**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE** MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

#### **UNIVERSITE DU 20 AOUT 1955 SKIKDA**

LABORATOIRE DE RECHERCHE EN ELECTRONIQUE DE SKIKDA-LRES

Faculté de Technologie

Département : Génie Electrique



Mémoire présenté pour de l'obtention du Diplôme de Magister Spécialité : AUTOMATIQUE Option : Diagnostic et Surveillance des Systèmes Par : Kared Saber

## Thème:

## Modélisation et Commande d'un Mini-Hélicoptère Drone

Soutenu publiquement le : 22 / 01 / 2013

Devant le jury composé de :

Président :	Dr L.MEHENNAOUI	MCA	Université de Skikda
Rapporteur :	Dr Z.AHMIDA	MCA	Université de Skikda
Examinateur :	Dr F.ARBAOUI	MCA	Université d'Annaba
Examinateur :	Dr A.GOUTAS	MCA	Université de Skikda

Année: 2013

## Remerciements

الحمد لله الذي اعانني على انجاز هذا العمل المتواضع و الصلاة والسلام على

محمد سيد المرسلين وعلى اله وصحبه اجمعين الى يوم الدين

Je tiens, tout particulièrement, à exprimer ma profonde

gratitude à mon encadreur **Dr.Z.AHMIDA** pour son aide sans réserve et ses précieux conseils.

Je tiens également à remercier messieurs les membres du jury :

#### Dr.H.MEHENNAOUI, Dr.F.ARBAOUI et Dr.A.GOUTAS pour avoir

acceptes d'évaluer mon travail.

Je remercie aussi tous les enseignants du département de Génie Electrique.

## Sommaire

Introduction générale		
Chapitre I : Généralité et Etat d'art		
I.2 : Etat de l'art	3	
I.2.1 : Les drones	3	
I.2.2.Quelques définitions sur les hélicoptères	3	
I.2.4.Construction Des Hélicoptères	4	
I.2.5.Les types d'hélicoptère	4	
I.2.5.1. Les hélicoptères birotors	4	
a- Rotors coaxiaux	4	
b- Rotors séparés	4	
c- Le convertible	4	
I.3.Description d'un hélicoptère monorotor	6	
I.1.3.Ensembles mécaniques	6	
a- Le moteur	6	
b- La boite de transmission principale	6	
c- Rotor principal	6	
d- Rotor arrière (anti-couple)	8	
c- Boite de transmission arrière	8	
I.3.2. Ensemble structural (fuselage)	8	
a- Structure avant	8	
b- Le train d'atterrissage	8	
c- Structure arrière	9	
c-1.La poutre de queue	9	
c-2. Les empennages	9	
I.4. Modes de vol	9	
I.4.1 .Le Vol stationnaire	9	
I.4.2 Le vol vertical	10	
I.4.3 Le vol de translation	10	
I.4.3.1. Les translations horizontales		
I.4.3.2. Les translations verticales		
I.1.4.3.3. La translation spatiale	11	
I.5. Stabilisateurs à inertie	11	

## Sommaire

I.6.Classification des drones	12	
I.6.1. Principales catégories		
I.6.2.Les mini drones (MUAV)		
I.6.3.Les microdrones (µUAV)		
I.7.Constitution d'un drone miniature et contraintes associées		
I.8.Missions des hélicoptères drones	15	
I.9. Etat de l'art		
I.10.Les techniques de commande linéaires	22	
I.11.Les techniques de commande non linéaires	23	
I.12.conclusion	24	
Chapitre II : Modélisation et Linéarisation		
II.1 Introduction	25	
II.2 Définition les repères de modélisation de L'hélicoptère	25	
II.3.Dynamique d'un corps rigide	25	
II.3.1Angles d'Euler	26	
II.3.2.Taux d'Euler	28	
II.3.3.Accélération angulaire		
II.3.4.Accélération de translation		
II.3.5.Equations final du corps rigide		
II.4.Force et équations de couple.		
II.4.1. Expressions des forces dans le référentiel BF	32	
II.4.1.1.Forces générées par le rotor principal	32	
II.4.1.2.Forces générées par le rotor de queue		
II.4.1.3.Forces générées par l'accélération gravitationnelle		
II.4.2.Equations final de les Force		
II.4.3. Expressions des couples dans le référentiel BF		
II.4.3.1 Vecteur-Couple généré par le rotor principal		
II.4.3.2. Vecteur-Couple généré par le rotor de queue		
II.4.3.3 Vecteur-Couple généré par la force de trainée sur le rotor principal		
II.4.4. Expression du vecteur-couple résultant	37	
II.5.Équations de battement et de la poussée	38	
II.5.1.Les Forces de poussée des rotors		
II.5.1.1. Force de poussée du rotor principal	38	
II.4.1.1.Équation de poussée du rotor principal	37	

## Sommaire

II.5.1.2. Force de poussée du rotor de queue	40
II.5.2. Equations des angles de battement du rotor principal	40
II.6.Les méthodes de linéarisation	42
Chapitre III : Commande Optimale et Poursuite des Trajectoires	
III.1. Introduction	46
III.2 Instrumentation Hélicoptère	46
III.2.1.Actionneurs	46
III.2.2.Capteur	47
III.3. Calcul de la commande optimale	48
III.3.1.Indice de performance	48
III.3.2.Linéaire Quadratique contrôle	48
III.4.Régulation optimale en mode vol-stationnaire	50
III.4.1.Conception de contrôleur stabilisation	50
III.4.2.Modélisation des perturbations connues	57
III.4.3 : Conception de contrôleur avec l'action intégral	62
III.4.4 : Conception d'un estimateur de Kalman	65
III.4.4.1.Calcul du gain de Kalman	66
III.5.Commande optimale en mode poursuite d'une trajectoire de référence	73
III.5.1.Modification du modèle linéaire de l'hélicoptère	73
III.5.2. Schéma linéaire conception de contrôleur	73
III.5.3.Décomposer le système	75
III.5.4. Conception d'une commande de poursuite de vitesse et de cap	76
III.5.4.1. Dynamique Latérale-Longitudinale	76
III.5.4.2. Dynamique de lacet-soulèvement	80
III.6.Résultats des simulations	81
III.6.1Manœuvre de décollage suivi d'un vol stationnaire	81
Chapitre VI : Commande Tolérante en présente des Défauts Capteurs	
IV.1. Introduction.	91
IV.2. Type de défauts	91
IV.2.1. Défauts actionneurs	91
IV.2.2 Défauts capteurs	91
IV.2.3 Défauts systèmes ou composants	92
IV.3. Modélisation des défauts	92
IV.4.Modélisation des perturbations	93
IV.5.Système tolérants aux défauts	93
IV.5.1. Classification des approches FTC	93
IV.5 .2 Approche passive de la commande FTC	94

IV.5.3. Approche active de la commande FTC	
a-L'accommodation des défauts	
b- La reconfiguration du système	95
C- La restructuration	
IV.5.4. L'architecture d'une commande FTC active	95
IV.6.Modèles du système simulé sous MATLAB/SIMULINK	
IV-7 Conclusion	

#### Résumé

Ce travail concerne la modélisation et les commandes non-linéaire d'un hélicoptère drone à modèle réduit (**R-50**), En ce qui concerne le développement d'un modèle non linéaire de l'hélicoptère, en va présente et énonce les équations décrivant le mouvement de l'hélicoptère, les forces et les couples menant au mouvement de l'hélicoptère, en décrit les relations aérodynamiques qui mènent à la génération des forces et des couples , traite la linéarisation du modèle non linéaire d'hélicoptère et les méthodes de linéarisation .finalement en vont l'exécution et la vérification du modèle linéaire et non linéaire, Différentes stratégies de commande sont utilisées pour commander le modèle réduit (**R-50**) la conception et les essais d'un contrôleur optimal pour le système et la commande backstepping qui stabilise le système en suivant une trajectoire , en va donne une introduction aux objectif de conception de commande après donne la conception d'un contrôleur optimal basé sur le modèle linéarisé, accomplit la pièce en décrivant les essais effectués sur le système commandé, finalement en va donne la conception et les résultats de contrôleur de suivi une trajectoire prédéfinie et la commande tolérante aux défauts en présente des défauts capteurs de vitesse de translation finalement en va fait une conclusion générale du projet en ce qui concerne le but principal.

Mots clés: Hélicoptère drone, modèle non linéaire,commande non linéaire,controleur optimal Abstract

This work relates to modeling and the orders non-linear of a helicopter drone to small-scale model (R-50), With regard to the development of a nonlinear model of the helicopter, goes from there presents and states the equations describing the movement of the helicopter, the forces and the couples leading to the movement of the helicopter, of described the aerodynamic relations which lead to the generation of the forces and the couples, treats the linearization of the nonlinear model of helicopter and the methods of linearization. finally go from there the execution and the checking of the linear and nonlinear model, Differences strategies of order are used to order the small-scale model (R-50) the design and the tests of an optimal controller for the system and the order backstepping which stabilizes the system while following a trajectory, goes from there gives an introduction to the objective of design of order after gives the design of an optimal controller based on the linearized model, achieves the part by describing the tests carried out on the ordered system, finally goes from there gives the design and the results of controller of follow-up a preset trajectory and the tolerant order with the defects into present of the defects velocity of translation, finally goes from there makes a general conclusion of the project with regard to the principal goal project. Keywords: Autonomous helicopter, nonlinear model, nonlinear control, optimal controller

الملخص:

الهدف الرئيسي من هذا المشروع المنجز في هذه المدكرة هو وضع نمودج تحكم غير خطي لطائرة بدون طيار وذلك بتطوير نمودج غير خطي التي تصف معادلات حركة الطائرة وذلك عن طريق عزم الدوران و القوى ووصف العلاقات الديناميكية الهوائية التي تؤدي إلى توليد القوىو عزم الدوران.

ونتناول كذالك طرق تحويل المعادلات غير خطى الىمعادلات خطية و تطبيقها و التحقق منها.

تعين استراتيجيات مختلفة من اجل التحكم و السيطرة على النمادج السابقة, وكذالك تصميم طريقة تحكم ومراقبة عند وقوع عيوب في اجهزة قياس السرعة.

اخيرا استنتاج عام للمشروع.

كلمات المفتاح:

الطائرة بدون طيار . غير خطي . الديناميكية الهوائية . معادلات خطية. السرعة . تحكم . مراقبة

**R** : Rayon de rotor principal

**R**<sub>t</sub> : Rayon de rotor de queue

 $y_m$ : Distance entre la COG et arbre de rotor principal dans le xy avion le long de l'axe y des ordonnées

 $\mathbf{h}_{\mathbf{t}}$ : La distance entre la COG et le rotor de queue centrent dans le *xz*-avion le long de l'axe de *z* 

 $l_m$ : Distance l'arbre entre la COG et rotor principal dans le de *xy*-avion le long de l'axe *x* des abscisses

 $l_t$ : La distance entre la COG et le rotor de queue centrent dans le de *xy*-avion le long de l'axe *x* des abscisses

 $\mathbf{h}_{\mathbf{m}}$ : Distance entre la COG et la HP le long de l'axe de z

I : Matrice d'inertie

 $\mathbf{\Omega}$ : Vitesse angulaire de rotor principal

 $\rho$  : Densité d'air

- A : Zone de disque de rotor
- **a** : Pente polaire constante bidimensionnelle
- B : Nombre de lames
- c : Longueur moyenne de corde de lame
- m : La masse d'hélicoptère
- $\sigma$  : Solidité de rotor
- $f_{wake}$ : Paramètre d'aileron de queue
- Ib : Inertie de battement d'une lame simple au sujet de charnière de battement
- $e_{MR}$ : Excentrage de charnière de rotor principal
- $\mathbf{R}_{CR}$ : Distance du centre du hub de rotor à l'extrémité du rotor de commande

 $R_{CR,p}$  : Distance du centre du hub de rotor au commencement de la palette de rotor de commande

*i*<sub>s</sub> : Angle d'inclinaison initial d'axe

 $m_b$ : Poids de lame de rotor principal

*M*<sub>*b*</sub> : La charnière de battement moment

*K<sub>MR</sub>* : Gain de tringlerie de Swash-plate

*K<sub>CR</sub>* : Commander le gain de tringlerie de rotor

 $\gamma$ : Fermer à clef le nombre

 $C_T$ : Coefficient de poussée

 $\varOmega_f$  :

 $k_1:\delta_3$  angle

 $k_2$ :

 $k_c$ : Coefficient d'interconnexion

AQMR : Coefficient de traînance de rotor principal

 $B_{QMR}$ : Coefficient de traînance de rotor principal

#### **Introduction Générale**

Les drones ou UAV (UnmannedAerialVehicles) sont des engins volants sans pilote capables de mener à bien une mission de façon semi autonome [1][2] ou en mode téléguidé. En effet, ils sont bien adaptés pour la réalisation de missions qui mettraient potentiellement un équipage en danger ou qui nécessitent une présence permanente sur zone déterminée. Les applications civiles des dronesse généralisent de plus en plus dans des domaines tels que la surveillance du trafic autoroutier, la prévention des feux de forêts, la récolte de données météorologiques ou bien encore l'inspection d'ouvrages d'art.

Le développement de plates-formes robotiques volantes ou drones connaît un essor croissant depuis quelques années en raison de la miniaturisation toujours plus poussée des capteurs et des actionneurs, mais surtout grâce à la possibilité d'embarquer des cartes de commande toujours plus performantes capables d'exécuter la masse de calcul nécessaire au contrôle des robots volants.

Quelle que soit la méthodologie suivie dans le processus de la conception d'un drone, la phase d'étude et de construction d'un modèle mathématique qui représente fidèlement le fonctionnement du système, sur la base des lois fondamentales de la physique et de l'aérodynamique, est la plus importante et la plus laborieuse. La démarche est importante car, l'existence d'un modèle fiable est une condition *sine qua non* à la conception et la mise en œuvre d'une stratégie de commande pour le drone et, est laborieuse à cause du caractère multidisciplinaire du système qui fait appel à des connaissances en physique, en aérodynamique et en mathématique.

L'objectif principal de ce travail porte sur l'analyse, la modélisation dynamique et la commande en vol autonome d'un mini hélicoptère drone. L'ensemble de la démarche pour atteindre cet objectif comporte la dérivation d'un modèle non linéaire de l'hélicoptère en se basant sur les lois de la physique et de l'aérodynamique et en exploitant les travaux de recherches effectués dans ce domaine. L'étape suivante consiste à programmer l'ensemble des équations décrivant le fonctionnement du système en un modèle Simulink modulaire par l'utilisation des blocs Simulink et des S-Functions. Pour les besoins de l'application et, pour que le programme soit fonctionnel, un type de mini hélicoptère fut sélectionné tel que les paramètres numériques nécessaires à la programmation soient disponibles. Il s'agit,à la fois, des paramètres de l'hélicoptère et du modèle linéaire sur lequel repose la stratégie de commande adoptée dans ce travail.

Concernant la technique de commande, une commande optimale est adoptée pour ce travail avec implémentation d'un observateur de Kalman pour l'estimation des variables d'état non mesurables. Cette commande est testée pour le cas d'un vol stationnaire avant d'être appliquée au cas, plus intéressant, de la poursuite d'une trajectoire désirée dans l'espace d'état. Le travail est clôturé par un essai sur la commande tolérante de l'hélicoptère en présence de défaut sur les capteurs.

Ce mémoire est organisé en quatre chapitres comme suit :

#### Chapitre 1 : Généralités et état de l'art

Ce chapitre est constitué de deux parties, d'abord une présentation sur les modèles aérodynamiques des hélicoptères en générale, des mini hélicoptères drones en particulier Ensuite une recherche bibliographique approfondie et détaillée sur l'état de l'art, les principales configurations, les missions de différents drones et les techniques de commande des hélicoptères drones.

#### Chapitre 2 : Modélisation et linéarisation

Dans ce chapitre, on présente étape par étape le processus de construction du modèle non linéaire de l'hélicoptère et, de l'identification des différents blocs constitutifs du modèle Simulink programmé. La fin du chapitre présente les paramètres numériques du modèle linéaire qui sera utilisé pour la mise en œuvre et la simulation de la commande.

#### **Chapitre 3 : Commande Optimal et Poursuite des Trajectoires**

Dans ce chapitre, l'objectif de la commande est d'entrainer l'hélicoptère vers un état d'équilibre caractérisé par des vitesses de translation nulles, et des angles d'orientation (d'Euler) constantes ou nulles. De cette façon, l'hélicoptère est stabilisé dans une manœuvre stationnaire. La technique de commande adoptée pour réaliser cet objectif est la commande optimale linéaire basée sur l'optimisation d'un critère quadratique.Le chapitre présente, aussi, une procédure systématique pour la conception d'un contrôleur pour la poursuite des trajectoires de référence prédéfinies. Une simulation pour une manœuvre de décollage est décrite et présentée.

#### Chapitre 4 : Commande tolérante en présente des défauts capteurs

Ce chapitre est un essai sur la commande tolérante en présence des défauts sur les capteurs du système. Une simulation est présentée, où défaut apparait brusquement sur un capteur alors que l'hélicoptère exerçait une manœuvre de décollage.

Le mémoire se termine par une note 'Conclusions et Perspective'.

Chaptere I

# Généralité et État de l'art

#### I.1. Introduction :

Ce chapitre est constitué de deux parties. D'abord une présentation sur les modèles aérodynamiques des hélicoptères en générale et des mini hélicoptères drones en particulier. Ensuite, une recherche bibliographique approfondie et détaillée sur l'état de l'art, les principales configurations, les missions des différents drones et les techniques de commande des hélicoptères drones.

#### I.2. Généralité sur les hélicoptères drones :

#### I.2.1.Les drones :

Les drones ou UAVs (UnmannedAerialVehicles) sont des engins volants sans pilote, capables de mener à bien une mission de façon autonome ou semi-autonome [1,2]. Leur utilisation principale est militaire pour des missions de reconnaissance ou de surveillance, sans risque de pertes humaines. En effet, ils sont bien adaptés pour la réalisation de missions qui mettraient potentiellement un équipage en danger ou qui nécessitent une permanence sur une zone qui serait fastidieuse pour un équipage à bord. Leur emploi a commencé par tout ce qui touche à l'observation puis a été étendu à la poursuite d'objectifs ainsi qu'à la guerre électronique, et à la destruction de cibles. Des applications civiles font leur apparition comme la surveillance du trafic autoroutier, la prévention des feux de forêts, la récolte de données météorologiques ou bien encore l'inspection d'ouvrages d'art. La taille des drones varie du centimètre à plusieurs mètres, tout comme leur mode de propulsion qui évolue en fonction des besoins. On distingue deux types de voilures : les voilures fixes pour le vol en mode translation et les voilures tournantes pour le vol stationnaire.

#### I.2.2.Quelques définitions sur les hélicoptères :

Un hélicoptère est un aéronef à voilure tournante dont -le ou- les rotors procurent à eux seuls la propulsion et la sustentation pendant toutes les phases du vol. Chaque rotor dit de sustentation, à axe vertical, est une sorte de grande hélice à pas variable, et comporte de deux à huit surfaces aérodynamiques appelées pales, qui servent à déplacer l'appareil à la fois dans le plan vertical et dans le plan horizontal. Comparé aux aéronefs classiques à ailes fixes, l'hélicoptère est d'une conception plus complexe, il est plus onéreux à l'achat et à l'usage, reste relativement lent, possède un rayon d'action réduit et il ne peut pas emporter de très lourdes charges.

Cependant, l'hélicoptère possède un avantage considérable sur l'avion : son aptitude à effectuer un vol stationnaire (maintenir une position fixe en vol) qui lui permet d'atteindre des endroits inaccessibles à son homologue à voilure fixe qui doit presque toujours utiliser

une piste pour le décollage et l'atterrissage. En contrepartie, l'hélicoptère a besoin d'un moteur bien plus puissant afin de le soulever du sol, limitant en cela sa capacité d'emport.

#### I.2.3.Construction des hélicoptères :

Il existe plusieurs formules de construction d'hélicoptères. La plus répandue, dont le premier à l'utiliser a été l'allemand Heinrich Focke est composée de deux parties essentielles :

- le rotor principal, dont l'axe est vertical. Il assure la portance, la propulsion et le contrôle d'attitude en tangage et en roulis de l'hélicoptère.
- le rotor de queue aussi appelé rotor anti-couple, dont l'axe est horizontal. Il empêche l'hélicoptère de tourner sur lui même lorsque le rotor principal tourne et permet d'assurer le contrôle en lacet.

#### I.2.4.Les types d'hélicoptère :

Généralement, on peut classifier les hélicoptères en service actuellement selon le nombre de rotors sustentateurs que l'appareil dispose ; d'où on distingue deux types :

Les hélicoptères monorotor : C'est la configuration la plus rencontrée, elle comporte un seul rotor pour la portance de l'hélicoptère, le rotor de queue n'est envisagé que pour la compensation et l'équilibrage de l'engin. (Voir figure I.1).

Les hélicoptères birotors: C'est le cas où il y a deux rotors portants simultanément, l'un tourne dans le sens opposé de l'autre. Cela permet de compenser les couples rotors entre eux, la présence d'un rotor anti couple n'étant plus nécessaire. On distingue trois types de cette famille :

- **a- Rotors coaxiaux :** Les deux rotors se trouvent sur le même axe, c'est le cas du « *Kamov 50* et*kamov32*»,(Figure I.3et I.4).
- **b-Rotors séparés :** Les deux rotors sont éloignés l'un de l'autre, exemple le *« BOIENG - CH47 - Chinook »*, (Figure I.2).
- **c- Le convertible :** C'est un compromis entre l'hélicoptère et l'avion ordinaire tel que l'avion américain le « *V22 Ospry* ». Les axes des rotors se trouvent en position verticale au décollage donnant une configuration d'hélicoptère (figure I.5), puis ils basculent en position horizontale pour le vol de translation en se transformant en un avion classique (figure I.6). Une telle technique est élaborée pour jumeler les avantages de l'avion ordinaire (grand vitesse d'avancement ou translation), et les avantages de l'hélicoptère (décollage et atterrissage verticale, et le vol lent ou stationnaire).

