- [4]. Ozturk M. E., E. Korkmaz and M. Kebeli, "Rounded-edge bow-tie antenna for wideband mobile direction finding system," *IET Microwaves, Ant. & Prop.*, vol. 9, no. 15, pp. 1809-1815, 2015.
- [5]. Alazemi A. J., H. H. Yang and G. M. Rebeiz, "Double Bow-Tie Slot Antennas for Wideband Millimeter-Wave and Terahertz Applications," *IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology*, vol. 6, no. 5, pp. 682-689, Sept. 2016.
- [6]. Guofeng L., S. von der Mark, I. Korisch, L. J. Greenstein and P. Spasojevic, "Diamond and rounded diamond antennas for ultrawide-band communications," *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 3, no. 1, pp. 249-252, Dec. 2004.
- [7]. Joshi C., A. C. Lepage, J. Sarrazin and X. Begaud, "Enhanced Broadside Gain of an Ultrawideband Diamond Dipole Antenna Using a Hybrid Reflector," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 64, no. 7, pp. 3269-3274, July 2016.
- [8]. Thaher R. H. and S. N. Alsaïdy, "Design and fabrication of new diamond patch antenna for wireless communications," **2016 Al-Sadeq International Conference on Multidisciplinary in IT and Communication Science and Applications (AIC-MITCSA)**, Baghdad, pp. 1-6, 2016.
- [9]. Kwon D., S. T. Khang; T. D. Yeo; I. J. Hwang; D. J. Lee; J. W. Yu; W. S. Lee, "Dual-Band Half-Elliptic Hoop Antenna With Mathieu Function for a Femto-Cell Network," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 65, no. 3, pp. 1047-1054, March 2017.
- [10]. Li X. R., M. Ye and Q. X. Chu, "Novel high gain printed log-periodic dipole antenna," *IEEE International Symp. on Ant. & Propagation (APSURSI)*, pp. 1647-1648, Fajardo, PR, USA, 2016.
- [11]. Lin, S., Luan, S., Wang, Y., Luo, X., Han, X., Zhang, X. Q., & Zhang, X. Y., "A printed log-periodic tree-dipole antenna (PLPTDA)". *Progress In Electromagnetics Research M*, 21, 19-32, 2011.

- [12]. Priou A., "Matériaux composites en électromagnétisme - Matériaux chargés, matériaux électroniques et métamatériaux", . *Traité d'Electronique, Technique de l'ingénieur, E1165*, 2009.
- [13]. Cory H.. "Chiral devices - an overview of canonical problems" *Journal of Electromagnetic Waves and Applications* Vol. 9, Iss. 5-6, 1995.
- [14]. Zebiri C., F. Benabdelaziz, D. Sayad, " Surface waves investigation of a bianisotropic chiral substrate resonator", *Progress In Electromagnetics Research B*, vol. 40, 399-414, 2012.
- [15]. Zebiri C., M. Lashab, F. Benabdelaziz, "Asymmetrical effects of bi-anisotropic substrate-superstrate sandwich structure on patch resonator," *PIER B*, vol. 49, pp. 319-337, 2013.
- [16]. Kopp, V.I. ; Jongchul Park ; Wlodawski, M. ; Singer, J. ; Neugroschl, D. ; Genack, A.Z. "Chiral Fibers: Microformed Optical Waveguides for Polarization Control, Sensing, Coupling, Amplification, and Switching" *Journal of Lightwave Technology*, Vol.32 , No.4 , 605 – 613, 2014.
- [17]. Ghaffar A., M. Arif, Q.- A. Naqvi, M.- A. Alkanhal, "Radiation properties of a uniaxial chiral quadratic inhomogeneous slab under oblique incidence" *Optik - International Journal for Light and Electron Optics*, Vol. 125, No. 4, 1589-1597, 2014.
- [18]. Panin, S. B., P. D. Smith, and A. Y. Poyedinchuk, "Elliptical to linear polarization transformation by a grating on a chiral medium," *J. Electromagn. Waves Appl.*, Vol. 21, No. 13, 1885–1899, 2007.
- [19]. Lim K. Y., P. K. Choudhury, and Z. Yusoff, "Chirofibers with helical windings—an analytical investigation," *Optik*, vol. 121, no. 11, pp. 980–987, 2010.
- [20]. Cloete J.H., M. Bingle, and D.B. Davidson, "The role of chirality and resonance in synthetic microwave absorbers". *AEU International Journal of Electronics and Communications*, 2001.
- [21]. Bayatpur, F.; Amirkhizi, A.V. ; Nemat-Nasser, S. "Experimental Characterization of Chiral Uniaxial Bianisotropic Composites at Microwave Frequencies" *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol.60 , No. 4 , 1126-1135, 2012.
- [22]. Chen X., B. I. Wu, J. A. Kong, and T. M. Grzegorzcyk, "Retrieval of the effective constitutive parameters of bianisotropic metamaterials," *Phys. Rev. E, Stat. Phys. Plasmas Fluids Relat. Interdiscip. Top.*, vol.71, pp. 46610–46618, 2005.
- [23]. Zarifi D., M. Soleimani and A. Abdolali, "Electromagnetic Characterization of Biaxial Bianisotropic Media Using the State Space Approach," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 62, no. 3, pp. 1538-1542, March 2014.