## Chapitre I : Généralités et état de l'art



Figure I.1: Sikorsky Sea King.



Figure I.3: Kamov 50.



Figure I.2: Boeing -CH 47-Chinook.



Figure I.4: Kamov32



Figure I.5: V 22 au décollage



Figure I.6 : V22 vol de translation

#### I.3.Description d'un hélicoptère monorotor :

Vue de l'extérieur, l'hélicoptère monorotor se compose de plusieurs organes essentielles : une hélice de grand diamètre appelée rotor principale, une petite hélice appelée rotor anticouple, un fuselage, des empennages, des atterrisseurs, et d'autres accessoires (figure I.7).

#### I.3.1.Ensembles mécaniques :



Figure I.7: Chaîne de transmission dans un hélicoptère monorotor

#### a. Le moteur:

De nos jours ; C'est le plus souvent un turbomoteur a grand régime de rotation et a rapport de la puissance à la masse élevé, pour un appareil d'une masse de 2000 Kg la puissance est voisine de 500 CV (368 KW).Les petits hélicoptères sont équipés de moteur à piston semblable à ceux utilisés dans les voitures mais à rapport puissance/masse plus important.

#### b. La boite de transmission principale :

Il s'agit généralement d'un réducteur qui permet de passer du régime moteur ou régime de rotation élevé au régime rotor ; situé entre 300 et 400 tours par minute et qui, par conséquent, doit transmettre des couples très importants.

#### c. Rotor principal :

C'est l'ensemble mécanique le plus important de l'hélicoptère, il offre non seulement la sustentation (force de portance qui permet de pratiquer le vol vertical), mais également assure le vol de translation horizontal ; il affecte ainsi la majeure partie du contrôle de l'appareil dans les cas de vol envisagés sur les axes : roulis et tangage. Le rotor est constitué essentiellement de (figure I.8):

- Des pales qui en se mettant en rotation, transforment l'énergie mécanique du moteur en une force aérodynamique portante, ceci grâce à leurs formes d'une aile allongée avec une section profilées. leurs nombre varient de deux à plusieurs pales suivant la grandeur de l'appareil.
- Un **moyeu** fixé sur le mat rotor dont le rôle est de supporter les pales en assurant une liaison articulée (articulation de pas, de traînée et de battement) entre le mat et les pales.
- Un **mat** fixé sur la boite de transmission principale. Il entraîne le moyeu, et transmet à la structure la portance du rotor par l'intermédiaire des barres de suspension. Le mat comporte aussi le plateau cyclique, un mécanisme compliqué responsable du changement de l'angle d'inclinaison des pales face au vent -angle d'incidence- afin de varier la force aérodynamique de portance, et par conséquent contrôler le vol de l'hélicoptère.



Figure I.8 : Rotor principal

#### d. Rotor arrière (anti-couple):

Dans un hélicoptère, le couple de rotation transmis du moteur au rotor principale crée un couple rotor qui fait tourner le reste de l'appareil autours de l'axe de lacet dans le sens contraire à la rotation des pales. A cet effet, pour compenser ce couple rotor, un rotor arrière est généralement placé. C'est un rotor auxiliaire de petite taille, animé d'un mouvement de rotation transmit du rotor principal par un arbre. Il est utilisé ainsi pour manœuvrer l'appareil autours de l'axe de lacet en variant la grandeur de la force aérodynamique fournie par les pales avec le changement de l'angle d'incidence.

#### e.Boite de transmission arrière :

C'est une boite intermédiaire entre la boite de transmission principale et le rotor arrière, elle participe à la réduction de vitesse et fournie au rotor arrière la vitesse adéquate de fonctionnement. Elle dispose d'engrenages coniques pour l'inclinaison de mouvement de  $90^{\circ}$ .

#### I.3.2.Ensemble structural (fuselage) :

La structure (fuselage) peut être divisée en plusieurs éléments qui sont :

- Structure avant.
- Structure arrière.
- Les atterrisseurs.

#### a. Structure avant :

C'est la partie la plus importante du fuselage, car elle comporte la cabine pilote, cabine passagers ou frets, compartiment des ensembles mécaniques (moteur, boite de transmission principale, rotor, commandes de vol...), ainsi que les autres accessoires tels que le réservoir carburant, circuit hydraulique, instruments électriques et électroniques ...etc. La structure centrale supporte directement les principaux efforts en vol (portance et poids) et à l'atterrissage.

#### b. Le train d'atterrissage :

Les atterrisseurs servent d'assise à l'appareil, protègent la structure lors des atterrissages et amortissent les vibrations. Selon l'utilisation de l'hélicoptère, on rencontre plusieurs types d'atterrisseurs :

- Atterrisseurs a roues
- Atterrisseurs a patins.
- Atterrisseurs a ski.
- Atterrisseurs a flotteurs gonflables.

#### c. Structure arrière :

Elle est composée essentiellement de :

- La poutre de queue : C'est une poutre longue qui supporte le rotor anti-couple, les accessoires de transmission arrière (arbre, palier, boite de transmission arrière, commandes de rotor arrière), et les empennages. La longueur de la poutre de queue est faite pour augmenter le bras de levier du moment du rotor anti-couple, et par conséquent, réduire les dimensions du rotor arrière tout en préservant la grandeur du couple nécessaire à l'équilibrage de l'engin.
- Les empennages : Ce sont des surfaces stabilisatrices et profilées. Elles sont constituées d'une dérive et d'un plan fixe horizontal généralement calé de 0 à 40 degré. lorsqu'elles sont soumises au vent relatif, elle tendent à s'opposer au changement d'assiette de l'appareil, et le ramener à son assiette d'origine s'il s'en est écarté.

#### I.4. Modes de vol :

Dans la littérature, le fonctionnement aérodynamique et mécanique est analysé selon le type de vol que réalise l'hélicoptère. L'hélicoptère exécute en principe trois sortes de vols :

Vol stationnaire : l'appareil étant immobile par rapport à l'air.

**Vol vertical** : ascendant ou descendant.

Vol de translation : horizontalement ou incliné.

#### I.4.1.Le Vol stationnaire :

Il est réalisé lorsque l'hélicoptère reste à une certaine hauteur par rapport au sol en ayant une vitesse de translation pratiquement nulle. Dans ce mode de vol, l'hélicoptère a la liberté de faire des rotations autour de l'axe vertical. Le vol stationnaire (figure I.9) est obtenu lorsque la valeur de la force sustentatrice et la valeur de la force de pesanteur sont égales et opposées.



Figure I.9: Vol stationnaire

#### I.4.2. Le vol vertical :

Dans le vol vertical, la résultante vectorielle de deux forces aérodynamiques (poussée + sustentation) et la force totale de pesanteur s'opposent l'une à l'autre. Le vol est ascendant ou descendant, suivant que l'effet aérodynamique est supérieur ou inférieur au poids de l'appareil. La figure (I.10) décrit un vol vertical ascendant.



Figure I.10: Vol vertical ascendant

#### I.4.3.Le vol de translation :

Le vol de translation correspond à tout vol en avant, en arrière ou sur le coté. Pour la réalisation de ce déplacement, il faut incliner la résultante des forces aérodynamiques de l'engin pour créer une force de traction horizontale, latérale ou les deux. On distingue les trois classements de vol de translation :

#### I.4.3.1. Les translations horizontales :

Elles sont définies de façons similaires aux translations verticales mais cette fois-ci dans le plan horizontal ou dans les directions longitudinales ou latérales. Le vol dans la direction longitudinale de la figure(I.11) est connu sous le nom de vol en palier.



Figure I.11: Vol de translation

#### I.4.3.2. Les translations verticales :

Elles sont définies quand l'hélicoptère se déplace dans deux directions simultanément, par exemple dans les mouvements longitudinale-vertical ou latérale-vertical ou bien lorsqu'il fait un vol vertical.

#### I.4.3.3. La translation spatiale :

Elle est développée dans l'espace tridimensionnel suivant les trois directions de déplacement en translation.

#### I.5. Stabilisateurs à inertie :

L'exécution d'une manœuvre de vol (exemple lors du passage du vol stationnaire au vol en avant ou en palier), peut poser un problème de stabilité de l'hélicoptère, alors il est recommandé de ralentir la dynamique de ce passage en ralentissant le changement de l'angle de pas des pales du rotor principal. Ceci est réalisé en introduisant une barre stabilisatrice qui prend une fraction du pas cyclique et l'applique doucement sur les pales du rotor principal (Figure I.12).Cette barre est un axe en métal perpendiculaire aux pales principales et dont les extrémités sont munies de palettes. Ces palettes sont unies par une série de mélangeurs mécaniques au disque oscillant et aux pales principales. Grâce à ces mélangeurs, l'ensemble barre stabilisatrice-palettes fonctionne comme "modulateur" des ordres qui parviennent du disque oscillant. Sans ce système, l'hélicoptère répondrait trop vite aux commandes et aux éléments déstabilisateurs externes (rafales de vent, par exemple) et il serait incontrôlable.



Figure I.12: Le stabilisateur à inertie

#### I.6. Classification des drones :

#### I.6.1. Catégories Principales :

#### a) Selon leur voilure :

On peut distinguer les drones selon leur mode de déplacement : le vol de translation est caractéristique des drones à ailes fixes et le vol stationnaire des drones à voilure tournante. Le premier type est destiné à des missions de plus grande portée (plusieurs centaines de kilomètres), alors que le second type doit répondre aux exigences des missions de types urbaines. Les drones à voilure tournante doivent être capables de se mouvoir à travers des rues en évitant tous les obstacles, de rentrer dans des pièces pour les inspecter, de retransmettre toutes les données en temps réel et enfin de revenir à leur point de départ. Le second type fait partie des VTOL-UAV (Vertical Take-Off Launched) ou ADAV (Appareils à Décollage et Atterrissage Verticaux). Le drone idéal serait par conséquent un drone capable de se déplacer à grandes vitesses de translation (plusieurs centaines de km/h, selon ses dimensions) et aussi capable de vol stationnaire et ayant une grande manœuvrabilité dans des espaces confinés.

#### b) Selon leur taille :

Il n'existe pas une façon unique de classer les drones selon leur taille. Le Royaume-Uni et l'Australie les ont répertoriés en deux groupes basés sur leur masse. Les Etats-Unis ont proposé une répartition en cinq catégories : micro, mini, tactique, MALE (Medium Altitude Long Endurance) et HALE (High Altitude Long Endurance). Une sixième catégorie pourrait faire son apparition avec des drones gros porteurs type cargo [3].

#### I.6.2.Les mini drones (MUAV) :

#### a) A voilures fixes :

Les premiers drones miniatures firent leur apparition lors de la 1ère guerre du Golfe en 1991. La marine américaine possédait une soixantaine de "BQM-174 Exdrone" (futur Dragon Drone) de BAI Aerosystems et une cinquantaine de "FQM-151A Pointer" d'AeroVironment (Figure I.13). Destinés au même type de mission (reconnaissance au moyen d'une caméra CCD) et d'une envergure proche (2.5 m), leur différence réside dans leur rayon d'action. En effet, le premier est équipé d'un moteur thermique qui lui permet une plus grande autonomie (3 heures et des altitudes de 3000 mètres) alors que le second est équipé d'un moteur électrique alimenté par des batteries Lithium qui limite l'autonomie (1 heure et un plafond aérien de 300 mètres).



Figure I.13: Les premiers mini drones utilisés pendant la guerre du Golfe : l'Exdrone et le Pointer (1991)



Figure I.14: Exemples de VTOL : les Cypher-I et -II américains et le Vigilant français

Dans ces dimensions, les deux types de propulsions se côtoient. Cependant, les moteurs thermiques restent toujours prédominants pour les plus grandes envergures.

#### b) A voilures tournantes :

Le premier d'entre eux à être performant fut le "Cypher" de Sikorsky (Figure I.14) au début des années 90. Equipé d'un moteur thermique et de deux hélices contrarotatives, il a une autonomie de 3 heures, pour ses 2 mètres d'envergure et ses 115 kg dont 20 kg de charge utile. Il aboutit en 2002 au "Cypher II" ou "Dragon Warrior" de masse similaire et de dimensions légèrement plus grandes, il a une autonomie de 3 à 5 heures, et peut atteindre 185 km/h. Ce type de structure se démarque des structures plus conventionnelles type hélicoptère. En 1997, l'armée française se dota du "Vigilant" de Techno Sud Industries, un hélicoptère autopiloté capable de reconnaissance dans un rayon de 30 km. Il est équipé d'un moteur thermique de 9 kW, pèse 40 kg et possède une hélice de 2 mètres de diamètre (Figure I.14).

#### **I.6.3.Les microdrones** ( $\mu$ UAV) :

Les microdrones sont des drones ayant des tailles variant du centimètre à quelques dizaines de centimètres. En 1997 et dans le cadre de son programme de développement, la DARPA (DefenceAdveancedResearchProjectsAgency) a appelé microdrone tout drone ayant une taille inférieure à 15 cm. En Europe, la limite n'est pas aussi claire puisque le Do-Mav d'EADS-Dornier avec ses 42 cm d'envergure est considéré comme un microdrone. Les microdrones se

sont beaucoup développés ces dernières années, tout d'abord aux Etats-Unis où la DARPA (DefenceAdveancedResearchProjects Agency) a financé différents projets et concours universitaires pour le développement de tels engins, et ensuite en Europe et en France où la DGA (Délégation Générale de l'Armement) a lancé un concours universitaire en collaboration avec l'ONERA (Office National d'Etude et de Recherche Aérospatial). De plus, des compétitions de microdrones sont désormais régulièrement organisées dans le monde entier (France, USA, Allemagne, Corée) qui sont l'occasion pour les universitaires et les passionnés d'aéromodélisme de montrer et mettre en commun leur savoir-faire. Grâce à ces programmes de recherche, beaucoup de structures à ailes fixes, à voilures tournantes ou ailes battantes furent étudiées et réalisées.

En France, plusieurs programmes de développement de drones miniatures ont été mis en place par la DGA (Délégation Générale de l'Armement) à partir de 2002. La première génération a vu le jour en 2006 avec le DRAC (Drone de Reconnaissance Au Contact), développé par EADS (EuropeanAeronauticDefense and Spacecompany), qui doit équiper le fantassin et lui permettre de déceler et localiser une présence ennemie ou une attitude hostile sur un axe ou des points précis. (Figure I.15).

#### I.7. Constitution d'un drone miniature et contraintes associées :

La miniaturisation des drones est un formidable défi technique qui fait apparaître des problèmes multidisciplinaires à résoudre :

- a) En aérodynamique, les véhicules vont fonctionner à de faibles nombres de Reynolds, un domaine encore très peu exploré et maîtrisé.
- b) En propulsion, les moteurs doivent être petits et puissants tout en ayant de bons rendements énergétiques pour assurer une autonomie suffisante.
- c) En charge utile, les drones miniatures ne pourront pas embarquer les systèmes de guidage ou de surveillance habituels, mais des systèmes redimensionnés et repensés pour y être intégrés.
- d) En dynamique de vol, ces engins plus légers seront plus sensibles aux perturbations extérieures.

L'enjeu principal pour la construction d'un drone miniature est de pouvoir maximiser son autonomie pour une masse donnée, tout en assurant la puissance nécessaire à sa propulsion et à l'alimentation des instruments embarqués.

Formules aérodynamiques	Projets	
Convertibles		
Bi-rotors carénés contrarotatifs à pas cyclique et collectif		
Bi-rotors carénés contrarotatifs à pas fixe + volets et/ou rotors additionnels		
Mono-rotor + redresseur et volets de contrôle		
Hélicoptère à rotor anti- couple et caréné		
Quadri-rotors		
Ailes Battantes		

Figure I.15: Projets retenus pour le concours microdrones de l'ONERA

#### I.8. Missions des hélicoptères drones :

Nous évoquons ici les différentes missions pour les hélicoptères drones :

**a.** Recherche et sauvetage (figure I.16) :

- Les hélicoptères drone peuvent effectuer rapidement et systématiquement des recherches dans un secteur très grand pour localiser des victimes d'un accident ou d'une catastrophe naturelle.
- Ils peuvent focaliser les efforts de la recherche et aider l'équipage de sauvetage à l'opération de sauvetage au lieu de longue opération de recherche.
- Ils peuvent plus aisément être déployés dans les conditions atmosphériques qui

empêcheraient normalement la recherche et le sauvetage pilotés par l'homme

- Ils peuvent être sacrifiés en conditions très dangereuses pour sauver des vies humaines. Les exemples typiques incluent le vol près d'un incendie de forêt pour rechercher les individus perdus, recherches dans des secteurs contaminés, et identification des fuites radioactives potentielles après un accident de réacteur nucléaire.
- **b.** Surveillance (figure I.17) :
  - Les hélicoptères drones peuvent contrôler un secteur et rapporter l'activité intéressante ou peu commune.
  - Ils peuvent automatiquement localiser et identifier une activité suspecte et effectuer une détection efficace visuelle des objets ou des personnes impliqués jusqu'à l'arrivée des forces terrestres.

**c.** Application de la loi (figure I.18) :

- Les drones peuvent voler au-dessus de véhicules pour aider la police dans des poursuites ou des opérations de recherche de criminels.
- Postés sur des bâtiments dans des secteurs urbains, ils peuvent être envoyés en quelques secondes pour prendre des images de points sensibles.

**d.** Inspection (figure I.19) :

- Les hélicoptères drones peuvent inspecter les lignes électriques à haute tension dans des sites lointains ou difficiles d'accès.
- Ils peuvent inspecter de grandes structures telles que des ponts et des barrages de manière rentable.
- Ils peuvent être rapidement sollicités pour inspecter des bâtiments et des routes pour déceler les dommages potentiels après un tremblement de terre.
- Ils peuvent localiser les matériaux dangereux dans des emplacements de rebut par le transfert d'images aériennes aux experts humains ou par l'identification automatique de décharges de conteneurs ou de matériaux par la vision à bord.

e. Cartographie (figure I.20) :

- Les hélicoptères drones peuvent construire des cartes topologiques plus précises que l'avion conventionnel avec beaucoup d'économie.
- A la différence des avions, ils peuvent voler près de la terre tout en portant des appareils photographiques ou des sondes pour construire des cartes en 3D de haute résolution.

- Ils peuvent voler dans des secteurs plus petits et plus contraints pour construire des cartes détaillées.
- **f.** Cinématographie (figure I.21) :
  - Les hélicoptères drones peuvent être la caméra ou l'œil-dans-le-ciel d'un directeur artistique.
  - Ils peuvent voler avec précision grâce à l'ordinateur qui permet de se passer de pilotes humains habiles pour la photographie aérienne.



Figure (I.16) : Utilisation de drone dans le recherche et sauvetage



Figure (I.17) : Utilisation de drone pour la surveillance



Figure (I.18) : Utilisation de drone pour faire appliquer la loi



Figure (I.19) :Utilisation de drone pour l'inspection



Figure (I.20) : utilisation de drone dans le domaine de la cartographie



Figure (I.21) : Utilisation de drone dans le domaine de la cinématographie

#### I.9.Etat de l'art :

Ces dernières années, la conception et la mise au point des algorithmes de commande pour les hélicoptères drones a fait l'objet d'un certain nombre d'études. Ceci est dû au besoin de produire des véhicules aériens manœuvrables et autonomes, pour des applications militaires ou civiles. Alors qu'ils sont plus lents et moins efficaces que des avions, les hélicoptères sont capables de décollages et d'atterrissages verticaux, de vols stationnaires, et en général ils sont plus manœuvrables dans des espaces limités. Par conséquent, les hélicoptères représentent l'une des meilleures plates-formes pour des opérations dans des environnements sur bains ou encombrés. Cependant, la dynamique de l'hélicoptère est plus compliquée que celle d'un avion à voilure fixe : l'hélicoptère est en soi instable sur certaines plages de vol et présente une dynamique fortement couplée, et les caractéristiques de vol changent nettement en dehors de l'enveloppe de vol. Les travaux de recherche sur les hélicoptères drones s'articulent autour des problèmes de modélisation, identification de commande.

Le principal objectif de la plupart des articles traitant des problèmes de modélisation d'un hélicoptère drone est d'identifier un modèle linéaire à 6 degrés de liberté grâce à une série de données enregistrées lors de quelques essais en vol ou en soufflerie.

Le problème de commande des hélicoptères est une tâche délicate puisque la dynamique du système est fortement non linéaire et pleinement couplée, et également sujette aux incertitudes paramétriques. Souvent, lors de manouvres complexes de l'hélicoptère, la force de poussée est une fonction des angles de roulis, de tangage et de lacet. Les entrées de commande sont invariablement limitées aux variations longitudinales des pales du rotor principal et du rotor de queue, et à la commande de puissance du moteur. En outre, le rotor de queue doit

compenser exactement le couple de rotation dû au rotor principal afin que l'hélicoptère maintienne un angle de lacet régulier.

**En 2003**:J.C. Avila Vilchis, et al. [4] présente le développement d'un modèle non linéaire et d'une stratégie non linéaire de commande pour un hélicoptère modèle VARIO. Le modèle est un 7-DDL (degré-de-liberté) qui est réduit en un modèle 3-DDL représentant un hélicoptère monté sur une plate-forme expérimentale. Le modèle non linéaire proposé possède toutes les caractéristiques qui font de son étude un défi intéressant, même dans le cas 3-DLL. Les résultats des expérimentations et des calculs numériques sur la plate-forme de l'hélicoptère ont permis des développements théoriques du modèle ainsi que des estimations robustes de certains paramètres étudiés.

**En 2004**: Minh-Duc Hua et al. [5] s'intéressent aux véhicules aériens de type VTOL (Vertical Take-off and Landing) qui appartiennent à la classe des systèmes sous actionnés. Dans un premier temps, ils présentent une synthèse des méthodes de commande classiquement utilisées pour ces engins. Ils présentent ensuite une méthode qui exploite la structure d'actionnement commune à la plupart de ces systèmes, a savoir une seule commande en poussée dans une direction privilégiée du véhicule et un actionnement complet de la dynamique de rotation. Cette structure d'actionnement caractérise la plupart des véhicules conçus par l'homme : avions, bateaux, aéroglisseurs, sous-marins, et bien évidemment les VTOLs. La méthode de synthèse ne se limite donc pas au seul cas des VTOLs et permet de traiter différents modes opérationnels, tel que la stabilisation de la vitesse ou de la position du véhicule autour de consignes spécifiques. Une action intégrale peut être incorporée dans la loi de commande afin de garantir un comportement robuste vis-à-vis de perturbations extérieures (rafales de vent par exemple).

En 2006 Tarek Hamel et Philippe Souères[6] présentent un ensemble de résultats relatifs à la modélisation, l'estimation, et la commande des drones à voilures tournantes. Cette étude s'appuie sur un ensemble de projets récents menés par des laboratoires de recherche français. Ils proposent tout d'abord une description des configurations les plus connues de ce type de véhicule et ils analysent leurs atouts et leurs faiblesses sur la base des spécificités dynamiques. Une description des stratégies de contrôle permettant de répondre à différents objectifs de navigation est ensuite donnée. Les auteurs abordent aussi les problèmes d'estimation de l'état en offrant une description des différentes approches du problème de filtrage permettant de fusionner les différentes données sensorielles pour reconstruire tout ou partie de l'état du véhicule. Les techniques d'asservissement visuel dédiées àla commande des drones sont aussi présentées.

En 2007 Adnan MARTINI et al.[7] présentent une étude sur les hélicoptères drones fonctionnant dans un environnement extérieur où l'exécution de la mission peut être affectée par des turbulences atmosphériques qui mènent à des écarts de trajectoires et à des variations dans les paramètres de son modèle. Un modèle simple non linéaire à 3-DDL d'un hélicoptère drone avec des perturbations inconnues est considéré et utilisé. Les effets de ces perturbations de type rafales de vent sont atténuées par l'intermédiaire de commandes non linéaires robustes (une commande linéarisante robuste et une commande active de rejet de perturbation) qui utilisent un observateur non linéaire à état étendu. Plusieurs simulations montrent alors la meilleure efficacité du rejet de perturbations par l'utilisation de l'observateur non linéaire considéré.

**En 2007** MOUHINGOU Alexis et al.[8]présentent le modèle dynamique complet d'un hélicoptère flexible à quatre rotors. Ils établissent la dynamique du système mécanique en utilisant une approche Lagrangienne du mouvement basée sur la méthode des coordonnées généralisées relatives. Une analyse du comportement vibratoire des hélices est faite en considérant le phénomène de couplage aéroélectrique. Enfin, des résultats de simulation numérique permettent de valider le modèle avec les résultats expérimentaux du drone XSF du Laboratoire IBISC de l'Université d'Evry.

**En 2008** Farid Kendoul et al.[9] présentent une nouvelle configuration pour un drone miniature autonome. Ce dernier utilise un mécanisme de contrôle original qui comporte deux rotors montés latéralement. La direction de la poussée totale peut être obtenue en forçant les rotorsà pivoter latéralement et longitudinalement. L'étude de ce mécanisme montre que les couples nécessaires pour la commande peuvent être obtenus en exploitant la nature gyroscopique des rotors pivotants. Cette configuration a été validée sur deux prototypes construits par les auteurs. Après une description du modèle dynamique de l'hélicoptère birotor, une loi de commande basée sur des saturations imbriquées est appliquée. Les résultats de simulation ont montré les bonnes performances de la stratégie de commande proposée.

En 2010 MARTINI Adnan et al.[10] appliquent une commande par linéarisation approximative basée sur un modèle approché d'un hélicoptère drone (VARIO Benzin Trainer à 7DDL). En parallèle, un observateur à modes glissants d'ordre supérieur est utilisé. L'observateur à modes glissants d'ordre supérieur fonctionne comme un observateur et comme un estimateur des perturbations externes (rafales de vent et bruits). La régulation utilisée (observateur-estimateur-contrôleur) permet l'utilisation d'un nombre réduit de capteurs. Plusieurs simulations montrent alors que l'ajout de cet observateur contrôleur

permet de compenser l'effet des forces de translation d'amplitude faible, de la résistance de l'air, de l'incertitude des paramètres du modèle de l'hélicoptère et de la rafale de vent.

Parmi les ouvrages traitant la théorie de la modélisation de l'hélicoptère, on trouve le livre de Wayne Johnson [11] où l'auteur explique tous les détails nécessaires pour obtenir un modèle d'hélicoptère. Un autre livre, celui de Prouty [12] donne une introduction à la dynamique de l'hélicoptère et particulièrement, la théorie aérodynamique du rotor en présentant une approche de modélisation de l'hélicoptère adaptée à la simulation.

#### I.10. Les techniques de commande linéaires :

L'élaboration de lois de commande linéaires pour contrôler le mouvement d'un hélicoptère pose de nombreux problèmes car les modèles linéaires simplifiés sont généralement loin de la réalité du système physique. Ce qui rend l'élaboration de lois de commande performants sur les modèles linéaires très difficiles.

Nous trouvons dans [13] une comparaison de deux types de commande (linéaire et non linéaire). La commande linéaire par placement de pôles se base sur le modèle linéarisé et simplifié de l'hélicoptère, où on néglige les petites forces de translation. Les principales entrées de commande sont données dans le tableau 1.1, où  $T_M$  est la force de poussée du rotor principal,  $T_T$  est la force de poussée du rotor de queue, **a** et **b** sont respectivement les angles longitudinal et latéral de battement vertical par rapport au plan perpendiculaire à l'arbre moteur.

Entrée	Translation	Rotation
T <sub>M</sub>	Ζ	_
$T_T$	_	ψ
а	x	θ
b	У	φ

Tableau I.1 : les principales entrées de commandes

Une autre utilisation de la commande par placement de pôles se trouve dans [14]. Dans [15,16], il a été proposé d'utiliser la théorie de la commande robuste  $\mu$ -Synthèse afin de contrôler un hélicoptère en mode de vol stationnaire. En effet dans [16], en supposant que toutes les incertitudes peuvent être regroupées dans un seul terme, alors le problème de la

commande est défini comme suit : trouver un contrôleur interne stabilisant tel que quelque soit les incertitudes, le système bouclé soit stable. Nous trouvons la commande linéaire "gainscheduling" floue dans l'article [17], les auteurs utilisent un modèle non linéaire à 6DDL pour déterminer les points d'équilibres pour différents modes de vol de l'hélicoptère, ensuite pour chaque point d'équilibre, un modèle linéarisé de l'hélicoptère peut être dérivé en utilisant un développement de Taylor. Ils ont élaboré une commande par retour d'état simple pour le modèle linéaire :

#### $u = -k \cdot x + r_0$

Où  $r_0$  est la référence et x le vecteur d'état du système. La référence [18] est un exemple de l'application de technique linéaire gaussienne quadratique LQG dans la commande d'un hélicoptère. Dans [19,20], nous trouvons une commande PD pour stabiliser l'altitude et l'angle de lacet d'un mini-hélicoptère à quatre rotors. Ensuite, les auteurs font une comparaison entre la commande non linéaire par la méthode de saturation imbriquée et la commande LQR linéaire.

L'article [21] présente les techniques de la commande modale et de la structure propre et, dans [22], nous trouvons une application de trois types de commandes LQG, LTR et  $H_{\infty}$  pourcontrôler différents modes de vol (longitudinal et latéral) d'un hélicoptère et en présence desperturbations dues aux dynamiques des rotors et à un changement de point de vol amenant l'hélicoptère dans une plage de vol différente. L'auteur a trouvé que les commandes LQG/LTR sont moins robustes que la commande  $H_{\infty}$  surtout en présence de la perturbation, et l'autreinconvénient est que l'ordre du correcteur (LQG/LTR) est assez élevé, d'une part en raison des pondérations ajoutées, d'autre part à cause de l'utilisation du filtre de Kalman nécessaire pour la construction des états non mesurables.

#### I.11 .Les techniques de commande non linéaires :

Les conceptions de contrôleurs non linéaires sont majoritairement basées sur la notion de la linéarisation de la boucle fermée du modèle non linéaire de l'hélicoptère [23,24]. L'idée est de transformer la dynamique non-linéaire en forme linéaire en utilisant le retour d'état, avec la linéarisation entrée/état correspondant à la linéarisation complète ou partielle. C'est le dernier type de linéarisation de la boucle fermée qui est normalement utilisée pour la conception de contrôleur dans le cas des hélicoptères drones. La linéarisation entrée-sortie signifie la génération d'une relation différentielle linéaire entre la sortie et une nouvelle entrée.

Un système linéarisé par entrée-sortie sans la dynamique interne peut être obtenu comme démontré dans [25,26] (l'application se fait sur le modèle d'un avion à décollage et atterrissage vertical(PVTOL)). Dans le contexte de la commande des hélicoptères drones, les conceptions de contrôleurs basées sur la linéarisation entrée-sortie ont un certain nombre de limitations importantes parmi lesquelles, aucune robustesse n'est garantie en présence des incertitudes paramétriques, de la dynamique non modélisée, ou de perturbations externes [23].Koo et Satsry[27], en se basant sur [26], ont proposé une linéarisation entrée-sortie approximative, en ignorant le terme de couplage entre la dynamique de roulis (tangage)et la dynamique latérale (longitudinale).

#### I.12. Conclusion :

Nous avons traité dans ce chapitre les notions de base du principe de fonctionnement des hélicoptères. Quelques définitions sur les hélicoptères et leurs différents composantsont été présentés. Dans la section I.3 nous présentons les différentes configurations du rotor d'un hélicoptère et une description détaillée du rotor principal et du rotor de queue.

Dans l'étude bibliographique que nous venons de présenter, nous avons décrit les drones et leurs principales classifications selon leur taille, et leur voilure. Puis nous avons abordé les minidrones (MUAV) et les microdrones ( $\mu$ UAV). Ensuite la constitution d'un drone miniature et les contraintes associées ont été présentées. Enfin, Nous avons également évoqué les différentes missions pour les hélicoptères drones.

Nous avons décomposé l'étude des techniques de commande en deux parties. Dans la première partie nous avons abordé les techniques de commande linéaires, ensuite les techniques de commande non linéaire ont été détaillées.

Chaptere II

# **Modélisation et linearisation**
# **II.1. Introduction:**

La dynamique des engins volants à voilure tournante est particulièrement difficile à appréhender, tant les effets aérodynamiques et les couplages 3D sont nombreux et complexes. Dans ce chapitre, nous allons développer un modèle mathématique permettant de décrire les mouvements d'un hélicoptère drone.

Nous présenterons d'abord la modélisation dynamique d'un corps rigide. Sachant que cette modélisation peut être élaborée de plusieurs façons, nous l'exprimerons avec le formalisme de Newton-Euler qui sera la base de notre modèle dynamique auquel nous ajouterons les expressions des forces et des couples produits par les deux rotors. Le modèle dynamique de l'hélicoptère standard sera décrit complètement.

Nous traitons aussi la linéarisation des équations non linéaires, aussi que la vérification et la comparaison des modèles linéaire et non linéaire.

# II.2.Définition les repères de modélisation de L'hélicoptère:

L'hélicoptère est considéré comme un corps rigide, libre de se déplacer dans trois directions de translation et de tourner autour de chacun des trois axes, par conséquent, il possède six (6) degrés de liberté (DDL). Fondamentalement, trois référentiels différents sont définis pour construire le modèle de l'hélicoptère et décrire son mouvement dans l'espace. Afin de se servir de la mécanique newtonienne, un référentiel inertiel est nécessaire. On suppose que la terre est plate et stationnaire dans l'espace, par conséquent un repère fixé à la terre (EF :Earth Frame) sera considéré comme galiléen et, le théorème fondamental de la mécanique s'y applique. L'origine du référentiel EF est choisie arbitrairement, avec l'axe des abscisses orienté dans une direction au choix, l'axe  $Oz^eOz$  est orienté verticalement vers le bas et perpendiculaire au plan $Ox^e y^e$ . Le deuxième repère est le repère corps (BF : Body frame). Le BF est centré dans le centre de gravité de l'hélicoptère avec l'axe  $Ox^b$  sortant par le nez de l'hélicoptère, l'axe  $Oz^b$  orienté vers le bas et perpendiculaire au plan  $Ox^by^b$  et enfin, l'axe  $Oy^b$  est orienté vers la droite d'un observateur situé au CDG et regardant dans la direction  $Ox^b$  vers le nez de l'hélicoptère. Le troisième repère est appelé repère spatial (SF : Spatial Frame) et, est fixe au CDG comme le BF mais avec une orientation des axes toujours identique à celle du EF.

# II.3.Dynamique d'un corps rigide :

Il existe différentes manières de présenter la dynamique d'un corps rigide évoluant dans un espace tridimensionnel [28]. Le formalisme de Newton-Euler et le formalisme d'Euler Lagrange sont les plus répandus. Nous allons rappeler cette représentation de la dynamique seulement pour le formalisme de Newton-Euler

L'hélicoptère est considéré comme un corps semi-rigide, ce qui signifie que la deuxième loi de Newton et les équations d'Euler de rotation du mouvement peuvent être appliquée. La figure [II.1] montre les entrées et les sorties des équations de comportement d'un corps rigide. Les forces et les couples produits par le rotor principal, le rotor de queue et la traînée sur le fuselage sont utilisés pour déterminer le mouvement de l'hélicoptère.



Figure (II.1) : Représentation de la dynamique d'un corps rigide

# II.3.1.Les Angles d'Euler :

Les forces et couples agissant sur l'hélicoptère sont énoncés dans la BF (Body Frame ou repère lie à l'hélicoptère). La position du centre de gravité (CDG) est indiquée dans l'EF (Earth Frame ou repère fixé à la terre).



Figure (II.2) : Définition des axes de rotation et du BF par rapport au EF

Pour décrire la rotation d'un repère sur l'un de ses axes, une matrice de rotation est nécessaire. Cette matrice de rotation dépend des axes autour desquels la rotation est effectuée.les matrices décrivant les rotations autour des trois axes sont décrites par [29].

Une rotation d'un angle  $\psi$  (angle de lacet) autour de l'axe <sup>b</sup>z est représentée par la matrice.

$$C_{z}(\psi) = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0\\ -\sin\psi & \cos\psi & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(II.1)

Une rotation d'un angle  $\theta$  (angle de tangage) autour de l'axe<sup>b</sup>y est représentée par la matrice.

$$C_{y}(\theta) = \begin{bmatrix} \sin \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}$$
(II.2)

Une rotation d'un angle  $\phi$  (angle de roulis) autour de l'axe<sup>b</sup>x est représentée par la matrice.

$$C_{x}(\Phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Phi & \sin \Phi \\ 0 & -\sin \Phi & \cos \Phi \end{bmatrix}$$
(II.3)

En utilisant la notation trigonométrique suivante : $\mathbf{c}\alpha = \mathbf{c}\mathbf{o}\mathbf{s}\alpha$ ,  $\mathbf{s}\alpha = \mathbf{s}\mathbf{i}\mathbf{n}\alpha$ ,  $\mathbf{t}\alpha = \mathbf{t}\mathbf{g}\alpha$ pour $\alpha \boldsymbol{\epsilon}[\boldsymbol{\psi}, \boldsymbol{\Theta}, \boldsymbol{\Phi}]$ et, ou  $\boldsymbol{\psi}$ , et  $\boldsymbol{\Phi}$ sont les angles d'Euler décrivant l'orientation du repère BF par rapport au repère SF.

Pour ramener le repère SF à coïncider avec le repère BF par une séquence de rotations standard  $\psi$ - $\theta$ - $\Phi$  (lacet, tangage puis roulis), La matrice de rotation est donnée par la relation suivante :

$$\mathbf{R}_{bs}(\boldsymbol{\Theta}) = \mathbf{C}_{x}(\boldsymbol{\Phi})\mathbf{C}_{y}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{C}_{z}(\boldsymbol{\psi}) \tag{II.4}$$

$$\mathbf{R}_{bs}(\Theta) = \begin{bmatrix} c\Theta c\psi & c\Theta s\psi & -s\Theta \\ s\Phi s\Theta c\psi - c\Phi s\psi & s\Phi s\Theta s\psi + c\Phi c\psi & s\Phi c\Theta \\ c\Phi s\Theta c\psi + s\Phi s\psi & c\Phi s\Theta s\psi - s\Phi c\psi & c\Phi c\Theta \end{bmatrix}$$
(II.5)

La matrice de rotation  $\mathbf{R}_{\mathbf{bs}}(\mathbf{\Theta})$  est une matrice orthogonale qui vérifie :

$$det (\mathbf{R}_{bs}(\Theta)) = 1 \quad , \qquad \mathbf{R}_{bs}^{-1}(\Theta) = \mathbf{R}_{bs}^{\mathrm{T}}(\Theta)$$
(II.6)

La rotation de la BF à la SF est donnée comme suit [29]:

$$\mathbf{R}_{sb}(\boldsymbol{\Theta}) = \mathbf{R}_{bs}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\Theta}) \qquad \qquad . \qquad (II.7)$$

$$R_{sb}(\Theta) = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & s\Phi s\theta c\psi - c\Phi s\psi & c\Phi s\theta c\psi + s\Phi s\psi \\ c\theta s\psi & s\Phi s\theta s\psi + c\Phi c\psi & c\Phi s\theta s\psi - s\Phi c\psi \\ -s\theta & s\Phi c\theta & c\Phi c\theta \end{bmatrix}$$
(II.7)

Cette matrice est capable de transformer un vecteur *x* exprimé dans le repère BF vers le repère SF selon la relation :

$${}^{b}X = \mathbf{R}_{sb}(\Theta) \cdot {}^{b}X \tag{II.8}$$

## II.3.2.Les vitesses d'Euler :

Deux notations différentes sont utilisées pour décrire la vitesse angulaire de rotation du repère BF par rapport au repère SF [29]. Ce sont le vecteur de la vitesse angulaire  $\omega$  et le vecteur vitesse d'Euler  $\dot{\Theta}$ .

Avec le repère BF en rotation par rapport à SF avec une vitesse angulaire désignée par le vecteur  $\omega_0$ , le vecteur  $\omega_0$  peut être exprimé soit dans SF ou dans BF. Dans le premier cas, il est dénote  $\dot{\Theta}$  et dans le second par  $\omega$ . La figure (II.2) montre les repères SF et BF.



Figure (II. 3) : Illustration du SF et du BF, où le BF est en rotation autour de  $\omega_0$  à partir d'une position initiale coïncidant avec SF.

L'équation décrivant la relation entre  $\dot{\Theta}et~\omega$  est décrite [29] par :

$$\omega = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + C_x(\Phi) \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + C_x(\Phi) C_y(\theta) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$
(II.9)

$$\omega = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s\theta \\ 0 & c\Phi & s\Phi c\theta \\ 0 & -s\Phi & c\Phi c\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$
(II.10)

$$\omega = \mathbf{p}_{bs}(\Theta).\dot{\Theta} \tag{II.11}$$

Ou  $\dot{\Theta} = [\dot{\Phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}]$  représente le vecteur vitesse d'Euler, et  $\mathbf{p}_{bs}(\Theta)$  la matrice de transformation de repère SF vers le repère BF.

L'inversion de la matrice  $\mathbf{p}_{bs}(\Theta)$ . Transforme le vecteur vitesse angulaire( $\omega$ ) en vecteur vitesse d'Euler ( $\dot{\Theta}$ ).

$$\mathbf{p}_{sb}(\mathbf{\Theta}) = \mathbf{P}_{bs}^{-1}(\mathbf{\Theta}) \tag{II.12}$$

$$\mathbf{p}_{sb}(\Theta) = \begin{bmatrix} 1 & s\Phi t\Theta & c\Phi t\Theta \\ 0 & c\Phi & -s\Phi \\ 0 & \frac{s\Phi}{c\Theta} & \frac{c\Phi}{c\Theta} \end{bmatrix}$$
(II.13)

Considérant que les plans de rotation  $\mathbf{R_{sb}}$  matrice positions de la BF à la CS, cartes  $p_{sb}$  angulaire vitesses entre les deux cadres à travers la relation suivant.

$$\dot{\Theta} = \mathbf{P_{sb}}(\Theta).\omega$$
 (II.14)

#### **II.3.3.Accélération angulaire:**

L'équation du couple d'un corps rigide [30] :

$$\dot{\mathbf{H}} = \left\{ \frac{\mathrm{dH}}{\mathrm{dt}} \right\} + \omega_0 \times \mathbf{H}$$
 (II.15)

Où **H** est le vecteur moment cinétique.et la dernière  $\dot{\mathbf{H}}=\boldsymbol{\tau}$ représente la résultante des couples externes agissant sur le corps autour de son CDG. Ce couple $\boldsymbol{\tau}$ étant exprimé en BF, les autres vecteurs doivent être, aussi, exprimes en BF.