- [24]. Eroglu A. and J. K. Lee, "Far field radiation from an arbitrarily orientated Hertzian dipole in the presence of layered anisotropic medium," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, vol. 53, No. 12, 3963–3973, 2005.
- [25]. Braaten, B. D. , *Modeling multiple printed antennas embedded in stratified uniaxial anisotropic dielectrics. Doctor of Philosophy Dissertation*, North Dakota State University, 2009.
- [26]. Braaten B. D., R. M. Nelson, and D. A. Rogers, "Input impedance and resonant frequency of a printed dipole with arbitrary length embedded in stratified uniaxial anisotropic dielectrics," *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, vol. 8, pp. 806–810, 2009.
- [27]. Zebiri, C., Daoudi, S., Benabdelaziz, F., Lashab, M., Sayad, D., Ali, N. T., & Abd-Alhameed, R. A., "Gyro-chirality effect of bianisotropic substrate on the operational of rectangular microstrip patch antenna." *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 51(3), 249-260, 2016.
- [28]. Engheta N. and D. L. Jaggard, "Electromagnetic chirality and its applications," *IEEE Antennas and Propagation Society Newsletter*, vol. 30, no. 5, pp. 6-12, October 1988.
- [29]. Nelson, R. M., Rogers, D. A., & D'Assuncao, A. G., "Resonant frequency of a rectangular microstrip patch on several uniaxial substrates." *IEEE Trans. on Ant. & prop.*, 38(7), 973-981, 1990.
- [30]. Pozar D., "Radiation and scattering from a microstrip patch on a uniaxial substrate," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 35, no. 6, pp. 613-621, Jun 1987.
- [31]. Park Seong-Ook and C. A. Balanis, "Analytical technique to evaluate the asymptotic part of the impedance matrix of Sommerfeld-type integrals," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 45, no. 5, pp. 798-805, May 1997.
- [32]. Park, S. O., Balanis, C. A., & Birtcher, C. R. "Analytical evaluation of the asymptotic impedance matrix of a grounded dielectric slab with roof-top functions." *IEEE Transaction on Antenna and Propagation*, 46(2), 251-259, 1998.
- [33]. Park, S. O., & Lee, H. S., "Analytical evaluation of the asymptotic impedance matrix of a uniaxial substrate with roof-top functions". *Journal of electromagnetic waves and applications*, 17(7), 957-968, 2003.
- [34]. Pan G.-W, Jilin Tan and J. D. Murphy, "Full-wave analysis of microstrip floating-line discontinuities," *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 36, no. 1, Feb 1994.
- [35]. Mosig, J. R., and F. Gardiol. "Techniques analytiques et numériques dans l'analyse des antennes microruban." *Annales des télécommunications*. Vol. 40. No. 7-8. Springer-Verlag, 1985.

- [36]. McNay D., R. Mittra, *Efficient Evaluation of the Inner Products in The Spectral Domain Analysis of Microstrip Discontinuities*, Coordinated Science Lab., College of Engineering, University of Illinois at Urbana-Champaign, 1990.
- [37]. Uzunoglu N. K., N. G. Alexopoulos, and J. G. Fikioris, "Radiation properties of microstrip dipoles," *IEEE Transaction Antennas Propagat.*, vol. AP-27, pp. 853-858, Nov. 1979.
- [38]. Pozar D. M., "Input impedance and mutual coupling of rectangular microstrip antennas," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-30, pp. 1191–1196, Nov. 1982.
- [39]. Zebiri C., *Effet de l'anisotropie tensorielle sur les paramètres des structures planaires Contribution à une réalisation d'un résonateur micro-ondes*, Doctorat, Univ. de Constantine, 2011.
- [40]. Yang H. Y., A. Nakatani, and J. A. Castaneda, "Efficient evaluation of spectral integrals in the moment method solution of microstrip antennas and circuits", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Vol. 38, No. 7, pp. 1127-1130, 1990.
- [41]. Itoh, T. , *Numerical techniques for microwave and millimeter-wave passive structures*. Wiley-Interscience, 1989.
- [42]. Reddy, V. S., & Garg, R., "Efficient analytical evaluation of the asymptotic part of Sommerfeld type reaction integrals in microstrip/slot structures." *IEE Proceedings-Microwaves, Antennas and Propagation*, 147(1), 1-7, 2000.
- [43]. Pozar. D. M., "Improved computational efficiency for the method of moments solution of printed dipoles and patch," *Electromagnetics.*, vol. 3, pp. 299–309, July–Sept. 1983.
- [44]. Mirshekar-Syahkal, D., *Spectral Domain Method for Microwave Integrated Circuits*, Research Studies Press Ltd., Somerset, England, 1990.
- [45]. Dongsheng L., L. Huan, Z. Xuecheng, G. Liang, Y. Ke and L. Zilong, "A High Sensitivity Analog Front-end Circuit for Semi-Passive HF RFID Tag Applied to Implantable Devices," *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, vol. 62, no. 8, pp. 1991-2002, Aug. 2015.
- [46]. Sayad D., F. Benabdelaziz, C. Zebiri, S. Daoudi, and R. A. Abd-Alhameed, " Spectral domain analysis of gyrotropic anisotropy chiral effect on the input impedance of a printed dipole antenna." *Progress In Electromagnetics Research M*, Vol. 51, 1-8, 2016.

# **Conclusion générale**

# Conclusion générale

Une étude théorique rigoureuse de structures planaires microbandes implantées sur des substrats complexes a été effectuée en utilisant la méthode des moments développée dans le domaine spectral, et adaptée aux particularités des structures traitées. L'équation intégrale du champ électrique est formulée en termes du tenseur spectral de Green.

L'originalité de ce travail réside dans l'utilisation des substrats complexes bianisotropes, selon différents paramètres constitutifs et l'analyse de leurs effets sur les caractéristiques des structures adoptées dans notre recherche. Des résultats théoriques originaux sont obtenus et commentés.

En premier lieu, nous avons décrit explicitement les fondements théoriques de la méthode des moments appliquée sur une structure planaire à substrat isotrope. Ce qui nous a aidés à implémenter cette méthode pour des cas de structures à milieux complexes avec des paramètres constitutifs tensoriels.

Une caractérisation d'un cas de ligne de transmission implantée sur un substrat à milieu bianisotrope avec des paramètres constitutifs tensoriels a été menée. Ce cas tensoriel des paramètres constitutifs a été établi par *Uslenghi* dans un travail publié en 1997, dans lequel il a abouti à un découplage des modes TE et TM. Depuis, aucun dispositif microonde n'a été modélisé comme application directe de ce cas de milieu, en raison de sa complexité. Tandis que dans notre travail la spécificité est telle que : pour une ligne blindée, nous avons pu développer des expressions compactes hyper-lourdes du champ électromagnétique, du tenseur de Green et de l'expression volumineuse du vecteur de Poynting. Cette dernière est employée pour l'évaluation de l'impédance caractéristique de la ligne de transmission.

D'autre part, une antenne dipôle imprimée sur un substrat à chiralité gyrotropique est analysée, où en particulier l'effet de la chiralité gyrotropique sur l'impédance d'entrée du dipôle est étudié et commenté. Nos calculs basés sur la méthode des moments ont parachevé à une équation intégrale double infinie complexe dite de type Sommerfeld qui a été réduite, dans sa partie à caractère fortement oscillant, en une intégrale unidimensionnelle finie par l'utilisation d'une technique asymptotique reportée dans la littérature et adaptée avec succès à notre cas complexe. Ce qui a réduit considérablement le temps de calcul.



La convergence des codes des calculs développés dans cette thèse sont testés sur des structures isotropes en éliminant les paramètres non isotropes (paramètres non diagonaux des matrices de permittivité et de perméabilité et les paramètres magnétoélectriques) dans les expressions des tenseurs de Green. Les résultats obtenus ainsi ont été confirmés par des comparaisons théoriques avec la littérature. De concordances intéressantes sont constatées, ce qui valide, d'une part nos codes informatiques et d'autre part nos calculs mathématiques.

Les résultats obtenus, pour la ligne de transmission, ont montré que la considération de la bianisotropie du milieu a fourni davantage de paramètres qui pourraient servir à ajuster les différentes caractéristiques principales de la ligne. Nous avons constaté que certains éléments ont des effets très significatifs, particuliers et souhaitables sur ces caractéristiques. En outre, certaines combinaisons de ces éléments nous ont donné des résultats très appréciables tel que : le cas d'une impédance caractéristique constante sur une large bande importante de fréquence.