Le vecteur moment cinétique est défini comme suit :  $\mathbf{H} = \mathbf{I} \times \boldsymbol{\omega}$ . Où  $\mathbf{I}$  est la matrice d'inertie de l'hélicoptère, qui, pour un corps rigide libre de se déplacer dans trois dimensions, est définie comme [31].

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{xx} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{yy} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I}_{zz} \end{bmatrix}$$
(II.16)

L'équation du couple s'écrit :

$${}^{b}\tau = \frac{d(I.\omega)}{dt} + \omega \times (I.\omega)$$
 (II.17)

$${}^{b}\tau = \frac{\mathrm{dI}}{\mathrm{dt}}\omega + \mathbf{I} \cdot \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{dt}} + \omega \times (\mathbf{I} \cdot \omega)$$
 (II.18)

Comme le corps est considéré comme rigide, l'inertie est constante ((dI/dt) = 0). Cela conduit à :

$${}^{b}\tau = \mathbf{I}.\dot{\omega} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{I}.\boldsymbol{\omega})$$
 (II.19)

Alors, l'équation de l'accélération angulaire est donnée par :

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{I}^{-1} ({}^{b}\boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{I} \boldsymbol{\omega})) \tag{II.20}$$

## II.3.4.Accélération de translation :

Pour décrire les mouvements de translation de l'hélicoptère, il faut tenir compte des mouvements relatifs des références [28], [32]. Les lois de la cinématique décrivent l'accélération en translation par :

$${}^{b}V = \frac{1}{m}{}^{b}F \cdot \omega \times {}^{b}V$$
 (II.21)

*m* : La masse de l'hélicoptère.

 ${}^{b}F$ : Le vecteur des forces agissantes sur l'hélicoptère dans le repère BF.

 $\boldsymbol{\omega}$ : Le vecteur vitesse angulaire.

 ${}^{b}V$ : Vecteur des vitesses de translation de l'hélicoptère par rapport à l'EF mais exprimé dans le repère BF.

# **II.3.5.**Equations finales du corps rigide :

Une écriture compacte des équations précédentes permet d'obtenir une matrice décrivant le mouvement du corps rigide :

$$\begin{bmatrix} {}^{b}V\\ \dot{\Theta}\\ \dot{\omega}\\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{m} \cdot {}^{b}F - \omega \times {}^{b}V\\ P_{sb}(\Theta) \cdot \omega\\ I^{-1}({}^{b}\tau - \omega \times (I, \omega)) \end{bmatrix}$$
(II.22)

Ces équations peuvent être écrites explicitement :

$${}^{b}\overset{\cdot}{V} = \begin{bmatrix} b_{U}^{\cdot} \\ b_{V}^{\cdot} \\ b_{W}^{\cdot} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{b_{f}}{m} + b_{V.r} - b_{W.q} \\ \frac{b_{f}}{m} - b_{U.r} + b_{W.p} \\ \frac{b_{f}}{m} + b_{U.q} - b_{V.p} \end{bmatrix}$$
(II.23)

Avec :

$${}^{b}F = \begin{bmatrix} {}^{b}F_{x} & {}^{b}F_{y} & {}^{b}F_{z} \end{bmatrix}^{T},$$
$${}^{b}V = \begin{bmatrix} {}^{b}U & {}^{b}V & w \end{bmatrix}^{T},$$
$${}^{b}W = \begin{bmatrix} {}^{b}p & {}^{b}q & {}^{b}r \end{bmatrix}^{T},$$

m: étant la masse de hélicoptère.

$$\dot{\Theta} = \begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p + \sin(\Phi) \cdot \tan(\theta) \cdot q + \cos(\Phi) \cdot \tan(\theta) \cdot r \\ \cos(\Phi) \cdot q - \sin(\Phi) \cdot r \\ \frac{\sin(\Phi)}{\cos(\theta)} \cdot q + \frac{\cos(\Phi)}{\cos(\theta)} \cdot r \end{bmatrix}$$
(II.24)

Avec :

$$\boldsymbol{\Theta} = [\boldsymbol{\Phi} \quad \boldsymbol{\theta} \quad \boldsymbol{\psi}]^{\mathrm{T}},$$

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{p}} \\ \dot{\boldsymbol{q}} \\ \dot{\boldsymbol{r}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(\mathbf{I}_{yy} - \mathbf{I}_{zz}) \cdot \mathbf{q} \cdot \mathbf{r} + \mathbf{L}}{\mathbf{I}_{xx}} \\ -\frac{(\mathbf{I}_{xx} - \mathbf{I}_{zz}) \cdot \mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \mathbf{M}}{\mathbf{I}_{yy}} \\ \frac{(\mathbf{I}_{xx} - \mathbf{I}_{yy}) \cdot \mathbf{p} \cdot \mathbf{q} + \mathbf{N}}{\mathbf{I}_{zz}} \end{bmatrix}$$
(II.25)

Avec :

$${}^{b}\mathsf{W} = [{}^{b}\mathsf{p} \qquad {}^{b}\mathsf{q} \qquad {}^{b}\mathsf{r} ]^{\mathrm{T}},$$
  
 ${}^{b}\boldsymbol{\tau} = [{}^{b}\boldsymbol{L} \qquad {}^{b}\boldsymbol{M} \qquad {}^{b}\boldsymbol{N}]^{\mathrm{T}},$ 

et

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{xx} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{yy} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I}_{zz} \end{bmatrix}$$
(II.26)

## II.4.Les équations des forces et des couples:

Cette section traite la dérivation des équations décrivant les forces et les couples agissants sur le corps de l'hélicoptère. La figure (II.3) illustre les entrées et les sorties du bloc équations des forces et des couples'' où les entrées sont les forces de poussée  $T_{MR}$  et  $T_{TR}$  générées par le rotor principal et le rotor de queue, respectivement. Ainsi que les angles de battement latéral  $\beta_{1s}$  et longitudinal $\beta_{1c}$ .



Figure(II.4) : Vue d'ensemble des entrées et sorties du bloc 'Equations des forces et des Couples

#### II.4.1. Expressions des forces dans le référentiel BF :

Dans cette section, les forces de translation agissantes sur le corps de l'hélicoptère sont décrites. La force résultante <sup>b</sup>F est exprimée dans le référentiel BF lié au corps de l'hélicoptère et, est décomposée le long des trois axes en ses éléments<sup>b</sup>F<sub>x</sub>, <sup>b</sup>F<sub>y</sub> et <sup>b</sup>F<sub>z</sub>. La force  ${}^{b}F$  résulte, essentiellement, des actions accumulées des trois forces suivantes :

 ${}^{b}F_{MR}$ : Forces générée par la poussée du rotor principal.

 ${}^{b}F_{TR}$  : Forces générée par la poussée du rotor de queue.

 ${}^{b}F_{g}$ : Forces générée par l'accélération gravitationnelle.

Les forces  ${}^{b}F_{MR}$  et  ${}^{b}F_{TR}$  agissent dans les centres des disques des rotors principal et de queue, respectivement. La force gravitationnelle  ${}^{b}F_{g}$  agit sur le centre de gravité (CDG) de l'hélicoptère.

# II.4.1.1.Forces générées par le rotor principal :

La poussée du rotor principal est orienté perpendiculairement à la TPP, définie par  $\beta_{1s}$  et  $\beta_{1c}$  en latéral et la direction longitudinale, respectivement,

Comme le montre la figure (II.4), la force de poussée  $T_{MR}$  du rotor principal est toujours perpendiculaire au plan formé par le cercle décrit par les extrémités des pales du rotor (TPP : Tip Path Plane). Le plan HP (Hub Plane) est le plan contenant le centre du rotor principal et parallèle au plan  $O_{,b}x_{,b}y$  du référentiel BF (Le BF est centré dans le CDG de l'hélicoptère).

Les composantes de la force de poussée  $T_{MR}$  le long des axes  ${}^{b}x$  et  ${}^{b}y$  (Directions longitudinale et latérale, respectivement) sont données par :

$${}^{b}F_{x,MR} = -T_{MR}.sin(\beta_{1c})$$
 (II.27)

$${}^{b}F_{v,MR} = T_{MR}.sin(\beta_{1s})$$
 (II.28)



Figure (II.5) : Les angles de battement $\beta_{1c}$  et  $\beta_{1s}$ entre les plans HP et TPP

La composante de la poussée  $T_{MR}$  le long de l'axe <sup>b</sup>z est :

<sup>b</sup>
$$F_{z,MR} = -T_{MR} \cos (\beta_{1s}) \cos (\beta_{1c})$$
 (II.29)

Nous pouvons, donc, obtenir l'expression suivante pour la force  ${}^{b}F_{MR}$  générée par le rotor principal :

$${}^{\mathbf{b}}\mathbf{F}_{\mathbf{MR}} = \begin{bmatrix} {}^{\mathbf{b}}F_{\mathbf{x},\mathbf{MR}} \\ {}^{\mathbf{b}}F_{\mathbf{y},\mathbf{MR}} \\ {}^{\mathbf{b}}F_{\mathbf{z},\mathbf{MR}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{T}_{\mathbf{MR}} \cdot \sin(\boldsymbol{\beta}_{1c}) \\ \mathbf{T}_{\mathbf{MR}} \cdot \sin(\boldsymbol{\beta}_{1s}) \\ -\mathbf{T}_{\mathbf{MR}} \cdot \cos(\boldsymbol{\beta}_{1s}) \cdot \cos(\boldsymbol{\beta}_{1c}) \end{bmatrix}$$
(II.30)

#### II.4.1.2.Forces générées par le rotor de queue :

La poussée  $T_{TR}$  du rotor de queue n'agit que dans la direction positive de l'axe<sup>b</sup>y, donc :

$${}^{b}F_{x,TR} = 0$$
 et  ${}^{b}F_{z,TR} = 0$  (II.31)

$${}^{\mathrm{b}}F_{\mathrm{y},\mathrm{MR}} = \mathrm{T}_{\mathrm{TR}} \tag{II.32}$$

$${}^{\mathbf{b}}\boldsymbol{F}_{\mathbf{TR}} = \begin{bmatrix} {}^{\mathbf{b}}\boldsymbol{F}_{\mathbf{x},\mathbf{TR}} \\ {}^{\mathbf{b}}\boldsymbol{F}_{\mathbf{y},\mathbf{TR}} \\ {}^{\mathbf{b}}\boldsymbol{F}_{\mathbf{z},\mathbf{TR}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{T}_{\mathbf{TR}} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$
(II.33)

#### II.4.1.3. Forces générées par l'accélération gravitationnelle :

Dans le repère SF (référentiel spatial), la force gravitationnelle possède une seule composante dans la direction positive de l'axe<sup>*b*</sup>*z*, (<sup>s</sup>*F*<sub>g</sub> = [0, 0, mg]<sup>T</sup>). Pour exprimer cette force <sup>s</sup>*F*<sub>g</sub> dans le repère BF, on utilise la matrice de transformation  $R_{bs}(\Theta)$ :

$${}^{\mathbf{b}}F_{\mathbf{g}} = \begin{bmatrix} {}^{\mathbf{b}}F_{\mathbf{x},\mathbf{g}} \\ {}^{\mathbf{b}}F_{\mathbf{y},\mathbf{g}} \\ {}^{\mathbf{b}}F_{\mathbf{z},\mathbf{g}} \end{bmatrix} = \mathbf{R}_{\mathbf{b}s}(\boldsymbol{\Theta}) \cdot {}^{s}F_{\mathbf{g}}$$
(II.34)

$${}^{b}F_{g} = \mathbf{R}_{bs}(\Theta) \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{m} \cdot \mathbf{g} \end{bmatrix}$$
 (II.35)

$${}^{b}F_{g} = \begin{bmatrix} -\sin\theta \cdot m \cdot g \\ \sin(\Phi) \cdot \cos(\theta) \cdot m \cdot g \\ \cos(\Phi) \cos(\theta) \cdot m \cdot g \end{bmatrix}$$
(II.37)

Où **m** est la masse de l'hélicoptère, **g** est l'accélération gravitationnelle et $\Theta = [\Phi \Theta \psi]$  représente le vecteur des angles d'Euler.

# II.4.2. Expression de la force résultante <sup>b</sup>F :

La somme vectorielle des forces  ${}^{\mathbf{b}}F_{\mathbf{MR}}$ ,  ${}^{\mathbf{b}}F_{\mathbf{TR}}$  et  ${}^{\mathbf{b}}F_{\mathbf{g}}$ , donne la force résultante  ${}^{\mathbf{b}}F$  agissant sur le corps de l'hélicoptère :

$${}^{\mathbf{b}}\mathbf{F} = \begin{bmatrix} {}^{\mathbf{b}}F_{\mathbf{x}} \\ {}^{\mathbf{b}}F_{\mathbf{y}} \\ {}^{\mathbf{b}}F_{\mathbf{z}} \end{bmatrix} = {}^{\mathbf{b}}F_{\mathbf{MR}} + {}^{\mathbf{b}}F_{\mathbf{TR}} + {}^{\mathbf{b}}F_{\mathbf{g}}$$
(II.38)

$${}^{\mathbf{b}}\mathbf{F} = \begin{bmatrix} -T_{MR} \cdot \sin(\beta_{1c}) \\ T_{MR} \cdot \sin\beta_{1s} \\ -T_{MR} \cdot \cos(\beta_{1s}) \cdot \cos(\beta_{1c}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ T_{TR} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\sin(\theta) \cdot m \cdot g \\ \sin(\Phi) \cdot \cos(\theta) \cdot m \cdot g \\ \cos(\Phi) \cos(\theta) \cdot m \cdot g \end{bmatrix}$$
(II.39)

$${}^{b}F = \begin{bmatrix} -T_{MR} \cdot \sin(\beta_{1c}) + -\sin(\theta) \cdot m \cdot g \\ T_{MR} \cdot \sin\beta_{1s} + T_{TR} + \sin(\theta) \cdot \cos(\theta) \cdot m \cdot g \\ -T_{MR} \cdot \cos(\beta_{1s}) \cdot \cos(\beta_{1c}) + \cos(\theta) \cos(\theta) \cdot m \cdot g \end{bmatrix}$$
(II.40)

## II.4.3. Expressions des couples dans le référentiel BF:

Le couple résultant  ${}^{b}\tau$  résulte de l'action des trois couples suivants :

 ${}^{b}\tau_{MR}$ : Couple généré par le rotor principal.

 ${}^{b}\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{TR}}$ : Couple généré par le rotor de queue.

 ${}^{b}\tau_{D}$ : Contre couple causé par la force de résistance (drag force) due au rotor principal.

Les couples sont définies positifs dans le sens de rotation de la montre.

Le vecteur de couple, <sup>b</sup> $\tau$ , contenant les trois composantes <sup>b</sup>L, <sup>b</sup>M et <sup>b</sup>N projetées sur les axes <sup>b</sup>x, <sup>b</sup>yet <sup>b</sup>z, respectivement, est décrit par :

$${}^{b}\tau = \begin{bmatrix} {}^{b}L \\ {}^{b}M \\ {}^{b}N \end{bmatrix} = {}^{b}\tau_{MR} + {}^{b}\tau_{TR} + {}^{b}\tau_{D}$$
(II.41)  
$${}^{b}\tau = \begin{bmatrix} {}^{b}L_{MR} \\ {}^{b}M_{MR} \\ {}^{b}N_{MR} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} {}^{b}L_{TR} \\ {}^{b}M_{TR} \\ {}^{b}N_{TR} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} {}^{b}L_{D} \\ {}^{b}M_{D} \\ {}^{b}N_{D} \end{bmatrix}$$
(II.42)

Où :

 ${}^{b}L_{MR}$ ,  ${}^{b}M_{MR}$  et  ${}^{b}N_{MR}$  sont les éléments du vecteur couple généré par le rotor principal.  ${}^{b}L_{TR}$ ,  ${}^{b}M_{TR}$  et  ${}^{b}N_{TR}$  sont les éléments du vecteur couple généré par le rotor de queue.  ${}^{b}L_{D}$ ,  ${}^{b}M_{D}$  et  ${}^{b}N_{D}$  sont les éléments du couple généré par la force de trainée 'drag force' du rotor principal.

La dérivation des équations décrivant les couples générés par les forces du rotor principal et du rotor de queue est basée sur l'équation du produit vectoriel :

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{F} \times \boldsymbol{d} \tag{II.43}$$

Où F est la force et d le vecteur-distance du point d'action par rapport au CDG.

## II.4.3.1. Vecteur-Couple généré par le rotor principal :

La force  ${}^{\mathbf{b}}F_{\mathbf{MR}}$  générée par le rotor principal est donnée par l'équation (II-37), avec :

$${}^{\mathbf{b}}F_{\mathbf{MR}} = \begin{bmatrix} {}^{\mathbf{b}}F_{\mathbf{x},\mathbf{MR}} \\ {}^{\mathbf{b}}F_{\mathbf{y},\mathbf{MR}} \\ {}^{\mathbf{b}}F_{\mathbf{z},\mathbf{MR}} \end{bmatrix}$$
(II.44)

Le point d'action de la force  ${}^{\mathbf{b}}F_{\mathbf{MR}}$  coïncide avec le centre du rotor principal. La projection du vecteur-distance entre le CDG de l'hélicoptère et le centre du rotor est exprimé par :

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} -l_m \\ y_m \\ h_m \end{bmatrix}$$
(II.45)

Selon l'expression (II-43) le couple produit par cette force est :

$${}^{\mathrm{b}}\tau_{\mathrm{MR}} = {}^{\mathrm{b}}F_{\mathrm{MR}} \times d \qquad (\mathrm{II.46})$$

D'où l'expression suivante pour le vecteur-couple  ${}^{b}\tau_{MR}$  :

$${}^{\mathbf{b}}\boldsymbol{\tau}_{\mathbf{MR}} = \begin{bmatrix} {}^{\mathbf{b}}\boldsymbol{L}_{\mathbf{MR}} \\ {}^{\mathbf{b}}\boldsymbol{M}_{\mathbf{MR}} \\ {}^{\mathbf{b}}\boldsymbol{N}_{\mathbf{MR}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{\mathbf{b}}\boldsymbol{F}_{\mathbf{y},\mathbf{MR}} \cdot \boldsymbol{h}_{m} - {}^{\mathbf{b}}\boldsymbol{F}_{\mathbf{z},\mathbf{MR}} \cdot \boldsymbol{y}_{m} \\ -{}^{\mathbf{b}}\boldsymbol{F}_{\mathbf{x},\mathbf{MR}} \cdot \boldsymbol{h}_{m} - {}^{\mathbf{b}}\boldsymbol{F}_{\mathbf{z},\mathbf{MR}} \cdot \boldsymbol{l}_{m} \\ {}^{\mathbf{b}}\boldsymbol{F}_{\mathbf{x},\mathbf{MR}} \cdot \boldsymbol{y}_{m} + {}^{\mathbf{b}}\boldsymbol{F}_{\mathbf{y},\mathbf{MR}} \cdot \boldsymbol{l}_{m} \end{bmatrix}$$
(II.47)

La figure (II-5) représente les vues de profil (de coté) et de dessue (de haut) de l'hélicoptère avec illustration des distances  $h_m$ ,  $y_m$ ,  $l_m$  et  $l_t$ .



## (a) vue de profil de l'hélicoptère



(b)Vue de dessus de hélicoptère

Figure(II.6): Projections des distances utilisées pour calculer les couples générés par le rotor Principal et le rotor de queue.

#### II.4.3.2. Vecteur-Couple généré par le rotor de queue :

La force  ${}^{\mathbf{b}}F_{\mathbf{TR}}$  développée par le rotor de queue ne possède qu'une composante  ${}^{\mathbf{b}}F_{\mathbf{y},\mathbf{TR}}$ dans la direction de l'axe ${}^{\mathbf{b}}y$ .

$${}^{\mathrm{b}}F_{\mathrm{TR}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ {}^{\mathrm{b}}F_{\mathrm{y},\mathrm{TR}} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$
(II.48)

Le point d'action de cette force coïncide avec le centre du rotor de queue dont le vecteurdistance par rapport au CDG de l'hélicoptère est donné par :

$$\boldsymbol{d}' = \begin{bmatrix} \boldsymbol{l}_t \\ \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{h}_t \end{bmatrix}$$
(II.49)

Le calcul du vecteur-couple  ${}^{\mathrm{b}} au_{\mathrm{TR}}$ résulte du produit vectoriel suivant :

$${}^{\mathrm{b}}\tau_{\mathrm{TR}} = {}^{\mathrm{b}}F_{\mathrm{TR}} \times d' \tag{II.50}$$

D'où l'expression explicite du couple :

$${}^{\mathbf{b}}\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{TR}} = \begin{bmatrix} {}^{\mathbf{b}}\boldsymbol{L}_{\mathrm{TR}} \\ {}^{\mathbf{b}}\boldsymbol{M}_{\mathrm{MR}} \\ {}^{\mathbf{b}}\boldsymbol{N}_{\mathrm{MR}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{\mathbf{b}}\boldsymbol{F}_{\mathbf{y},\mathrm{TR}} \cdot \boldsymbol{h}_{t} \\ \boldsymbol{0} \\ -{}^{\mathbf{b}}\boldsymbol{F}_{\mathbf{y},\mathrm{TR}} \boldsymbol{l}_{t} \end{bmatrix}$$
(II.51)

## II.4.3.3 .Vecteur-Couple généré par la force de trainée sur le rotor principal :

Au cours de sa rotation, le rotor principal forme un disque sur lequel s'applique une force aérodynamique qui s'appelle la force de trainée ou la 'drag force'. Dans ce qui suit, on adopte un modèle simplifié représentant la relation entre le couple de la force de trainée  $Q_{MR}$  et la force de poussée  $T_{MR}$ du rotor principal dans le cas d'un vol stationnaire [33] :

$$\mathbf{Q}_{\mathbf{MR}} = - \left( \mathbf{A}_{\mathbf{Q},\mathbf{MR}}, \mathbf{T}_{\mathbf{MR}+}^{1.5} \mathbf{B}_{\mathbf{Q},\mathbf{MR}} \right)$$
(II.52)

Où  $A_{Q,MR}$  est un coefficient exprimant la relation entre la poussée du rotor principal et le couple de la traînée et,  $B_{Q,MR}$ est le couple exercé sur le rotor principal lorsque l'angle de calage des pales du rotor est nul.

La projection du couple généré par la traînée du rotor principal (Figure II-6) en utilisant les angles de battement  $\beta_{1c}$  et de  $\beta_{1s}$  donne les composantes suivantes :



Figure(II.7): Le couple de trainée appliquée sur les pales du rotor principal : (a) Vue de profil, (b) Vue de face

La composante le long de l'axe <sup>b</sup>X:

<sup>b</sup>
$$L_{\rm D,MR} = \mathbf{Q}_{\rm MR} \quad \sin(\mathbf{B}_{\rm 1c})$$
 (II.53)

Le composant autour de l'axe <sup>b</sup>y :

$${}^{b}M_{D,MR} = -Q_{MR} \cdot \sin(B_{1s})$$
 (II.54)

Le composant autour de l'axe  ${}^{b}Z$  :

$${}^{b}N_{D,MR} = Q_{MR} \cos(B_{1c}) \cos(B_{1s})$$
 (II.55)

L'expression du vecteur-couple de la traînée sur le rotor principal est donnée par :

$$\begin{bmatrix} {}^{\mathrm{D}}L_{\mathrm{D,MR}} \\ {}^{\mathrm{D}}M_{\mathrm{D,MR}} \\ {}^{\mathrm{D}}N_{\mathrm{D,MR}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{\mathrm{MR}} & \sin(\mathbf{B}_{1c}) \\ -\mathbf{Q}_{\mathrm{MR}} & \sin(\mathbf{B}_{1s}) \\ \mathbf{Q}_{\mathrm{MR}} & \cos(\mathbf{B}_{1c}) & \cos(\mathbf{B}_{1s}) \end{bmatrix}$$
(II.56)

## II.4.4. Expression du vecteur-couple résultant :

La somme algébrique de tous les vecteurs-couples exercés sur le corps de l'hélicoptère se déduit de l'application de l'équation (II-47) :

$${}^{\mathbf{b}}\tau = \begin{bmatrix} {}^{\mathbf{b}}L \\ {}^{\mathbf{b}}M \\ {}^{\mathbf{b}}N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{\mathbf{b}}L \\ {}^{\mathbf{b}}M \\ {}^{\mathbf{b}}N \\ {}^{\mathbf{b}}N \\ {}^{\mathbf{b}}N \\ {}^{\mathbf{b}}N \\ {}^{\mathbf{b}}N \\ {}^{\mathbf{TR}} \\ {}^{\mathbf{b}}M \\ {}^{\mathbf{b}}N \\ {}^{\mathbf{TR}} \\ {}^{\mathbf{b}}M \\ {}^{\mathbf{b}}N \\ {}^{\mathbf{TR}} \\ {}^{\mathbf{b}}M \\ {}^{\mathbf{b}}N \\ {}^{\mathbf{D},\mathbf{MR}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} {}^{\mathbf{b}}L \\ {}^{\mathbf{b}}M \\ {}^{\mathbf{b}}M \\ {}^{\mathbf{b}}N \\ {}^{\mathbf{D},\mathbf{MR}} \end{bmatrix}$$
(II.57)

$${}^{b}\tau = \begin{bmatrix} {}^{b}f_{y,MR} \cdot h_{m} - {}^{b}f_{z,MR} \cdot y_{m} + {}^{b}f_{y,TR} \cdot h_{t} + Q_{MR} \cdot \sin(\beta_{1c}) \\ - {}^{b}f_{x,MR} \cdot h_{m} - {}^{b}f_{z,MR} \cdot l_{m} - Q_{MR} \cdot \sin(\beta_{1s}) \\ {}^{b}f_{x,MR} \cdot y_{m} + {}^{b}f_{y,MR} \cdot l_{m} - {}^{b}f_{y,TR} \cdot l_{t} + Q_{MR} \cdot \cos(\beta_{1c}) \cdot \cos(\beta_{1s}) \end{bmatrix}$$
(II.58)

## II.5. Les forces de poussée et les équations de battement :

Dans ce qui suit, nous dérivons les des expressions équations des forces de poussées générées par le rotor principal et le rotor de queue, ainsi que les équations de battement qui décrivent le mouvement des pales du rotor principal lors de l'application d'une entrée au plateau cyclique.

Le bloc de ce sous-système est illustré dans la figure (II.7) où les entrées sont les signaux de commande latérale $u_{lat}$ , de commande longitudinale  $u_{log}$ , de la commande collective  $u_{col}$  et de la commande de pédale  $u_{ped}$ . Les angles de battement latérale et longitudinales du rotor principal sont désignées par  $\beta_{1s}$  et  $\beta_{1c}$ , respectivement. Les forces de poussée générée par le rotor principal et le rotor de queue sont dénotées par  $T_{MR}$  et  $T_{TR}$ , respectivement.



Figure (II.8): Entrées et sorties du bloc 'Equations des angles de battement et des forces de poussées'.

#### II.5.1.Les Forces de poussée des rotors :

Les équations de la force de poussée du rotor principal sont basées sur les travaux de Munzinger [34] et de Mnich Heffley [35] qui ont développé et appliqué un modèle mathématique à complexité minimale pour la simulation d'un hélicoptère.

#### II.5.1.1. Force de poussée du rotor principal :

En se basant sur la théorie de la dynamique, la force de poussée générée par le rotor principal peut être décrite par les équations suivantes :

$$\mathbf{T}_{\mathrm{MR}} = (\mathbf{w}_{\mathrm{b}} - \mathbf{v}_{\mathrm{b}}) \quad \frac{\rho \cdot \Omega \cdot \mathbf{R}^{2} \cdot \mathbf{a} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{C}}{4}$$
(II.59)

 $Où\rho$  est la densité de l'air,  $\Omega$  est la vitesse angulaire du rotor, **R** est le rayon du rotor, **a** est une constante dynamique, **B** est le nombre des pales du rotor, **C** la longueur de la corde de la pale, **w**<sub>b</sub> est la vitesse de la pale du rotor principal par rapport à l'air.

La vitesse induite de l'air à travers la surface du disque du rotor est dénotée par  $v_i$ :

$$\mathbf{v}_{i}^{2} = \sqrt{\left(\frac{\hat{\mathbf{v}}^{2}}{2}\right)^{2} + \left(\frac{\mathbf{T}_{MR}}{2.\rho.A}\right)^{2}} - \frac{\hat{\mathbf{v}}^{2}}{2}$$
(II.60)

Où les expressions pour les variables dans les équations (II.59) et (II.60) sont :

$$\mathbf{w}_{\mathbf{b}} = \mathbf{w}_{\mathbf{r}} + \frac{2}{3}\Omega \cdot \mathbf{R} \left[ \mathbf{u}_{\mathbf{col}} + \frac{3}{4}\boldsymbol{\Theta}_{\mathbf{twist}} \right]$$
(II.61)

$$w_r = {}^{b}w + (\beta_{1c} + i_s){}^{b}u - \beta_{1s}{}^{b}v$$
 (II.62)

$$\widehat{v}^{2} = {}^{b}u^{2} + {}^{b}v^{2} + w_{r} (w_{r} - 2v_{i})$$
(II.63)

$$\mathsf{A} = \pi. R^2 \tag{II.64}$$

Où  $\mathbf{w_r}$  est la vitesse du disque du rotor principal par rapport à l'air due aux vitesses de translation<sup>b</sup>u ,<sup>b</sup>v et<sup>b</sup>w ,  $\mathbf{u_{col}}$ est le signal de la commande collective, ( $\mathbf{\theta_{twist}}$ ) est l'angle de torsion subite par la pale du rotor, <sup>b</sup>u est la vitesse longitudinale, <sup>b</sup>v est la vitesse latérale,<sup>b</sup>w est la vitesse verticale et  $\mathbf{i_s}$  est l'inclinaison initiale de l'arbre. La torsion de la pale ( $\mathbf{\theta_{twist}}$ ) est négligée, ce qui simplifie l'équation ci-dessus pour <sup>b</sup>w<sub>b</sub>à

$$w_{b} = w_{r} + \frac{2}{3} \Omega. R. u_{col}$$
 (II.65)

Dans ce modèle, l'équation définissant la force de poussée du rotor principal  $T_{MR}$  dépend de la vitesse induite  $v_i$ et vice-versa. La poussée  $T_{MR}$ est, donc, calculée par une méthode numérique récursive en initialisant l'algorithme de calcul par des valeurs initiales de  $\hat{v}^2$ ,  $w_b$ ,  $T_{MR}$  et  $v_i$  notée  $\hat{v}_0^2$ ,  $w_{b,0}$ ,  $T_{MR,0}$ et  $v_{i,0}$ , respectivement. Ces valeurs initiales sont utilisées pour calculer de nouvelles valeurs de  $T_{MR}$ et  $v_i$ et ainsi de suite. Cette procédure est répétée jusqu'à convergence de l'algorithme et stabilisation des valeurs de  $T_{MR}$  et  $v_i$ .



#### II.5.1.2. Force de poussée du rotor de queue :

L'objectif principal du rotor de queue est de compenser la composante du couple<sup>b</sup>N dans la direction de l'axe <sup>b</sup>z en vue de maintenir une vitesse angulaire de lacet (autour de l'axe <sup>b</sup>z) nulle ou très proche de zéro. Ceci implique que le rotor de queue doit produire une force de poussée  $T_{TR}(t) = {}^{b}f_{y,TR}$ capable d'empêcher l'hélicoptère d'effectuer des rotations par rapport à l'axe <sup>b</sup>z et d'annuler le couple <sup>b</sup>N dans cette direction. Ceci suggère que l'hélicoptère est incapable de lacet, mais une entrée  $u_{ped}$  peut être utilisée pour donner au rotor de queue une force d'appoint, ce qui rend l'hélicoptère capable d'effectuer un mouvement en lacet. La relation entre le couple dans la direction <sup>b</sup>z et la poussée du rotor de queue est déduite à partir de (II-64)

$${}^{b}N = {}^{b}f_{y,MR} \cdot l_{m} - {}^{b}f_{y,TR} \cdot l_{t} + {}^{b}f_{x,mr} \cdot y_{m} + Q_{MR} \cdot \cos(\beta_{1c}) \cdot \cos(\beta_{1s})$$
(II.66)

Cette équation permet de calculer la force de poussée  ${}^{b}f_{y,TR}$  nécessaire pour avoir  ${}^{b}N=0$ .

Pour effectuer un mouvement de lacet une force d'entrée  $\mathbf{u}_{ped}$  est superposée à la force de poussée produite par le rotor de queue pour donner une poussée totale :

$$T_{TR} = \frac{{}^{b} f_{y,MR} \cdot l_{m} + {}^{b} f_{x,mr} \cdot y_{m} + Q_{MR} \cdot \cos(\beta_{1c}) \cdot \cos(\beta_{1s})}{l_{t}} + u_{ped}$$
(II.67)

Comme  $T_{TR}$  est une force,  $u_{ped}$  est aussi une force, ce qui signifie qu'elle est différente des trois autres entrées qui sont des angles.

#### II.5.2. Equations des angles de battement du rotor principal :

Les angles d'inclinaison du disque du rotor principal  $\beta_{1s}$  dans le sens latéral et  $\beta_{1c}$  dans le sens longitudinal sont produites à l'aide d'un mécanisme mécanique appelé le plateau cyclique (swash plate). En se basant sur les travaux décrits dans [36], les angles de battement  $\beta_{1s}$  et  $\beta_{1c}$  sont exprimés en fonction de l'entrée  $u_{col}$ et des autres variables dynamiques de l'hélicoptère (<sup>b</sup>u ,<sup>b</sup>v , v<sub>i</sub> , p, q) comme suit :

$$\beta_{1c} = \frac{3.06.10^{-7}.(-3.26.10^{6}.B_{MR}\pi^{2} - 816.97.{}^{b}\mathbf{v}^{2}.B_{MR} - 3275.88.{}^{b}\mathbf{u}.v_{i})}{\pi^{2}} - \frac{3.06.10^{-7}.(2456.91.\mathbf{u}^{2}.B_{MR} - 1637.94.A_{MR}.{}^{b}\mathbf{v}.{}^{b}\mathbf{u} + 1.13.10^{5}\pi p)}{\pi^{2}} - \frac{3.06.10^{-7}.(4.67.10^{5}.\pi q + 1.95.10^{5}.\pi .u_{col}.{}^{b}\mathbf{u})}{\pi^{2}}$$
(II.68)

$$\beta_{1s} = -\frac{3.06.10^{-7} \cdot (1.94.10^{5} \cdot \pi \cdot u_{col} \cdot {}^{b}\mathbf{v} - 3.26.10^{6}\pi^{2} \cdot A_{MR})}{\pi^{2}} - \frac{3.06.10^{-7} \cdot (1637.94 \cdot B_{MR} \cdot {}^{b}\mathbf{u} \cdot {}^{b}\mathbf{v} \cdot v_{i} + 4.67.10^{5} \cdot \pi p - 3275.88 \cdot v_{i})}{\pi^{2}} - \frac{3.06.10^{-7} \cdot (2456.91 \cdot A_{MR} \cdot {}^{b}\mathbf{v}^{2} - 818.97 \cdot {}^{b}\mathbf{u}^{2} \cdot A_{MR} + 1.12 \cdot 10^{5} \cdot \pi q)}{\pi^{2}}$$

(II.69)

Les coefficients  $A_{MR}$  et  $B_{MR}$  dépendent de la structure mécanique et des dimensions du plateau cyclique.

# II.6. Mise en œuvre du modèle non-linéaire :

Les équations dérivées dans les sous sections précédentes doivent être mises en œuvre dans SIMULINK à des fins de test et simulation. La structure du modèle SIMULINK implémenté à l'aide de l'outil S-Function disponible dans l'environnement de programmation Matlab suit la structure illustrée dans la figure (II.8), Dans cette structure, on divise l'ensemble du modèle non-linéaire en trois parties :

- Le bloc 'Dynamique d'un corps rigide' est implémenté à l'aide des équations II-22 à II-30 qui décrivent les accélérations de translation et de rotation, ainsi que les vitesse des rotations angulaires.
- Le bloc 'Equations des Forces et des Couples' est réalisé à l'aide des équations II-27 et II-58 décrivant la force résultante et le couple résultant.
- Le bloc 'Equations des Angles de Battement et des Forces de Poussée' est construit à l'aide des équations II-59 à II-69.



Figure(II.9) : Vue d'ensemble sur la mise en œuvre entière SIMULINK

# II.6.Les méthodes de linéarisation :

Lorsque le modèle non-linéaire est linéarisé, un point de fonctionnement doit être choisi. La meilleure commande serait obtenue en choisissant ce point de fonctionnement comme étant l'équilibre de l'hélicoptère. Il est défini comme la vitesse de translation où sont nulles et les angles d'Euler sont constants.

Dans cette partie en présente la méthode de linéarisation des équations avec des points de fonctionnement à zéro et, en utilisant une approximation de Taylor, sauf pour les équations de battement, qui sont linéarisés par une méthode de «boîte noire». Le tableau suivant présente les points de fonctionnement et les méthodes de linéarisation des différentes équations.

Les variables sont exprimées par une superposition de leur valeur de référence au point de fonctionnement et de leur variation (déviation) autour de ce point de avec la notation Suivant :  $\mathbf{q}(t) = {}_{0}\mathbf{q}(t) + {}_{\delta}\mathbf{q}(t)$  est le point de fonctionnement, et  ${}_{\delta}\mathbf{q}(t)$  est la valeur en petits signaux. Dans [37], nous pouvons trouver un traitement complet concernant la linéarisation des équations non linéaires de l'hélicoptère jusqu'à obtention du modèle linéaire que nous allons adopter pour le reste de ce travail.

La linéarisation d'un modèle non linéaire autour d'un état de référence n'est pas une tâche insignifiante et il y a quelques critères qui devraient être remplis avant qu'une telle tâche puisse être effectuée. Ceux-ci sont :

- Le modèle ne devrait pas dévier beaucoup de son état de référence (d'équilibre)
- L'état de référence doit être un point d'équilibre (les dérivés de système doivent être zéro en ce moment)

Si ces conditions sont remplies, l'équation de système non linéaire x = f(x, u, t) peut être écrite comme série de Taylor

$$x = f(x_T, u_T) + \frac{\partial f(x_T, u_T)}{\partial x}(x - x_T) + \frac{\partial f(x_T, u_T)}{\partial u}(u - u_T) + \frac{\partial^2 f(x_T, u_T)}{\partial x^2}(x - x_T)^2 + \frac{\partial^2 f(x_T, u_T)}{\partial u}(u - u_T)^2 + \text{ termes d'ordres supérieurs}$$
(II.70)

Avec  $x_T$  et  $u_T$  les valeurs de l'état et de l'entrée à l'équilibre.

Si on assume que le modèle est proche de son état d'équilibre, alors toutes les puissances de ces erreurs de déviation deviennent négligeables et, on peut écrire l'approximation suivante :

$$\dot{x} = f(x_T, u_T) + \frac{\partial f(x_T, u_T)}{\partial x}(x - x_T) + \frac{\partial f(x_T, u_T)}{\partial u}(u - u_T)$$
(II.71)

La deuxième condition pour la linéarisation déclare que l'état de référence doit être un point d'équilibre, c'est-à-dire que  $f(x_T, u_T) = 0$ . Le système est alors écrit comme :

$$\dot{x} = A(t)x_p(t) + Bu_p(t)$$
(II.72)

Avec :

$$x_p(t) = x(t) - x_T(t)$$
 (II.73)

$$u_p(t) = u(t) - u_T(t) \tag{II.74}$$

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial \dot{u}}{\partial u} & \begin{pmatrix} \frac{\partial \dot{u}}{\partial v} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \frac{\partial \dot{u}}{\partial w} \end{pmatrix} & \cdots \\ \begin{pmatrix} \frac{\partial \dot{v}}{\partial u} & \begin{pmatrix} \frac{\partial \dot{v}}{\partial v} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \frac{\partial \dot{v}}{\partial w} \end{pmatrix} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}_{\boldsymbol{X}_{T}(t), \boldsymbol{U}_{T(t)}}$$
(II.75)

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{t}) = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial \dot{\boldsymbol{u}}}{\partial \boldsymbol{u}_{col}} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \frac{\partial \dot{\boldsymbol{u}}}{\partial \boldsymbol{u}_{long}} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \frac{\partial \dot{\boldsymbol{u}}}{\partial \boldsymbol{u}_{lat}} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \frac{\partial \dot{\boldsymbol{u}}}{\partial \boldsymbol{u}_{ped}} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \frac{\partial \dot{\boldsymbol{v}}}{\partial \boldsymbol{u}_{col}} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \frac{\partial \dot{\boldsymbol{v}}}{\partial \boldsymbol{u}_{long}} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \frac{\partial \dot{\boldsymbol{v}}}{\partial \boldsymbol{u}_{lat}} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \frac{\partial \dot{\boldsymbol{v}}}{\partial \boldsymbol{u}_{ped}} \end{pmatrix} \end{bmatrix}_{\boldsymbol{x}_{T}(\boldsymbol{t}), \boldsymbol{u}_{T(t)}}$$
(II.76)

Les équations ci-dessus mentionnés sont utilisés pour former un modèle linéaire d'espace d'état. Les résultats de la linéarisation [37] donnent un modèle d'état décrit par le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_{s}x(t) + B_{s}u(t) + B_{d}d(t) \\ y(t) = C_{s}x(t) + D_{s}u(t) \end{cases}$$
(II.77)

Où le terme  $B_d d(t)$  représente une perturbation due à l'action du rotor de queue. Les matrices  $A_s, B_s, C_s, D_s$  sont les matrices du système,  $B_d$  represente la distribution des perturbations sur les variables du système et, d(t) est la perturbation du rotor de queue. Le vecteur d'état et donne par x(t):

 $x(t) = [u(t)v(t)w(t)p(t)q(t)r(t)\Phi(t)\theta(t)\psi(t) B_{1s}(t) B_{1c}(t)]^{T}$ 

Et **u**(t)le vecteur d'entré :

$$u(t) = \left[ u_{\text{lat}} u_{\text{long}} u_{\text{col}} u_{\text{ped}} \right]^T$$

Les matrices du système sont décrites comme :

		u	lat I	l <sub>long</sub>	, u	col		u <sub>l</sub>	oed		
	B <sub>S</sub>			0 - 0 - 0 - 0 - 0 - 0 - 0 - 0 - 1	0 -2. -22 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	) 162 9.6 ) ) )	_	-0. ( 0. 2	0 022 0 0 272: 0 0 0 0 0 0	53	
C <sub>S</sub> =	u 1 0 0 0 0 0	V 0 1 0 0 0 0 0	W 0 1 0 0 0 0	р 0 0 1 0 0	q 0 0 0 1 0 0	r 0 0 0 0 1 0	0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0	<pre></pre>	0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0
		B <sub>d</sub>	=	0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0		et	]	D <sub>s</sub> =	: <b>0</b> .		