Quant au cas de l'antenne, l'ensemble des résultats obtenus a montré que l'introduction de la chiralité dans le substrat affecte de manière significative l'impédance d'entrée du dipôle en termes de résonance et d'amplitude. Par conséquent, la chiralité constitue un paramètre additionnel qui pourrait être employé pour contrôler l'impédance d'entrée en vue d'améliorer la largeur de bande et réduire la taille du dipôle. Nous avons constaté que la chiralité positive aide à stabiliser l'impédance d'entrée, et cela au voisinage de la première résonance, ce qui répond aux problèmes de changements dimensionnels dus aux fluctuations thermiques et aux tolérances de fabrication

Le choix des milieux complexes, regroupant quatre tenseurs relatifs aux paramètres constitutifs, était un défi particulièrement difficile à relever. Autant qu'il a été fructueux en termes de résultats et de perspectives potentielles et motivantes, autant de problèmes ont été rencontrés lors de sa mise en œuvre théorique : l'évaluation d'expressions mathématiques hyper-lourdes, la maîtrise et l'adaptation de la méthode de calcul à notre cas complexe, auxquelles est ajouté le problème de validation et interprétation des résultats dû au nombre importants des éléments des paramètres constitutifs. Toutefois, nous avons réussi à mener une exceptionnelle, riche et avantageuse exploitation de notre problématique.

Effectivement, les dispositifs microondes sont très complexes en termes de formulations théoriques et implémentations numériques. Cependant, un certain niveau de complexité est inévitable ce qui devrait être tenu en compte dans les futurs travaux de recherches.

Ce travail de thèse nous a ouvert un nouvel horizon à la recherche, nous comptons, en perspectives, explorer d'autres composants microondes tels que les dispositifs multiports comme les circulateurs,

d'autres formes géométriques telles que les structures multicouches planaires et cylindriques et d'autres phénomènes électromagnétiques tel que le couplage électromagnétique dans les réseaux d'antennes dipôles.

# **Annexe A**

# Annexe A

## Technique asymptotique

### A.1. Technique de transformation d'intégrale

Le terme  $\frac{\cos(x_s k_x)}{\sqrt{k_x^2 + k_y^2}}$  peut être exprimé par un produit de deux fonctions séparables en termes de  $k_x$

et  $k_y$ , comme suit:

$$\frac{\cos(x_s k_x)}{\sqrt{k_x^2 + k_y^2}} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} K_0(k_y |\chi - x_s|) \cos(k_x \chi) d\chi; \quad (\text{A.1})$$

où  $K_0$  est la fonction de Bessel modifiée de première espèce.  $I_{mn}^a$  et  $I_{mn}^b$  peuvent être exprimés ainsi

$$I_{mn}^a = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} K_0(k_y |\chi - x_s|) J_0^2\left(k_y \frac{W}{2}\right) dk_y \times \int_0^{\infty} \cos(k_x \chi) \frac{\sin^4\left(k_x \frac{\Delta x}{2}\right)}{k_x^4} dk_x \Bigg] d\chi \quad (\text{A.2})$$

$$I_{mn}^b = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} K_0(k_y |\chi - x_s|) J_0^2\left(k_y \frac{W}{2}\right) dk_y \times \int_0^{\infty} \cos(k_x \chi) \frac{\sin^4\left(k_x \frac{\Delta x}{2}\right)}{k_x^2} dk_x \Bigg] d\chi \quad (\text{A.3})$$

Ainsi, la première intégrale dans (A.2) et (A.3) par rapport à  $k_y$  peut être exprimée explicitement

$$\text{comme suit} \quad \int_0^{+\infty} K_0(k_y |\chi - x_s|) J_0^2\left(k_y \frac{W}{2}\right) dk_y = \frac{1}{2|\chi - x_s|} \Gamma^2\left(\frac{1}{2}\right) \left[ P_{-\frac{1}{2}} \left( \sqrt{1 + \left(\frac{W}{|\chi - x_s|}\right)^2} \right) \right]^2 \quad (\text{A.4})$$

où  $P_{\frac{1}{2}}$  est la fonction sphérique de Legendre de première espèce. Pour la convenance de notation,

la fonction qui apparaît en (A.4) est définie par

$$A(\chi - x_s) = \frac{1}{|\chi - x_s|} \left[ P_{\frac{1}{2}} \left( \sqrt{1 + \left( \frac{W}{|\chi - x_s|} \right)^2} \right) \right]^2 \quad (\text{A.5})$$

L'intégration de la deuxième intégrale dans (A.2) par rapport à  $k_x$  résulte en une fonction bien connue, appelée fonction spline cardinale cubique donnée par

$$\mathfrak{S}_a(\chi) = \int_0^{+\infty} \frac{\sin^4\left(k_x \frac{\Delta x}{2}\right)}{k_x^4} \cos(k_x \chi) dk_x = \begin{cases} \frac{\pi}{96} \left[ (2\Delta x - |\chi|)^3 - 4(\Delta x - |\chi|)^3 \right], & |\chi| < \Delta x \\ \frac{\pi}{96} (2\Delta x - |\chi|)^3, & \Delta x \leq |\chi| < 2\Delta x \\ 0. & |\chi| \geq 2\Delta x \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