Chapitre III

# Commande Optimal et Poursuite des Trajectoires

# **III.1.Introduction:**

Dans ce chapitre, l'objectif de la commande est d'entrainer l'hélicoptère vers un état d'équilibre caractérisé par des vitesses de translation nulles, et des angles d'orientation (d'Euler) constantes ou nulles. De cette façon, l'hélicoptère est stabilisé dans une manœuvre stationnaire. La technique de commande adoptée pour réaliser cet objectif est la commande optimale linéaire basée sur l'optimisation d'un critère quadratique.

Pour prendre en considération une commande numérique de l'hélicoptère, il a été décidé de concevoir un contrôleur discret, basé sur le système linéarisé tel que défini dans le chapitre précédent (chapitre II). Le système est discrétisé par l'utilisation de MATLAB avec la méthode du bloqueur d'ordre zéro et un temps d'échantillonnage de 20 ms. Le temps de l'échantillonnage est sélectionné selon une estimation que 20 ms est suffisamment faible par rapport à la dynamique du système de l'hélicoptère mécanique. Le système discret obtenu à partir du système linéaire continu prend la forme suivante :

$$\begin{cases} x(k+1) = A_s x(k) + \Gamma_s u(k) + \Gamma_d d(k) \\ y(k) = H_s x(k) \end{cases}$$
(III.1)

# **III.2. Instrumentation Hélicoptère :**

La loi de commande adoptée est de type retour d'état avec calcul de gain optimal. Donc, le contrôleur dépend directement des informations mesurables fournies par les capteurs à la sortie, avant de fournir le vecteur de commande aux actionneurs (des servomoteurs). Il est donc nécessaire d'avoir une connaissance de l'instrumentation à bord pendant le processus de conception du contrôleur. Cette section décrit les actionneurs et les capteurs disponibles sur l'hélicoptère.

## **III.2.1.** Actionneurs :

Les quatre actionneurs de l'hélicoptère sont des servomoteurs qui fournissent les quatre signaux de commande  $u_{lat} u_{long}$ ,  $u_{col} u_{ped}$  à l'entrée du système. Ces servomoteurs contrôlent les angles de calage des pales des rotors. Nous considérons, dans ce travail, que la dynamique de ses actionneurs est beaucoup plus rapide que la dynamique du système et, par conséquent, leur effet est négligé lors du calcul du contrôleur.

Cependant, nous tenons compte de la saturation de l'actionneur pendant la simulation de commande du système. Pour les premières trois entrées, $\mathbf{u}_{lat}$   $\mathbf{u}_{long}$ ,  $\mathbf{u}_{col}$  les limites de saturation sont résumées dans le tableau (III.1). Concernant le quatrième signal de commande

 $\mathbf{u}_{ped}$ , on suppose que le rotor de queue est capable de générer la même force de levage, par unité de surface, que le rotor principal. Donc, le rapport entre le maximum de la poussée du rotor de queue et le maximum de la poussée du rotor principal est égal au rapport des surfaces circulaires balayées par les deux rotors. Si nous considérons que la force de poussée maximale produite par le rotor principal atteint 1823 Newtons et en considérant les dimensions des rayons des rotors, alors :

	Input Operating Range	
	$u_{lat}$ $\pm$ 175. $10^{-3}rad$	
	$u_{long} \pm 175.10^{-3} rad$	
u <sub>col</sub>	0 <i>rad</i> - 175. 10 <sup>-3</sup> rad	
	$u_{ned} \pm 52 N$	

$$T_{TR,max} = T_{MR,max} \cdot \frac{R_{TR}^2}{R_{MR}^2} = 1823N \cdot \frac{0.26^2}{1.54^2} \approx 52N$$
 (III.2)

Tableau III.1 : limites d'opération des signaux de commande

 $R_{TR}$ estle rayon du rotor de queue, $R_{MR}$ est le rayon du rotor principal.

## **III.2.2.** Les Capteurs :

Il y'a sept (7) capteurs à bord de l'hélicoptère: trois accéléromètres, trois gyroscopes et un compas (boussole).

Les accéléromètres mesurent les accélérations de translation par rapport à l'EF indiquées dans le BF. En supposant que les valeurs initiales de ces accélérations sont nulles lorsque le système de contrôle est initialisé, les accélérations peuvent être intégrées pour donner des vitesses. Ainsi, ces capteurs sont supposés fournir des mesures directes des vitesses de translation. Les gyroscopes mesurent les vitesses angulaires du référentiel BF par rapport au SF en les indiquant dans le repère BF. Ces vitesses angulaires sont p, q et r et peuvent, donc, être utilisées directement. Le dernier capteur, la boussole, mesure les trois angles d'Euler (l'orientation ou le cap), et peuvent-être, aussi, utilisées directement par le contrôleur.

Les dynamiques de tous les capteurs sont supposés n'avoir aucune influence sur la dynamique du système total et sont, en conséquence, omises sur la même base que pour les actionneurs.

#### III.3. Calcul de la commande optimale :

Le but de cette section est d'introduire les principes du contrôle optimal, et donner une courte description de l'approche linéaire quadratique pour un contrôle optimal.

#### **III.3.1.Indice de performance :**

Lors d'une commande en régulation d'un système dynamique, l'objectif est d'amener le système vers un état de référence à partir d'une position initiale et maintenir le système dans cet état de référence. Souvent, il est souhaitable de conduire les états à une valeur d'équilibre aussi vite que possible, mais cette tâche sera toujours limitée par la quantité de puissance disponible dans l'actionneur. En minimisant un indice de performance de type

$$I(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \sum_{k=0}^{N} H(\mathbf{x}(\mathbf{k}), \mathbf{u}(\mathbf{k}))$$
(III.3)

Où *I* est l'indice de performance, k est l'instant de l'échantillon, 0 < k < N et *H* est une fonction de *x* (k) et *u* (k), par rapport à *u*(k), une séquence optimale de l'entrée : *u* (0), *u* (1), *u* (2), ..., *u* (N) peuvent être trouvées pour amener l'état *x* (k) à l'état de référence.

Pour effectuer numériquement l'optimisation du critère I(x,u), on adopte la technique de la programmation dynamique et on décrit l'expressions récursive suivante :

$$j_{k}^{N}(x(k)) = min_{u(k)}[H(x(k), u(k)) + j_{k+1}^{N}(x(k+1))]$$
(III.4)

La solution optimale est obtenue par le calcul de l'expression récursive  $j_k^N(x(k))$  dans le sens décroissant à partir de k=N.

En minimisant la valeur de l'indice *I*, la conception de la loi de commande a été exprimée comme une tâche de minimisation.

#### III.3.2. La commande Linéaire Quadratique :

Pour être en mesure de concevoir une loi de commande adéquate, la conception de H doit être considérée. Une approche largement utilisée est basé sur la minimisation d'un indice de performance quadratique de la forme [38] :

$$I = \sum_{k=0}^{N-1} (x^{T}(k)Q_{1}x(k)) + u^{T}(k)Q_{2}u(k)) + x^{T}(N)Q_{N}x(N)$$
(III.5)

$$H(k) = \begin{cases} x^{T}(k)Q_{1}x(k) + u^{T}(k)Q_{2}u(k) & 0 \le k \le N-1 \\ x^{T}(N)Q_{N}x(N) & k = N \end{cases}$$
(III.6)

Les matrices  $Q_1$ ,  $Q_2$  et  $Q_N$  sont des matrices de poids pour les valeurs de l'état, des entrées et de l'état final, respectivement. Pour le cas où le poids de la valeur final de l'état est le

même que celui de l'état désiré, c.à.d.  $Q_N = Q_1$ , l'indice de performance sera alors exprimé par l'équation :

$$I = \sum_{k=0}^{N} (\mathbf{x}^{T}(\mathbf{k})\mathbf{Q}_{1}\mathbf{x}(\mathbf{k})) + \mathbf{u}^{T}(\mathbf{k})\mathbf{Q}_{2}\mathbf{u}(\mathbf{k}))$$
(III.7)

Considérons un système linéaire de la forme équation suivant :

$$x(k+1) = \mathbf{\varphi} x(k) + \mathbf{\Gamma} u(k) \qquad (III.8)$$

Avec l'indice de performance donné par (III.7), à chaque instant k nous avons :

$$u(k)^* = -L(k)x(k)$$
(III.9)

$$j_k^N(x(k)) = x^T(k)S(k)x(k)$$
(III.10)

où  $u(k)^*$  est le vecteur optimal d'entrée et, est proportionnel au vecteur d'état  $\mathbf{x}(\mathbf{k})$  avec le facteur – L(k)qui représente le gain de la rétroaction d'état pour le système en boucle fermée.

L'expression  $j_k^N(x(k))$ qui exprime la valeur minimale du critère I(x,u) est proportionnel au carré du vecteur d'état  $\mathbf{x}(\mathbf{k})$  avec une matriceS(k). Afin de calculer les deux matrices L(k)etS(k), des équations de Riccati doivent être dérivées et résolues.

Pour dériver les équations de Riccati, (III.4) est employée en tant que point de départ, et en se basant sur (III.10), on peut écrire ce qui suit :

$$j_{k}^{N}(x(k)) = x^{T}(k)S(k)x(k)$$
  
=  $\min_{u(k)}[x^{T}(k)Q_{1}x(k) + u^{T}(k)Q_{2}u(k) + x^{T}(k+1)S(k+1)x(k+1)]$   
(III.11)

$$j_{k}^{N}(x(k)) = \min_{u(k)} [x^{T}(k)Q_{1}x(k) + u^{T}(k)Q_{2}u(k) + (\varphi x(k) + \Gamma u(k))^{T}S(k+1)(\varphi x(k) + \Gamma u(k))]$$
(III.12)

Pour trouver le minimum de (III.12) à l'instant **k**, on calcul la dérivée par rapport à u(k) et on identifie à zéro :

$$\frac{dj_k^N(x(k))}{du(k)} = \mathbf{Q}_2 \mathbf{u}(\mathbf{k}) + \mathbf{Q}_2^T \mathbf{u}(\mathbf{k}) + 2\mathbf{\Gamma}^T \mathbf{S} (\mathbf{k}+1) (\mathbf{\phi} x(\mathbf{k}) + \mathbf{\Gamma} u(\mathbf{k}))$$
(III.13)

$$\frac{dj_k^N(x(k))}{du(k)} = 2\mathbf{Q}_2\mathbf{u}(\mathbf{k}) + 2\Gamma^T \mathbf{S} (\mathbf{k}+1) (\mathbf{\phi} x(\mathbf{k}) + \Gamma u(\mathbf{k})) = \mathbf{0}$$
(III.14)

L'expression de l'entrée optimale s'écrit :

$$\mathbf{u}^*(k) = -\left[\mathbf{Q}_2 + \mathbf{\Gamma}^T \mathbf{S} \left(\mathbf{k} + \mathbf{1}\right) \mathbf{\Gamma}\right]^{-1} \mathbf{\Gamma}^T \mathbf{S}(k+1) \mathbf{\phi} \mathbf{x}(k) \tag{III.15}$$

En comparant les équations (III.15) et (III.9), on déduit l'expression du gain L(k) :

$$\mathbf{L}(\mathbf{k}) = [\mathbf{Q}_2 + \mathbf{\Gamma}^T \mathbf{S} (\mathbf{k} + 1)\mathbf{\Gamma}]^{-1} \mathbf{\Gamma}^T \mathbf{S} (\mathbf{k} + 1)\mathbf{\phi}$$
(III.16)

Ce qui est la première équation de Riccati.

Comme le gain L(k) dépend de S(k+1), par conséquent une expression pour S(k) est nécessaire. En Insérant (III.9) dans (III.12), on obtient :

$$j_{k}^{N}(x(k)) = x^{T}(k)S(k)x(k) = x^{T}(k)Q_{1}x(k) + (-L(k)x(k))^{T}Q_{2}(-L(k)x(k)) + (\phi x(k) - \Gamma L(k)x(k))^{T} s(k+1)(\phi x(k) - \Gamma L(k)x(k))$$
(III.17)

$$j_k^N(x(k)) = x^T \left[ Q_1 + L(k)^T Q_2 L(k) + \left( \phi - \Gamma L(k) \right)^T S(k+1) \left( \phi - \Gamma L(k) \right) \right] x(k) \text{(III.18)}$$

On déduit la deuxième équation de Riccati pour S(k):

$$S(k) = Q_1 + L(k)^T Q_2 L(k) + \left(\phi - \Gamma L(k)\right)^T S(k+1) \left(\phi - \Gamma L(k)\right)$$
(III.19)

Ce qui peut être simplifié en utilisant (III.16) :

$$S(k) = Q_1 + \phi^T S(k+1) (\phi - \Gamma L(k))$$
(III.20)

La résolution des équations de Riccati (III.16) et (III.20) et l'obtention du gain discret L et de la matrice S, sont effectués à l'aide de la commande Matlab *lqrd*() dont les arguments sont les matrices  $A_S$  et  $B_S$  du système continu, ainsi que les matrices poids  $Q_1$  et  $Q_2$  et le temps d'échantillonnage  $T_S = 20ms$ . Les matrices de poids doivent être ajustée jusqu'à obtention d'une réponse satisfaisante du système de commande.

# III.4.Régulation optimale en mode de vol-stationnaire :

#### III.4.1.Conception du contrôleur et stabilisation :

Cette section décrit la conception d'un contrôleur qui stabilise l'hélicoptère. Tout d'abord, on réalise une simulation en boucle ouverte du modèle non- linéaire, initialisé dans le point de fonctionnement, pour examiner le comportement du système. Les vitesses de translation et l'attitude de l'hélicoptère sont montrées à la figure (III.1). Comme mentionné dans le chapitre de linéarisation, le modèle est linéarisé et initialisé dans un point de fonctionnement qui n'est pas l'état d'équilibre du système. Les simulations confirment cette hypothèse et montrent que l'hélicoptère est un système instable.



Figure (III.1) : La simulation en boucle ouverte du modèle non-linéaire, initialisé au point de fonctionnement.

En raison de la force générée par le rotor de queue, une accélération négative de translation est effectuée le long de<sup>b</sup>Y. On constate aussi des accélérations positives dans les sens des axes  ${}^{b}X$  et  ${}^{b}Z$ . Cela est accompagné de variations importantes dans l'orientation de l'hélicoptère (Angles d'Euler), indiquant une instabilité du système dans son point de fonctionnement.

Dans une première étape, le but et la conception d'une régulation pour stabiliser l'hélicoptère dans une position de vol stationnaire, c'est à dire pour amener les états décrivant l'attitude vers des valeurs constantes et les vitesses vers des valeurs nulles. Dans cette étape, on suppose la disponibilité de toutes les variables d'état et en absence de toutes les perturbations externes.

Comme décrit dans la section précédente, la commande est basée sur un régulateur LQ stationnaire. Ainsi, des valeurs stationnaires des matrices L (k) et S (k) sont calculées avec Matlab et utilisées dans l'implémentation du modèle Simulink du système de commande. Ces

valeurs sont calculées sur la base des équations de Riccati récursives. L'indice de performance est défini comme :

$$I = \sum_{k=0}^{N} x^{T}(k) Q_{1} x(k) + u^{T}(k) Q_{2} u(k)$$
(III.21)

La boucle fermée du système autonome discret est montré dans la figure (III.2). Les paramètres de conception qui restent sont les matrices de poids  $Q_1$  et  $Q_2$ .



Figure (III.2) : Schéma bloc de la boucle fermée du système discret

Sur la base des connaissances sur le système en boucle ouverte, les spécifications des valeurs maximales des états et des entrées peuvent être utilisées comme point de départ pour les matrices poids [38] :

$$Q_{1}(i,i) = \frac{1}{x_{i,max}^{2}}$$

$$Q_{2}(i,i) = \frac{1}{u_{i,max}^{2}}$$
(III.22)

L'objectif premier de cette étape est stabiliser sélectionne des matrices de poids sur la base de ses intervalles de variation et des formules l'hélicoptère autour du point de fonctionnement. Pour cela, on commence par définir la performance de la commande en introduisant des intervalles pour les variations des différentes variables d'état comme l'indique le tableau (III.1). Ensuite, on sélectionne les matrices de poids sur la base des formules (III.22).

Intervalles d'opération								
u	$\pm 1.10^{-3}m/s$							
v	$\pm 1.10^{-3} \ m/s$							
w	$\pm 1.10^{-3}m/s$							
р	$\pm 175$ . $10^{-3}$ rad/s ( $\pm 10^{\circ}$ )							
q	$\pm 175.10^{-3} rad/s(\pm 10^{\circ})$							
r	-							
θ	$\pm$ 87. 10 <sup>-3</sup> rad (±5°)							
$\phi$	$\pm$ 87. 10 <sup>-3</sup> $rad$ (±5°)							
Ψ	-							
<b>B_1</b> s	$\pm 262.10^{-3} rad(\pm 15^{\circ})$							
<i>B_1c</i>	$\pm 262.10^{-3} rad(\pm 15^{\circ})$							

Tableau (III.2) : Intervalles de variation des variables d'état

Les valeurs sélectionnées pour les matrices de poids sont :

	10 <sup>6</sup>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	10 <sup>6</sup>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	10 <sup>6</sup>	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	32.7	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	32.7	0	0	0	0	0	0
$\mathcal{Q}_1^{=}$	0	0	0	0	0	32.7	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	132.1	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	132.1	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	132.1	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	14.6	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	14.6

 $\sigma = 1$ 

	32.7	0	0	0	
$0 - \sigma$	0	32.7	0	0	
$Q_2 = 0$	0	0	32.7	0	
	0	0	0	10	

Où  $\sigma$  est une constante multipliée par $Q_2$ .

Une simulation en boucle fermée avec ces matrices de poids, on obtient les résultats de la figure (III.3). Avant cette simulation, le point de fonctionnement pour l'entrée collective est ajusté à  $u_{col} = 0,1026$  selon la formule obtenue dans le chapitre II.

En considérant la figure(a), il peut être vu que les vitesses longitudinale et verticale, convergent vers une constante proche de zéro, tandis que la vitesse latérale converge vers la valeur de -1.5 mm/s. Cette erreur d'état stationnaire est causée par la poussée du rotor de queue, ce qui crée un effet de force négative le long<sup>b</sup>y. Comme on peut le voir à la figure 10.3 (b) l'hélicoptère possède un angle de roulis positif  $\boldsymbol{\Phi}$ .



Figure (a) : la vitesse de translation



Figure (b) : attitude (angles d'Euler)



Figure (c) :signal de commande à l'entrée



Figure (d) : signal de commande de poussée de rotor queue,  $u_{ped}$ 

Figure (III.3) : Résultats de simulation basés sur les matrices de poids

Cette simulation montre que l'hélicoptère est stabilisé, mais avec un temps de décantation (stabilisation) sur le l'attitude, et une petite erreur statique sur les vitesses de translation. Ces erreurs sur l'état sont causées par la poussée du rotor de queue, qui peut être considéré comme une perturbation.

Quelques modifications dans les valeurs des termes diagonales des matrices de poids peuvent influencer la réponse du système, comme le montre la figure III.4 obtenue pour les valeurs suivantes des matrices poids.

	Гс										-
	106	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	10 <sup>6</sup>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	10 <sup>6</sup>	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	3270	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	32.7	0	0	0	0	0	0
<i>Q</i> <sub>1</sub> =	0	0	0	0	0	10 <sup>2</sup>	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	13210	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	132.1	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	10 <sup>4</sup>	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	14.6	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	14.6
$\sigma = 10$	) <sup>-3</sup>										

0 -	32.7	0	0	0 ]
	0	32.7	0	0
$Q_2 = 0$	0	0	32.7	0
	0	0	0	10

Comme on peut le voir à la figure (b), le temps de décantation pour les angles  $\phi$ ,  $\Psi$  est légèrement réduit, en raison de la hausse effectuée sur les termes du poids des variables p, r,  $\phi$ ,  $\Psi$ . En outre $\sigma$  est réduite afin de rendre l'actionneur fournir plus de puissance. Il en résulte un mouvement de lacet réduit, mais avec une augmentation de l'erreur stationnaire sur la vitesse latérale. En comparant la figure III .3(d) et Figure III.4 (d), il peut être vu que la poussée du rotor de queue est réduite.



Figure (a) : la vitesse de translation



Figure (d) : signal de commande de poussée de rotor queue



## III.4.2. Modélisation des perturbations connues :

Les erreurs en régime permanent, tels que le décalage sur la vitesse de translation latérale, sont causées par des erreurs connus de linéarisation, qui ne sont pas inclus dans la conception du contrôleur. Il est cependant possible réduire ces erreurs en introduisant un modèle des perturbations dans la loi de commande.

Bien que La perturbation entraîne seulement une légère dérive sur les vitesses de translation, il sera inclus dans la loi de contrôle pour réduire l'erreur. Dans le système linéaire discret III.1, la perturbation provient du terme  $\Gamma_d d(k)$  que nous allons prendre en considération dans le calcul de la loi de commande et, compenser ainsi les effets négative de cette perturbation dans le modèle. Nous adoptons la méthode décrite dans [38] et, nous définissons un nouvel état  $x_d(k)$  pour modéliser la perturbation :

$$\begin{cases} x_{d}(k+1) = \phi_{d}x_{d}(k) & x_{d}(0) = K_{dist} \\ d(k) = H_{d}x_{d}(k) \end{cases}$$
 III.23

Où  $\phi_d$  et  $H_d$  sont des scalaires d'une valeur de un, car la perturbation  $\mathbf{d}(\mathbf{k})$  ne perturbe considérablement que la vitesse latérale v. La valeur de la constante  $K_{dist}$  a été calculée dans le processus de linéarisation dans le paragraphe. Ainsi, avec la description du système linéaire discret

$$\begin{cases} x_{s}(k+1) = \phi_{s}x(k) + \Gamma_{s}u(k) + \Gamma_{d}d(k) \\ y(k) = H_{s}x_{s}(k) \end{cases}$$
 III.24

Il est possible de former une description du système augmentée par l'élargissement du vecteur d'état x (k) avec le nouvel état de perturbation  $x_d(k)$ , tels que :

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x_s(k+1) \\ x_d(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_s \Gamma_d H_d \\ 0 & \phi_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s(k) \\ x_d(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Gamma_s \\ 0 \end{bmatrix} u(k)$$
$$y(k) = \begin{bmatrix} H_s & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s(k) \\ x_d(k) \end{bmatrix}$$
III.25

En notant les matrices et les vecteurs augmentés  $\Gamma$ , H, x(k), x(k + 1), le système augmenté peut être exprimé comme :

$$\begin{cases} x(k+1) = \phi x(k) + \Gamma u(k) \\ y(k) = Hx(k) \end{cases}$$
 III.26

Le critère de la performance, qui doit être minimisé, peut être exprimé comme :

$$I = \sum_{k=0}^{N} (x^{T}(k)Q_{1}x(k)) + u^{T}(k)Q_{2}u(k)$$
 III.27

Qui a la même forme que dans (III.7). La seule différence est que le vecteur d'état  $\mathbf{x}$  ( $\mathbf{k}$ ) et la matrice $Q_1$  sont augmentés afin d'inclure l'état de perturbation. Ils ont la forme :

$$x(k) = \begin{bmatrix} x_s(k) \\ x_d(k) \end{bmatrix} \qquad \qquad Q_1 = \begin{bmatrix} Q_{1s} & 0 \\ 0 & Q_{1d} \end{bmatrix} \qquad \qquad \text{III.28}$$

Où  $Q_{1s}$  est la matrice poids du système d'état original de la section précédente, et  $Q_{1d}$  est la matrice poids de la perturbation. Ainsi, les équations générales de Riccati peuvent encore être utilisées pour calculer le gain statique L(0). La loi de commande est alors :

$$u(k) = -L(0)X(k) \qquad \text{III.29}$$

$$u(k) = -[L_s(0)L_d(0)] \begin{bmatrix} x_s(k) \\ x_d(k) \end{bmatrix}$$
 III.30

Le terme  $L_s(\mathbf{0})$  représentele gain du retour d'état lorsque la perturbation est égale à zéro. Le système augmenté avec retour d'état est illustré dans la figure (III.5).



Figure (III.5) : Le contrôleur optimal incluant un modèle de perturbation
Les termes diagonales de  $Q_{1s}$  seront égales à ceux de la matrice  $Q_1$  de la section précédente. Le seul terme de $Q_{1d}$  est mis à zéro, puisque cet état est considéré comme une perturbation externe constante qui ne peut pas être altéré par les signaux de commande. La matrice  $Q_2$  reste également intacte. Ainsi, les matrices de poids sont :

	10 <sup>6</sup>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	10 <sup>6</sup>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	10 <sup>6</sup>	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	3270	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	32.7	0	0	0	0	0	0
$Q_{1s} =$	0	0	0	0	0	10 <sup>2</sup>	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	13210	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	132.1	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	10 <sup>4</sup>	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	14.6	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	14.6

$$Q_{1d} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$
  

$$\sigma = 10^{-3}$$
  

$$Q_2 = \sigma \begin{bmatrix} 32.7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 32.7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 32.7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

Avec ces valeurs, le gain de retour L(0) est calculé. Cette commande par retour d'état est utilisée pour le contrôle du modèle non-linéaire SIMULINK, où la perturbation  $x_d(k)$ est présentée comme constante :

$$x_d(k) = K_{dist}$$
 III.31  
$$x_d(k) = -0.1226$$

Lors de la simulation du système en boucle fermée avec et sans perturbation, les réponses des vitesses de translation sont illustrés dans la Figure (III.6). La valeur ajustée pour  $0u_{col}$  trouvés dans la section précédant a été utilisé dans la simulation. Le choix de la matrice poids  $Q_{1e}$  a donné des résultats satisfaisants par rapport à la dynamique du système. Ainsi, il n'est pas nécessaire de modifier les éléments diagonaux. Figure (III.6) montrent aussi que la modélisation de la perturbation pour le calcul de la loi de commande influencer la valeur

stationnaire de la variable d'état v. Cependant, elle montre aussi que cette valeur est augmentée au-delà de zéro. Cela est dû à une trop grande valeur de  $|K_{dist}|$  par rapport à la valeur réelle de la perturbation exprimée dans le modèle linéaire. Nous avons tenté des simulations répétées avec des valeurs différentes de  $K_{dist}$ . Une valeur acceptable de l'ordre de $K_{dist} = -0.06113$  a donné le résultat illustré dans la figure (III.7).



Figure(III.6) : Une simulation en boucle fermée du système non-linéaire initialisée dans le point de fonctionnement.



Figure (III.7) : Une simulation en boucle fermée du système non-linéaire initialisée dans le point de fonctionnement avec a valeur ajustée  $K_{dist} = -0.06113$ 

Nous constatons une nette amélioration de l'état stationnaire de la vitesse latérale v. Cependant, bien que l'erreur est très faible, il y'a toujours une erreur dans l'état stationnaire. En introduisant l'action intégrale dans le contrôleur, qui sera effectuée dans l'étape suivante, il est possible de supprimer les erreurs stationnaires.

## III.4.3.Conception de contrôleur avec l'action intégral :

En introduisant une action intégrale dans le modèle du contrôleur, il est possible d'enlever les effets des perturbations constantes sur le système à boucle fermée. L'action intégrale est réalisée en introduisant un état intégral :

$$x_i(k + 1) = x_i(k) - x_s(k)$$
 (III.32)

En écrivant les trois modèles d'état, on obtient :

Modèle de système 
$$\begin{cases} x_s(k+1) = \phi_s x(k) + \Gamma_s u(k) + \Gamma_d d(k) \\ y(k) = H_s x_s(k) \end{cases}$$
 (III.33)

Modèle perturbation 
$$\begin{cases} x_d(k+1) = \phi_d x_d(k) & x_d(0) = K_{dist} \\ d(k) = H_d x_d(k) \end{cases}$$
 (III.34)

Modèle action intégrale  $\mathbf{x}_i(\mathbf{k} + \mathbf{1}) = \mathbf{x}_i(\mathbf{k}) - \mathbf{x}_s(\mathbf{k})$  (III.35)

En définissant le vecteur d'étatx(k) augmenté avec l'état intégral tel que :

$$\boldsymbol{x}(\boldsymbol{k}) = [\boldsymbol{x}_s(\boldsymbol{k})\boldsymbol{x}_d(\boldsymbol{k})\boldsymbol{x}_i(\boldsymbol{k})]^T$$

La description de système augmentée avec l'action intégrale sur tous les états est :

$$\begin{cases} x(k+1) = \begin{bmatrix} \phi_s & \Gamma_d H_d & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \phi_d & \mathbf{0} \\ -I & \mathbf{0} & I \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} \Gamma_s \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} u(k) = \phi x(k) + \Gamma u(k) \qquad (III.36) \\ \{y(k) = \begin{bmatrix} H_s & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} x(k) \end{cases}$$

Si nous choisissons d'avoir l'action intégrale sur les sorties mesurables, c'est-à-dire l'ensemble des vitesses de translation et de rotation plus l'angle d'orientation du cap de l'hélicoptère, alors l'état intégrale peut s'écrire :

Ou: 
$$x_i(k + 1) = x_i(k) - H_s x_s(k)$$

Ce changement affecte également la matrice d'état du système augmentée, qui devient :

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\phi}_s & \boldsymbol{\Gamma}_d \boldsymbol{H}_d & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{\phi}_d & \boldsymbol{0} \\ -\boldsymbol{H}_s & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} \end{bmatrix} \quad , \quad \boldsymbol{\Gamma} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Gamma}_s \\ \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix}$$
(III.38)

Le critère quadratique d'optimisation s'écrit :

$$I = \sum_{k=0}^{N} (x^{T}(k)Q_{1}x(k)) + u^{T}(k)Q_{2}u(k)$$
 (III.39)

Cependant, cette fois le vecteur d'état x(k) et la matrice  $Q_1$  sont augmentés comme suit:

$$x(k) = \begin{bmatrix} x_s(k) \\ x_d(k) \\ x_i(k) \end{bmatrix} Q_1 = \begin{bmatrix} Q_{1s} & 0 & 0 \\ 0 & Q_{1d} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{1i} \end{bmatrix}$$
(III.40)

Où  $Q_{1i}$  est la matrice qui pondère les états intégraux. La résolution des équations de Ricatti résulte en un gain augmenté et, on écrit :

$$u(k) = -L(0)x(k)$$
  
$$u(k) = -[L_{s}(0)L_{d}(k)L_{i}(k)] \begin{bmatrix} x_{s}(k) \\ x_{d}(k) \\ x_{i}(k) \end{bmatrix}$$
 (III.41)

Le système augmenté avec retour d'état est illustré dans la figure suivant :



Figure(III.8) : Le contrôleur optimal comprenant un modèle de perturbation et un modèle

intégral

La sélection des matrices de poids $Q_{1s}$ ,  $Q_{1d}$  et  $Q_{1i}$  influence la réponse du système. On constate que, lorsque les valeurs de la diagonale de  $Q_{1i}$  sont augmentées les erreurs statiques sont réduites mais, les oscillations sont présentes. En diminuant les valeurs de la diagonale, les oscillations sont réduites mais, la réponse devient lente.

Pour le choix de, les valeurs des matrices  $Q_{1s}$  et  $Q_{1d}$  seront maintenues telles que dans la simulation précédente.

La matrice de poids  $Q_{1i}$  a été sélectionnée avec les valeurs suivantes :

$$Q_{\text{int}} = K_{dist} \begin{bmatrix} 10^6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10^6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3270 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 32.7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^4 \end{bmatrix}$$
(III.41)

La valeur donnée pour  $k_{int}$  est ajustée à 0.001.

Une simulation du système à boucle fermée, initialisée à son point de fonctionnement, est représentée dans la figure (III.9).



Figure (III.9) : Une simulation de boucle fermée du système non linéaire initialisé au point d'opération. Le contrôleur a l'action intégrale.

## III.4.4. Conception d'un estimateur de Kalman :

Dans les sections précédentes, nous avons travaillé avec l'hypothèse que les onze (11) variables du vecteur d'état sont mesurables et sont disponibles pour l'implémentation de la loi de commande optimale par retour d'état. Toutefois, comme mentionné dans la section précédente, les capteurs disponibles sont trois accéléromètres pour mesurer les vitesses de translations, trois gyroscopes pour mesurer les vitesses angulaires de l'hélicoptère une boussole pour mesurer l'angle de lacet. Cela signifie qu'il est seulement possible de mesurer sept (7) sur les 11 états nécessaires pour l'exécution de la commande par retour d'état. Les angles de battement  $B_{1s}$  et  $B_{1c}$  et deux des angles d'Euler  $\theta$  et  $\phi$  ne sont pas directement mesurables et doivent être estimées. Ceci nécessite la mise au point d'un observateur sous la forme d'un estimateur d'ordre complet de Kalman. Cet estimateur sera de type discret et donnera des estimations, non seulement des quatre variables non mesurables mais, de toutes les onze variables du système.

Le principe d'un estimateur de Kalman - est d'estimer les états en se basant sur la connaissance de la distribution du bruit pour chaque état et de la distribution du bruit de mesure sur chaque sortie du système. Par cette connaissance les valeurs d'état et les valeurs de sortie sont pondérées en fonction des écarts entre les valeurs du système et les valeurs du modèle. Un système de la forme :

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{\phi}\mathbf{x}(k) + \Gamma \mathbf{u}(k) + \mathbf{e}_{\mathbf{x}}(k) \\ \mathbf{y}(k) = H\mathbf{x}(k) + \mathbf{e}_{\mathbf{y}}(k) \end{cases}$$
(III.42)

Où  $e_x(k)$  représente le bruit du processus et,  $e_y(k)$  le bruit de mesure. Ces bruits sont supposés être non corrélés, aléatoires et de valeurs moyennes nulles. L'observateur optimal  $\hat{x}(k)$  qui donne la variance minimale de l'erreur d'état $x(k) - \hat{x}(k)$  est déterminé par [38] comme :

$$\widehat{x}(k+1) = \phi \widehat{x}(k) + \Gamma u(k) + K(k)[y(k) - H\widehat{x}(k)]$$
(III.43)

Où K (k) est le gain de Kalman décrit par :

$$K(k) = \phi P(k) H^{T} [R_{ey} + HP(k) H^{T}]^{-1}$$
(III.44)

Avec P(k+1) la matrice de covariance de l'estimation d'état [38] :

$$P(k+1) = R_{ex} + (\phi - K(k)H)P(k)\phi^{T}$$

$$P(0) = R_{x}(0)$$
(III.45)

Où  $\mathbf{R}_{ex}$  et  $\mathbf{R}_{ey}$  sont les matrices de covariance de l'erreur de l'état $\mathbf{e}_x$  et del'erreur de sortie  $\mathbf{e}_y$ , respectivement.  $\mathbf{R}_x(\mathbf{0})$  est la variance de l'état initial.

Dans la figure (III.10), on donne la structure d'un système avec un observateur est montré. Dans cette structure, on peut constater que la matrice inconnue dans est le gain **K** de Kalman, qui doit être calculé.

#### III.4.4.1.Calcul du gain de Kalman :

Pour le calcul du gain de Kalman K, la même approche est utilisée que pour le calcul du gain de commande L. Ceci est possible car, il y'aune dualité entre le contrôleur et l'observateur que nous résumons par les équations suivantes :



Figure(III.10) : Schéma bloc d'un système avec estimateur de Kalman

Commande 
$$\begin{cases} L(k) = [Q_2 + \Gamma^T S(k+1)\Gamma]^{-1} \Gamma^T S(k+1)\phi \\ S(k) = Q_1 + \phi^T S(k+1)[\phi - \Gamma L(k)] \\ S(N) = Q_N \end{cases}$$
(III.46)

Observation 
$$\begin{cases} K(k) = \phi P(k) H^T [R_{ey} + HP(k) H^T]^{-1} \\ P(k+1) = R_{ex} + (\phi - K(k) H) P(k) \phi^T \\ P(0) = R_x(0) \end{cases}$$
 (III.47)

#### III.4.4.2.Détermination des matrices de varaince :

Pour calculer le gain de KalmanK, la connaissance des matrices de covariance  $R_{ex}$  et  $R_{ey}$  est nécessaire exigées mais, ces matrices ne sont pas toujours s disponibles, Dans notre cas, les

matrices  $R_{ex}$  et  $R_{ey}$  peuvent être considérées comme des paramètres de conception du système de commande comme les matrices poids  $Q_1$  et à  $Q_2$ , utilisés pour la conception de contrôleur. Après un certains nombre d'éssais, on peut arriver à implémenter un observateur avec des performences satisfaisantes.

Dans la simulation, le bruit de mesure,  $e_y$  est considéré nul, ce qui signifie que la matrice de covariance du bruit le bruit  $R_{ey}$  est également nulle. Pour la matrice  $R_{ex}$ , nous avons commencer par choisir une matrice identité avant de modifier les éléments de la diagonale pour obtenir des estimations satisfaisantes des états mésurés et non mesurés avec le minimum d'erreurs. La figure suivante illustre les résultats de l'estimation avec ces choix pour  $R_{ey}$  et $R_{ex}$ 



Figure (c) : vitesse de translation (u)



Figure (d) : angle d'Euler (phi)

Figure (III.11) : Sorties de l'estimateur de Kalman suivant trois états différents du système

Il est clair de ces résultats de simulations que l'estimateur de Kalman essaye de suivre les états du système mais pour certains des états l'amplitude n'est pas très précise. On observe que pour les angles de battement où l'erreur d'estimation est la plus élevée. Ce n'est pas inattendu puisqu'ils ne sont pas mesurables.

Dans ce qui suit, on présente une simulation ou l'hélicoptère est sommé de passer au mode vol stationnaire à partir d'un mode de vol en translation qui définit les conditions initiales de la manœuvre. Cette simulation est effectuée après insertion du bloc estimateur de Kalman dans le modèle Simulink.

Condition initial

 $u_0 = 6 m/s$ ,  $v_0 = 0 m/s$ ,  $w_0 = -3 m/s$ 

 $\phi_0 = 0.75 \, rad \ , \theta_0 = 0.75 \, rad \ , \psi_0 = 1 \, rad$ 

Cette figure présente la trajectoire de vol de l'hélicoptère à partir de condition initiales non nulles vers un vol stationnaire (vitesse de translation latéral nulle, les vitesses de rotation nulles, les angles de battement nulles). On constate que l'hélicoptère arrive à l'état de vol stationnaire à partir de la  $10^{eme}$  seconde (l'hélico atteint son état d'équilibre).







Figure (III.13) : les vitesses de translation [m/s]



Figure (III.15) : les angles de battement [rad]



Figure (III.16) : les Attitudes [rad]

Au début de la manœuvre les vitesses et les angles qui représentes dans les figures précédentes présentent les phénomènes oscillatoires, qui s amortissant au fur et à mesure jusqu'à l'immobilisation de l'hélicoptère.





Figure (III.17) : les signaux des commandes

A partir de ces figure nous conclurons que hélicoptère fait un petit mouvement (droite gauche, haut bas, avant arrière) mais il est stationnaire à partir de la  $10^{eme}$  seconde.



Figure III.18 : Trajectoire 3D avec orientation de l'hélicoptère pendant la manœuvre du vol stationnaire

## III.5.Commande optimale en mode poursuite d'une trajectoire de référence :

Ce chapitre présente une procédure systématique pour la conception d'un contrôleur du vol en fonction de la représentation linéaire dynamique de l'hélicoptère. L'objectif du contrôleur est pour l'hélicoptère de suivre des trajectoires de référence prédéfinies. [39]

## III.5.1. Modification du modèle linéaire de l'hélicoptère :

Le but de cette section est d'obtenir un contrôleur de vol sur la base du modèle linéaire de l'hélicoptère. Le modèle paramétré décrit dans la section (II.6.4) sera utilisé comme base pour la conception du contrôleur. Nous rappelons que notre modèle a été obtenu en effectuant une linéarisation autour d'un point de fonctionnement qui représente les conditions d'un vol stationnaire. Au vol stationnaire, les valeurs des vecteurs des vitesses linéaire et angulaire sont :

$$\mathbf{v}_0^b = \boldsymbol{\omega}_0^b = [0 \ 0 \ 0]^T$$

Pour les besoins de la conception d'une loi de commande en poursuite de trajectoire, nous allons faire subir au modèle obtenu dans la section (II.6.4) une légère modification et, l'écrire :

$$\dot{\xi} = A\xi + Bu_c \qquad \text{III.48}$$

Où les vecteurs d'état et de commande sont, respectivement :

$$\boldsymbol{\xi} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v} \quad \boldsymbol{\theta} \quad \boldsymbol{\Phi} \quad \boldsymbol{q} \quad \boldsymbol{p} \quad \boldsymbol{B}_{1s}\boldsymbol{B}_{1c} \quad \boldsymbol{w} \quad \boldsymbol{r} \quad \boldsymbol{\psi} \end{bmatrix}^T \qquad \qquad \text{III.49}$$

$$\boldsymbol{u}_c = [\boldsymbol{u}_{lon} \ \boldsymbol{u}_{lat} \ \boldsymbol{u}_{col} \boldsymbol{u}_{ped}]^T \qquad \text{III.50}$$

Notons que les vecteurs d'état  $\boldsymbol{\xi}$  et de commande  $\boldsymbol{u}_c$  ont les mêmes éléments que les vecteurs  $\boldsymbol{x}$  et  $\boldsymbol{u}$  du modèle linéaire utilisé dans les sections précédentes. La seule différence est dans l'ordre d'écriture des variables d'état. Les matrices  $\boldsymbol{A}$  et  $\boldsymbol{B}$  du modèle d'état (III.48) sont déduites à partir des matrices  $\boldsymbol{A}_s$  et  $\boldsymbol{B}_s$  pour satisfaire le nouvel ordre des variables d'état dans les vecteurs d'état  $\boldsymbol{\xi}$  et de commande  $\boldsymbol{u}_c$ , respectivement.

## III.5.2. Schéma linéaire conception de contrôleur :

Ayant établi modèle linéaire de l'hélicoptère, la prochaine étape est la conception du contrôleur du vol autonome. L'objectif final du contrôleur est que l'hélicoptère puisse suivre, de façon autonome, des positions prédéfinies sur une trajectoire de référence. Comme le modèle linéaire donnée en (III.48) ne comprend pas les coordonnées (la position) de l'hélicoptère, par conséquent, la conception du contrôleur sera problème de suivi d'une vitesse de référence de translation et d'une orientation (cap) selon l'angle  $\psi$ . Le vecteur de sortie d'intérêt de l'hélicoptère est donc :

$$y = [u \ v \ w \ \psi]^T = C\xi \qquad \text{III.51}$$

La matrice C est composée uniquement de 'zéros' et de 'uns' et, a des dimensions évidentes. La tâche première est la conception d'une loi de commande pour que l'hélicoptère poursuit la sortie de référence $y_r = [u_r w_r \psi_r v_r]^T$ . Le problème de poursuite nécessite la détermination du signal de commande  $u_c(t)$ en fonction des variables d'état du vecteur  $\xi(t)$  et la de sortie de référence $y_r(t)$ , avec ses dérivés supérieures, tels que :

$$\lim_{t\to\infty} y(t) - y_r(t) = 0 \qquad \qquad \text{III.52}$$

Une difficulté supplémentaire de la commande en poursuite de trajectoire est la disponibilité des variables d'état à partir des mesures. Seul un sous-ensemble des variables d'état peuvent être mesurés, par conséquent, les autres variables telles que les angles de battement seront estimées par l'observateur de Kalman.