La deuxième intégrale dans (A.3) par rapport à  $k_x$  peut également être exprimée explicitement comme suit

$$\mathfrak{S}_b(\chi) = \int_0^{+\infty} \frac{\sin^4\left(k_x \frac{\Delta x}{2}\right)}{k_x^2} \cos(k_x \chi) dk_x = \begin{cases} \frac{\pi}{2} \left( \frac{1}{4} \Delta x - \frac{3}{8} |\chi| \right), & |\chi| < \Delta x \\ \frac{\pi}{2} \left( -\frac{1}{4} \Delta x + \frac{1}{8} |\chi| \right), & \Delta x \leq |\chi| < 2\Delta x \\ 0, & |\chi| \geq 2\Delta x \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

A partir des résultats ci-dessus, la valeur des intégrales (A.6) et (A.7) sont exactement zéro pour  $|\chi| \geq 2\Delta x$ ; donc, l'intervalle infini de l'intégrale par rapport à  $\chi$  peut être converti en un intervalle fini. Par conséquent, et par substitution de (A.4), (A.6), et (A.7) dans (A.2) et (A.3), les intégrales doubles infinies de (IV.28.a et b) peuvent être transformées en intégrales simple finies :

$$I_{mn}^a = \frac{1}{2} \int_{-2\Delta x}^{2\Delta x} A(\chi - x_s) \mathfrak{S}_a(\chi) d\chi \quad (\text{A.8})$$

$$I_{mn}^b = \frac{1}{2} \int_{-2\Delta x}^{2\Delta x} A(\chi - x_s) \mathfrak{S}_b(\chi) d\chi \quad (\text{A.9})$$

Les intégrales de (A.8) et de (A.9) contiennent une singularité. Après que les parties singulières de l'intégrale soient extraites analytiquement, l'intégration non singulière restante peut être évaluée en utilisant une procédure numérique car l'intégrale varie lentement.

## A.2. Evaluation des intégrales $I_{mn}^a$ et $I_{mn}^b$

En utilisant la technique mentionnée ci-dessus, nous présenterons une méthode pour résoudre les intégrales simples finies de (A.8) et (A.9). L'argument  $x_s$  du terme cosinus dans l'intégrale double infinie est une variable de décalage pour la fonction  $A(\chi)$  de l'intégrale simple finie en (A.8) et (A.9). La fonction  $A(\chi - x_s)$  des intégrales simple dans (A.8) et (A.9) est une fonction qui se comporte bien vis-à-vis les anomalies d'intégration, sauf la région de singularité.

Pour évaluer l'intégrale à et près de la singularité, d'abord nous devons décrire la forme asymptotique de  $A(\chi - x_s)$ . Pour accomplir ceci, nous introduisons le comportement asymptotique suivant de l'intégrale elliptique complète.

$$\lim_{m \rightarrow 1} [K(m)] = \frac{1}{2} \ln 16 - \frac{1}{2} \ln(1-m) \quad (\text{A.10})$$

Où  $K(m)$  est l'intégrale elliptique complète de première espèce.

Le comportement asymptotique de  $A(\chi - x_s)$  peut être approximé à et près de la singularité  $\chi = x_s$  dans  $[-2\Delta x, 2\Delta x]$  par

$$A^{\text{Asy}}(\chi - x_s) = \lim_{\chi \rightarrow x_s} A(\chi - x_s) = -\left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \left(\frac{2}{W}\right) \left[ \frac{1}{2} \ln(16) - \frac{1}{2} \ln\left(2 \frac{|\chi - x_s|}{W}\right) \right]^2 \quad (\text{A.11})$$

Etant donné que les fonctions  $A(\chi - x_s)$  et  $\mathfrak{S}_b(\chi)$  sont continus par morceaux, nous devons intégrer sur chaque région continue en considérant la région de singularité dont l'endroit est déterminé par  $x_s$ . Par conséquent, pour évaluer les intégrales de (A.8) et (A.9) deux cas séparés sont à considérer :  $0 \leq x_s < 2\Delta x$  et  $x_s \geq 2\Delta x$ . **A.  $0 \leq x_s \leq 2\Delta x$**

### Evaluation de $I_{mn}^a$

Dans ce cas-ci, il existe un point de singularité d'intégration dans la région  $[-2\Delta x, 2\Delta x]$  à  $\chi = x_s$  résultant de  $A(\chi - x_s)$ . Donc, nous subdivisons l'intervalle d'intégration en trois régions : une région à et près de la singularité  $([x_s - \Delta\chi, x_s + \Delta\chi])$  et deux loin des régions de singularité  $([-2\Delta x, x_s - \Delta\chi])$  et  $([x_s + \Delta\chi, 2\Delta x])$ . Loin des régions de singularité  $([-2\Delta x, x_s - \Delta\chi])$  et  $([x_s + \Delta\chi, 2\Delta x])$ , une intégration numérique est utilisée. En suite, à et près des régions de singularité,  $A(\chi - x_s)$  et  $\mathfrak{S}_a(\chi)$  sont approximées par leurs fonctions asymptotiques et alors les intégrations sont effectuées analytiquement. Ceci mène aux intégrales de la forme

$$\int_{-2\Delta x}^{2\Delta x} A(\chi - x_s) \mathfrak{S}_a(\chi) d\chi = \int_{-2L}^{x_s - \Delta\chi} A(\chi - x_s) \mathfrak{S}_a(\chi) d\chi + \int_{x_s - \Delta\chi}^{x_s + \Delta\chi} A(\chi - x_s) \mathfrak{S}_a(\chi) d\chi + \int_{x_s + \Delta\chi}^{2\Delta x} A(\chi - x_s) \mathfrak{S}_a(\chi) d\chi \quad (\text{A.12})$$

Si  $A^{Asy}(\chi - x_s)$  et la fonction originale  $\mathfrak{I}_a(\chi)$  sont employées pour évaluer la deuxième intégrale de (A.12), une solution de forme exacte est possible. Mais elle a une forme compliquée et longue. Par conséquent, à et près de la région de singularité de  $A(\chi - x_s)$  et  $\mathfrak{I}_a(\chi)$  peut également être approximée comme fonction linéaire dans la région locale d'intérêt. En particulier, nous nous sommes intéressés à l'intervalle  $[x_s - \Delta\chi, x_s + \Delta\chi]$ . Dans cette région,  $\mathfrak{I}_a^{Asy}(\chi)$  est définie par

$$\mathfrak{I}_a^{Asy}(\chi) = \lim_{\chi \rightarrow x_s} \mathfrak{I}_a(\chi) = a_0(\chi - x_s) + \mathfrak{I}_a(x_s) \quad (\text{A.13})$$

où  $a_0 = \mathfrak{I}'_a(x_s)$  par rapport  $\chi$  évalué à  $\chi - x_s$ .

En utilisant (A.11) et (A.13), la deuxième intégrale de (A.12) peut avoir la forme suivante :

$$\int_{x_s - \Delta\chi}^{x_s + \Delta\chi} A^{Asy}(\chi - x_s) \mathfrak{I}_a^{Asy}(\chi) d\chi = \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \left(\frac{\Delta\chi}{W}\right) \mathfrak{I}_a(x_s) [2 + 6\ln(2)\ln(W) + 6\ln(2) + 2\ln(W) + 9\ln^2(2) + \ln^2(W) - 6\ln(2)\ln(\Delta\chi) - 2\ln(\Delta\chi) + \ln^2(\Delta\chi) - 2\ln(\Delta\chi)\ln(W)]. \quad (\text{A.14})$$

### **Evaluation de $I_{mn}^b$**

Dans ce cas, la procédure d'intégration est identique à celle du cas précédent, sauf à  $x_s = 0$  et  $x_s = \Delta x$ . Pour évaluer l'intégrale (A.9), la même procédure décrite pour le cas de  $I_{mn}^a$  est employée en remplaçant  $\mathfrak{I}_a^{Asy}(\chi)$  en (A.12) par  $\mathfrak{I}_b(\chi)$ . Ainsi, (A.7) peut être réécrite sous la forme

$$\mathfrak{I}_b(\chi) = b_0(\chi - x_s) + \mathfrak{I}_b(x_s), \quad \left\{ b_0 = -\frac{\pi}{2} \frac{3}{8} \quad \text{pour } 0 < x_s < \Delta x \quad \text{et} \quad b_0 = \frac{\pi}{2} \frac{1}{8} \quad \text{pour } \Delta x < x_s < 2\Delta x \right. \quad (\text{A.15})$$

Le résultat de la deuxième intégrale de (A.12) (dans le cas de  $I_{mn}^b$ ) peut employer la même formule de l'équation (A.14) en remplaçant  $\mathfrak{I}_a(x_s)$  par  $\mathfrak{I}_b(x_s)$ . Cependant, à  $x_s = 0$  et à  $x_s = \Delta x$ ,  $b_0(\chi - x_s)$  dans (A.15) n'est plus impaire. Par conséquent, pour chaque cas ( $x_s = 0$  et  $x_s = \Delta x$ ), la deuxième intégrale de (A.12) peut être résolue comme suit.

à  $x_s = 0$ ,

$$\begin{aligned}
\int_{-\Delta\chi}^{+\Delta\chi} A^{Asy}(\chi) \mathfrak{S}_b(\chi) d\chi &= \left( \frac{1}{16\pi} \right) \left( \frac{\Delta\chi}{W} \right) [8L \ln^2(16) + 16L + 16L \ln(16) - 3\Delta\chi \\
&- 16L \ln(16) \ln(2 \frac{\Delta\chi}{W}) + 8L \ln^2(2 \frac{\Delta\chi}{W}) - 6\Delta\chi \ln(16) - 6\Delta\chi \ln^2(2 \frac{\Delta\chi}{W}) \\
&- 16L \ln(2 \frac{\Delta\chi}{W}) + 12\Delta\chi \ln(16) \ln(2 \frac{\Delta\chi}{W}) + 6\Delta\chi \ln(2 \frac{\Delta\chi}{W}) - 6\Delta\chi \ln^2(16)].
\end{aligned} \tag{A.16}$$

à  $x_s = \Delta x$ ,

$$\begin{aligned}
\int_{\Delta x - \Delta\chi}^{\Delta x + \Delta\chi} A^{Asy}(\chi - \Delta x) \mathfrak{S}_a(\chi) d\chi &= \left( -\frac{1}{16\pi} \right) \left( \frac{\Delta\chi}{W} \right) [4\Delta x \ln^2(16) + 8\Delta x + 8\Delta x \ln(16) - 2\Delta\chi \\
&- 8\Delta x \ln(16) \ln(2 \frac{\Delta\chi}{W}) + 4\Delta x \ln^2(2 \frac{\Delta\chi}{W}) - 4\Delta\chi \ln(16) - 4\Delta\chi \ln^2(2 \frac{\Delta\chi}{W}) \\
&- 8\Delta x \ln(2 \frac{\Delta\chi}{W}) + 8\Delta\chi \ln(16) \ln(2 \frac{\Delta\chi}{W}) + 4\Delta\chi \ln(2 \frac{\Delta\chi}{W}) - 4\Delta\chi \ln^2(16)].
\end{aligned} \tag{A.17}$$

### **B. $x_s \geq 2\Delta x$**

**Evaluation de  $I_{mn}^a$  et  $I_{mn}^b$  :**

Dans le cas de  $x_s > 2\Delta x$ ,  $A(\chi - x_s)$  n'a pas de singularité dans la région  $[-2\Delta x, 2\Delta x]$ . Et les deux fonctions à intégrer dans (A.8) et (A.9) ont des valeurs nulles quand  $x_s$  se rapproche de  $2L$ . Par conséquent, les intégrales dans la région  $[-2\Delta x, 2\Delta x]$  peuvent être évaluées numériquement en utilisant leurs représentations fonctionnelles respectives de (A.5)-(A.7).

L'intégration analytique à et près de la région de singularité est effectuée après remplacement des fonctions originale  $A(\chi - x_s)$  et  $\mathfrak{S}_a(\chi)$  par leurs formes asymptotiques respectives définies en (A.11) et (A.13). Il est à noter que la valeur globale de l'intégrale (A.8) et (A.9) n'est pas sensiblement affectée par le facteur de pas  $\Delta\chi$ , qui est déterminé par les rapports d'erreur relative. En utilisant les deux cas A et B, nous pouvons maintenant évaluer l'intégrale simple finie en (A.8) et (A.9).



## ملخص

تناولنا في هذا البحث توظيف طريقة العزوم في المجال الطيفي لتوصيف اثنين من أجهزة الميكروويف المستوية والمطبوعة على ركيزة ذات خصائص كهرومغناطيسية ذات بنية معقدة. ينقسم هذا العمل إلى قسمين أساسيين، الأول يتعلق بتوصيف خط نقل ذي شريط ناقل دقيق (مكروي) مطبوع على ركيزة ذات وسط معقد البنية ذي خواص مزدوجة التباين (bianisotrope) يتميز بعوامل بنية تأسيسية على شكل مصفوفات مليئة.

تم تحليل العديد من حالات الوسائط المعقدة وحصلنا على سلسلة من النتائج المتعلقة بتحليل تأثير العناصر المغناطيسية-الكهربائية على معلمات خط النقل المميزة : خصائص التشتت والمعاقفة المميزة لخط النقل. في هذا القسم قمنا بتطوير صياغة رياضية معقدة في المجال الطيفي لاشتقاق معادلة التكامل للحقل الكهربائي من خلال حساب دالة (غرين) الطيفية، كما تم تطوير وعرض عبارات المجال الكهرمغناطيسي في المجال الطيفي لهذا الوسط.

في الجزء الثاني، قمنا بتحليل هوائي ثنائي القطب مطبوع على ركيزة ذات وسط كهرومغناطيسي معقد لانطباقي (chiral). كما تمت صياغة المعادلات الرياضية في المجال الطيفي وتم اشتقاق دالة (غرين) الطيفية الخاصة بهذا الوسط اللانطباقي. كما استخدمنا طريقة العزوم للحل العددي للمسألة. إن استخدام طريقة العزوم هذه يعني التقييم العددي للتكامل غير المحدود والبطيء من نوع سومرفيلد. ويهدف التغلب على هذه المشاكل خلال العمليات الحسابية العددية لجأنا إلى تطبيق تقنية القيمة المقاربة لتقييم هذه التكاملات. في هذا الجزء، تم تحليل تأثير خاصية اللانطباقية الدورانية (chiralité gyrotropique) على معاوقة المدخل لثنائي القطب المطبوع، كما تم استعراض ومناقشة النتائج الأصلية المتحصل عليها والتي كانت موضوع منشور علمي في مجلة دولية محكمة.

كلمات مفتاحية : خط النقل المكروي، هوائي ثنائي القطب مطبوع، طريقة العزوم، وسط متجان الخواص، وسط لانطباقي، تكامل سومرفيلد، تقنية القيمة المقاربة.

## **Résumé**

*Dans ce travail de recherche, la méthode des moments exprimée dans le domaine spectral est utilisée pour la caractérisation de deux dispositifs microondes de structure planaire à substrat ayant des propriétés électromagnétiques complexes. Ce travail est scindé en deux parties principales : la première concerne la caractérisation de la ligne de transmission microbande piégée implantée sur un substrat complexe bianisotrope, caractérisé par des tenseurs aux paramètres constitutifs pleins. Plusieurs cas de milieux complexes sont analysés et une série de résultats est obtenue concernant l'étude de l'effet des éléments des paramètres magnétoélectriques sur les paramètres caractéristiques de la ligne de transmission à savoir, la caractéristique de dispersion et l'impédance caractéristique. Une formulation mathématique laborieuse est développée dans le domaine spectral, à travers le calcul de la fonction dyadique de Green spectrale pour l'obtention de l'équation intégrale du champ électrique. Les expressions des champs électromagnétiques dans un tel milieu sont développées et présentées dans le domaine de Fourier. Dans la deuxième partie, une antenne dipôle imprimée sur un substrat à chiralité d'anisotropie gyrotropique est analysée. La formulation mathématique est effectuée dans le domaine spectral et la fonction de Green spectrale associée est développée. La méthode des moments est employée pour la résolution numérique du problème. L'utilisation de cette méthode implique l'évaluation numérique de l'intégrale de Sommerfeld lente et peu convergente. Une technique asymptotique est impliquée pour l'évaluation de ces intégrales dans le but de surmonter ces problèmes lors des calculs numériques. Dans cette partie l'effet de la chiralité gyrotropique sur l'impédance d'entrée du dipôle est analysé. Des résultats originaux sont obtenus et commentés, ce qui a fait l'objet d'une publication dans un journal de renommée internationale.*

**Mots clés :** *Ligne de transmission microbande, antenne dipôle imprimée, méthode des moments, milieux bianisotropes, chiral, intégrale de Sommerfeld, technique asymptotique.*

## **Abstract**

*In this research work, the method of the moments in the spectral domain is used for the characterization of two microwave planar structure devices printed on a substrate with complex electromagnetic properties. This work is divided into two main parts : the first is concerned with the characterization of a microstrip transmission line implemented on a complex bianisotropic substrate characterized by full tensors of the constitutive parameters. Several cases of complex media are analyzed and a series of results is obtained concerning the analysis of the effect of the magnetoelectric elements on the transmission line characteristic parameters : the dispersion characteristics and the characteristic impedance. A hard mathematical formulation is developed in the spectral domain for the derivation of the electric field integral equation through the calculation of the spectral dyadic Green's function. The spectral electromagnetic field expressions in such a medium are developed and presented. In the second part, a dipole antenna printed on a substrate with a gyrotropic chirality is analyzed. The mathematical formulation is carried out in the spectral domain and the associated spectral Green's function is developed. The method of moments is employed for the numerical resolution of the problem. The use of this method of moments implies the numerical evaluation of the infinite integral over the slowly decaying integrands of the Sommerfeld-type integral. An asymptotic technique is applied for the evaluation of these integrals with the aim of overcoming these problems during numerical calculations. In this part, the effect of the gyrotropic chirality on the dipole input impedance is analyzed. Original results are carried out and discussed, and were the subject of a publication in a international scientific review.*

**Key words** : *Microstrip line, printed dipole antenna, method of moments, bianisotropic media, chiral, Sommerfeld integral, asymptotic technique.*