La première partie de la conception consiste à déterminer un vecteur d'état désiré  $\xi_d$  qui est composé uniquement par les composants de la sortie de référence et leurs dérivés supérieurs. Notons  $e = \xi - \xi_d$  l'erreur entre la valeur réelle de l'état de l'hélicoptère et de sa valeur désirée. Le vecteur $\xi_d$  devrait être choisi de telle manière que,

$$lim_{t\to\infty} e(t) = 0 \lim_{t\to\infty} y(t) - y_r(t) = 0$$
 III.53

La conception du contrôleur repose sur une méthodologie récursif pour la dérivation d'un vecteur d'état désiré  $\xi_d$  et un vecteur de commande désiré  $u_c^d$  d'entrée qui satisfait (III.53) et aussi

$$\dot{\xi}_d = A\xi_d + Bu_c^d \qquad \text{III.54}$$

Après avoir défini le vecteur d'état désiré  $x_d$  et le vecteur commande qui lui correspond  $u_c^d$ Le terme de stabilisation du système est introduit. Le signal de commande est construit par la superposition de deux termes ;

Où  $u_c^{fb}$  est une loi d'asservissement pour stabiliser le système et ramener l'erreur vers zéro. La dynamique de l'erreur prend la forme

$$\dot{e} = Ae + Bu_c^{fd}$$
 III.56

Le système ci-dessus est identique au système donné en (III.48). La différence est que le vecteur d'état est remplacé par le vecteur d'erreur. La composante  $u_c^{fb}$  du vecteur de commande peut être choisie en utilisant une variété de techniques telle que la commande optimale (régulation linéaire quadratique) qui peut rendre l'erreur globalement asymptotiquement stable.

## III.5.3.Décomposer le système :

Dans ce qui suit, nous allons décomposer la structure du modèle en (III.48) en deux soussystèmes interconnectés. Le premier sous-système compte pour le mouvement longitudinal et latéral. Le second sous-système représente la dynamique couplée du lacet et du heave (yaw and heavedynamics). En particulier, le sous-système du mouvement latéral-longitudinale est donnée par

$$\dot{\xi}_{ll} = A_{ll}\xi_{ll} + B_{ll}u_{ll} \qquad \text{III.57}$$

$$\xi_{ll} = [u \ v \ \theta \ \phi \ q \ p \ B_{1s}B_{1c}]^T$$
 III.58

Le deuxième sous-système s'écrit :

$$\dot{\xi}_{yh} = A_{yh}\xi_{yh} + B_{yh}u_{yh} \qquad \text{III.60}$$

$$\xi_{yh} = [\psi \ \omega \ r]^T u_{yh} = [u_{ped} \ u_{col}]^T$$
III.61

Les matrices des deux sous-systèmes sont directement déduites d'une décomposition des matrices A et B du système III.48.

Pour des commodités de calcul, les transformations suivantes sont faites sur les vecteurs de commande  $u_{ll}$  et  $u_{vh}$  des deux sous-systèmes.

$$u_{ll} = (B_{ll}^{n})^{-1} v_{ll}, u_{yh} = (B_{yh}^{n})^{-1} v_{yh}$$

$$B_{ll}^{n} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, B_{yh}^{n} = \begin{bmatrix} 0.273 & 0 \\ 0 & -229.6 \end{bmatrix}$$
III.62

Les vecteurs  $v_{ll}$ ,  $v_{yh}$  sont des commandes à déterminer. En substituant les actions de commande ci-dessus dans les deux sous-systèmes (III.57) et (III.60), on obtient :

$$\dot{\xi}_{ll} = A_{ll}\xi_{ll} + \overline{B}_{ll}v_{ll}$$
 III.63

$$\xi_{yh} = A_{yh} \xi_{yh} + B_{yh} v_{yh}$$
III.64
$$\overline{B_{ll}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{6*2} \\ I_2 \end{bmatrix} \overline{B_{yh}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2*1} \\ I_2 \end{bmatrix}$$

## III.5.4. Conception d'une commande de poursuite de vitesse et de cap :

Le problème du contrôle se résume en la conception de deux boucles de rétroaction par retour d'état pour chaque sous-système. Nous allons, dans ce qui suit, décrire la conception de la commande optimale par retour d'état du sous-système de la dynamique latérale-longitudinale. La dérivation de la commande pour le deuxième sous-système peut être déduite de la même manière et ne sera pas explicitement développée.

#### III.5.4.1. Dynamique Latérale-Longitudinale :

Le premier sous-système d'état est décrit par l'ensemble des équations suivantes :

$$\dot{\xi}_{ll} = A_{ll}\xi_{ll} + \overline{B_{ll}}v_{ll} \qquad \qquad \text{III.65}$$

$$y_{ll} = C_{ll}\xi_{ll}$$
 III.66

$$y_{ll}^m = C_{ll}^m \xi_{ll}$$
 III.67

$$\xi_{ll} = [\mathbf{u} \ \mathbf{v} \ \mathbf{\theta} \ \mathbf{\phi} \ \mathbf{q} \ \mathbf{p} \ \mathbf{\beta}_{1s} \mathbf{\beta}_{1c}]^T$$
 III.68

$$v_{ll} = [v_{long} v_{lat}]^T$$
 III.69

$$y_{ll}^{m} = [u \ v \ \theta \ \phi \ q \ p]^{T}$$
III.71

Le vecteur  $y_{ll}^m$  représente le vecteur des états mesurables. La première étape dans la conception du contrôleur pour ce sous-système est de déterminer un vecteur d'état désiré  $\xi_{ll}^d$  et une entrée de commande désirée  $v_{ll}^d$ , qui soient fonctions des éléments du vecteur  $y_{ll}^r$  et leurs dérivés supérieures, tels que pour l'erreur  $e_{ll} = \xi_{ll} - \xi_{ll}^d$ :

$$lim_{t\to\infty} e_{ll} = 0 \lim_{t\to\infty} y_{ll} - y_{ll}^r = 0$$
 III.72

Pour ce faire, la loi de commande de ce sous-système est obtenue par la superposition suivante

$$\boldsymbol{v}_{ll} = \boldsymbol{v}_{ll}^{d} + \boldsymbol{v}_{ll}^{fb} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_{lon}^{d} \\ \boldsymbol{v}_{lat}^{d} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_{lon}^{fb} \\ \boldsymbol{v}_{lat}^{fb} \end{bmatrix}$$
 III.73

Où  $v_{ll}^{fb}$  est une loi de commande optimale à déterminer. La tâche initiale consiste à sélectionner les paire  $(\xi_{ll}^d, v_{ll}^d)$  de telle sorte qu'ils répondent à l'exigence de (III.72) et aussi

$$\dot{\xi}_{ll}^{d} = A_{ll} \xi_{ll}^{d} + \overline{B_{ll}} v_{ll}^{d} \qquad \text{III.74}$$

Si la paire  $(x_{ll}^d, v_{ll}^d)$  satisfait l'équation ci-dessus, alors, la dynamique d'erreur devient

$$\dot{\boldsymbol{e}}_{ll} = \boldsymbol{A}_{ll} \boldsymbol{e}_{ll} + \overline{\boldsymbol{B}}_{ll} \boldsymbol{v}_{ll}^{fb}$$
 III.75

Pour la dérivation de la carte $x_{ll}^d$ , vecteur d'état désiré et entrée de commande  $v_{ll}^d$  une procédure récursive basée sur la méthodologie backstepping est suivie.

La procédure commence par tirer la dynamique d'erreur des variables de vitesse de translation u et v, par conséquent (g=9.81):

$$\dot{e}_u = \dot{u} - \dot{u}_d = -\dot{u}_d - 9.81(e_\theta + \theta_d)$$
 III.76

$$\dot{e}_u = -\dot{u}_d - 9.81\theta_d - 9.81e_{\theta}$$
 III.78

$$\dot{e}_v = \dot{v} - \dot{v}_d = -\dot{v}_d + 9.81(e_\phi + \phi_d)$$
 III.79

$$\dot{e}_v = -\dot{v}_d + 9.81\phi_d + 9.81e_\phi$$
 III.81

En sélectionnant les valeurs suivantes pour  $\theta_d$  et  $\phi_d$ :

$$\boldsymbol{\theta}_d = -\frac{1}{9.81} \, \dot{\boldsymbol{u}}_d \qquad \qquad \text{III.82}$$

$$\phi_d = \frac{1}{9.81} \dot{\nu}_d \qquad \qquad \text{III.83}$$

En substituant dans (III.78) et (III.79), Les erreurs correspondantes s'écrivent :

$$\dot{e}_u = -9.81e_{\theta}$$
 III.85

$$\dot{e}_v = 9.81e_\phi$$
 III.86

Ce qui correspond exactement à la dynamique de l'erreur exprimée dans (III.75), après calcul des éléments des matrices  $A_{ll}$  et  $\overline{B_{ll}}$  à partir de la matrice d'état du système (III.48).

Nous allons procéder de la même manière pour les autres variable d'état du sous-système latéral-longitudinal. Pour la dynamique d'erreur des angles d'attitude :

$$\dot{e_{\theta}} = \theta - \dot{\theta}_d = - \theta_d + (e_q + q_d)$$
 III.87

$$\dot{e_{\theta}} = -\dot{\theta}_d + q_d + e_q$$
 III.88

$$\dot{e_{\phi}} = \dot{\phi} - \dot{\phi}_d = - \dot{\phi}_d + (e_p + p_d)$$
 III.89

$$\dot{e_{\phi}} = -\phi_d + p_d + e_p$$
 III.90

Les valeurs désirées des vitesses angulaires $q_d$  et $p_d$  sont choisis de telle sorte qu'ils annuler l'effet de  $\dot{\theta}_d$  et  $\dot{\phi}_d$ . Par conséquent :

$$q_d = \dot{\theta}_d p_d = \dot{\phi}_d \qquad \text{III.91}$$

La dynamique de l'erreur du roulis et du tangage deviennent :

$$\dot{e_{\theta}} = e_q$$
 III.92

$$\dot{e_{\phi}} = e_{p}$$
 III.93

De même, la dynamique d'erreur des vitesses angulaires est :

$$\dot{e_q} = \dot{q} - \dot{q_d} = -\dot{q_d} + 83.54.\left(e_{\beta_{1c}} + \beta_{1c}^{\ d}\right) + 1.42.\left(e_{\beta_{1s}} + \beta_{1s}^{\ d}\right)$$
 III.94

$$\dot{e_p} = \dot{p} - \dot{p_d} = -\dot{p_d} - 4.45(e_{\beta_{1c}} + \beta_{1c}^d) + 260.7(e_{\beta_{1s}} + \beta_{1s}^d)$$
 III.95

En mettant les équations précédentes sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_{q} \\ \dot{e}_{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{q}_{d} \\ -\dot{p}_{d} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 83.54 & 1.42 \\ -4.45 & 260.7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{\beta_{1c}} \\ e_{\beta_{1s}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 83.54 & 1.42 \\ -4.45 & 260.7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{1c} \\ \beta_{1c} \\ \beta_{1s} \end{bmatrix}$$
III.96

On sélectionne le vecteur des angles de battement désirés  $\begin{bmatrix} \beta_{1c}^{d} & \beta_{1s}^{d} \end{bmatrix}^{T}$  pour annuler l'effet du vecteur  $[\dot{q}_{d} \dot{p}_{d}]^{T}$ , donc :

$$-\begin{bmatrix} \dot{q}_{d} \\ \dot{p}_{d} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 83.54 & 1.42 \\ -4.45 & 260.7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{1c} \\ \beta_{1s} \end{bmatrix} = 0$$
 III.97

Ce qui donne pour le vecteur  $\begin{bmatrix} \beta_{1c}^{d} & \beta_{1s}^{d} \end{bmatrix}^{T}$ :

$$\begin{bmatrix} \beta_{1c} \\ \beta_{1s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 83.54 & 1.42 \\ -4.45 & 260.7 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{q}_d \\ \dot{p}_d \end{bmatrix}$$
 III.98

Ou encore, après inversion de la matrice :

 $\beta_{1c}^{\ d} = 0.012 \, \dot{q}_d - 0.0001 \dot{p}_d$  III.99

$$\beta_{1s}^{\ d} = 0.0002 \ \dot{q}_d - 0.0038 \dot{p}_d$$
 III.100

Ainsi, les dynamiques des erreurs des vitesses angulaires  $\vec{e_q}$  et  $\vec{e_p}$ , s'écrivent :

$$\dot{e}_q = 83.54\beta_{1c}^{\ d} - 1.42\beta_{1s}^{\ d}$$
 III.101

$$\dot{e_p} = -4.45\beta_{1c}^{\ d} - 260.7\beta_{1s}^{\ d}$$
 III.102

Enfin, nous terminons avec les angles de battement latérale et longitudinale dont les erreurs d'écrivent :

$$\dot{e}_{\beta_{1s}} = \dot{\beta}_{1s} - \dot{\beta}_{1s}^{d} = -\dot{\beta}_{1s}^{d} - 12.82(e_{\beta_{1s}} + \beta_{1s}^{d}) + v_{lat}$$
 III.103

$$\dot{e}_{\beta_{1s}} = - \beta_{1s}^d - 12.82\beta_{1s}^d - 12.82e_{\beta_{1s}} + v_{lat}$$
 III.104

Pour annuler des termes  $\dot{\beta}_{1s}^{d}$  et  $\beta_{1s}^{d}$  dans l'équation précédente, on prend une valeur pour  $v_{lat}$  qui correspond à sa valeur désirée :

$$v_{lat}^d = \beta_{1s}^d + 12.82\beta_{1s}^d$$
 III.105

Pour l'erreur sur  $\beta_{1c}$ , on pose :

$$\dot{e}_{\beta_{1c}} = \dot{\beta}_{1c} - \dot{\beta}_{1c}^{d} = -\dot{\beta}_{1c}^{d} - 12.82(e_{\beta_{1c}} + \beta_{1c}^{d}) + v_{long}$$
 III.106

$$\dot{e}_{\beta_{1c}} = -\beta_{1s}^d - 12.82\beta_{1c}^d - 12.82e_{\beta_{1c}} + v_{long}$$
 III.107

$$v_{long}^{d} = \dot{\beta}_{1c}^{d} + 12.82\beta_{1c}^{d}$$
 III.108

L'ensemble des équations : III.82, III.83, III.91, III.99, III.100, III.105 et III.108 permettent d'écrire tous les éléments du vecteur d'état désiré  $\xi_{ll}^d$  et du vecteur de commande  $v_{ll}^d$  du sous-système de la dynamique latérale-longitudinale.

Les éléments de  $\xi_{ll}^d$  et  $v_{ll}^d$  sont composés de valeurs de référence  $u_r$  et  $v_r$  et leurs dérivés supérieures jusqu'à l'ordre quatre. Par conséquent, les composants du  $y_{ll}^r$  devrait appartenir à $C^4$ . La forme finale de l'erreur du sous-système de la dynamique latérale-longitudinale est :

$$Y_{ll} = e_{ll}$$
 III.110

$$Y_{ll}^m = C_{ll}^m e_{ll}$$
 III.111

$$\boldsymbol{e}_{ll} = [\boldsymbol{e}_{u}\boldsymbol{e}_{v}\boldsymbol{e}_{\theta}\boldsymbol{e}_{\phi}\boldsymbol{e}_{q}\boldsymbol{e}_{p}\boldsymbol{e}_{\beta_{1s}}\boldsymbol{e}_{\beta_{1c}}]^{T} \qquad \text{III.112}$$

$$Y_{ll}^m = [e_u e_v e_\theta e_\phi e_q e_p]^T$$
 III.113

La tâche suivante, est le calcul d'une commande optimale  $v_{ll}^{fb}$  capable de ramener le soussystème d'erreur décrit par III.109 vers son état d'équilibre (c.à.d. vers zéro) et, assurer ainsi une stabilisation asymptotique globale du sous-système de la dynamique latéralelongitudinale. Après discrétisation du système d'erreur (III.109), on applique la même technique déjà présentée dans la section (III.3).

En effet, le critère d'optimisation du sous-système d'erreur discret est défini par :

$$I_{ll} = \sum_{k=0}^{N} \left( e_{ll}^{T}(k) Q_{ll}^{1} e_{ll}(k) + v_{ll}^{fb}(k) \right)^{T} Q_{ll}^{2} v_{ll}^{fb}(k) \right)$$
 III.114

Le calcul du gain discret  $L_{ll}$  est accompli à l'aide de la commande Matlab *lqrd* () dont les arguments sont les matrices  $A_{ll}$  et  $\overline{B_{ll}}$ , ainsi que les matrices poids $Q_{ll}^1$  et  $Q_{ll}^2$ . Le temps d'échantillonnage est fixé à 20ms.

Les matrices poids  $Q_{ll}^1$  et  $Q_{ll}^2$  sont des matrices diagonales dont les éléments sont les mêmes que ceux des matrices  $Q_1$  et  $Q_2$ , en prenant la précaution de disposer les éléments de la diagonale selon leur correspondance avec les variables d'état.

La commande  $v_{ll}^{fb}$  peut, maintenant être calculée :

$$v_{ll}^{fb}(k) = -L_{ll}e_{ll}(k) \qquad \text{III.115}$$

Ensuite :

La dernière étape consiste à calculer le vecteur de commande  $u_{ll}$  en faisant appel à III.62.

#### III.5.4.2. Dynamique de lacet-soulèvement :

Le but de cette section est la conception de la loi de commande pour le deuxième soussystème décrivant la dynamique de lacet-soulèvement. Cette dynamique est résumée par les équations suivantes :

$$\dot{\xi}_{yh} = A_{yh}\xi_{yh} + \overline{B_{yh}}v_{yh}$$
 III.117

$$y_{yh} = C_{yh}\xi_{yh}$$
 III.118

$$y_{yh}^m = \xi_{yh} \qquad \qquad \text{III.119}$$

$$\xi_{yh} = [\psi \ r \ w]^T \qquad \text{III.120}$$

$$\boldsymbol{v}_{yh} = \left[\boldsymbol{v}_{ped} \boldsymbol{v}_{col}\right]^T \qquad \text{III.121}$$

$$y_{yh}^{m} = [\psi \ w]^{T} \qquad \text{III.122}$$

Dans les équations ci-dessus,  $y_{yh}$  est le vecteur de sortie,  $y_{yh}^m$  est le vecteur des variables mesurables et  $C_{yh}$  est une matrice de dimensions évidentes. La sortie de référence est dénotée par  $y_{yh}^r = [\psi_r w_r]^T$ .

La procédure de conception est similaire à celle présentée dans la sous-section précédente (III.5.4.2). La conception du contrôleur nécessite la détermination de l'état désiré $\xi_{yh}^d$  et de la commande nominale désirée  $v_{yh}^d$ , de telle sorte que lorsque l'erreur  $e_{yh} = x_{yh} - x_{yh}^d$  est ramenée vers zéro, alors, la sortie  $y_{yh}$ dusous-système lacet-soulèvement tend asymptotiquement vers la valeur de référence $y_{yh}^r$ . Ainsi, lorsque :

$$\lim_{t\to\infty} \left( \left[ e_{\psi} e_{\omega} \right] \right)^T = \mathbf{0}$$
 III.123

$$\lim_{t\to\infty} \left( y_{yh}(t) - y_{yh}^r(t) \right)^T = \mathbf{0}$$
 III.124

La loi de commande pour le sous-système de lacet-soulèvement, est obtenue comme la superposition suivante

$$\boldsymbol{v}_{yh} = \boldsymbol{v}_{yh}^{\ d} + \boldsymbol{v}_{yh}^{\ fb} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_{ped}^{d} \\ \boldsymbol{v}_{col}^{d} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_{ped}^{fb} \\ \boldsymbol{v}_{col}^{fb} \end{bmatrix}$$
III.125

Où le  $v_{yh}^{fb}$  est un vecteur de commande optimale à déterminer. Le choix du terme de commande  $v_{yh}^d$  et de vecteur d'état désiré  $x_{yh}^d$  devrait satisfaire

$$\dot{\xi}_{yh}^d = A_{yh}\xi_{yh}^d - \overline{B_{yh}}v_{yh}^d \qquad \text{III.126}$$

Le terme de commande  $v_{yh}^d$  et l'état désiré $\xi_{yh}^d$ , sont calculés en utilisant une procédure de backstepping récursive.

La dynamique d'erreur du sous-système de lacet-soulèvement est donnée par :

$$\dot{e}_{\psi} = \dot{\psi} - \dot{\psi}_d = -\dot{\psi}_d + (e_r + r_d)$$
 III.127

$$\dot{e}_{\psi} = -\dot{\psi}_d + r_d + e_r$$
 III.128

$$r_d = \dot{\psi}_d$$
 III.129

$$\dot{\boldsymbol{e}}_r = \dot{\boldsymbol{r}} - \dot{\boldsymbol{r}}_d = -\dot{\boldsymbol{r}}_d + \boldsymbol{v}_{col}^{ds} \qquad \text{III.130}$$

$$v_{col}^d = \dot{r}_d$$
 III.131

$$\dot{e}_w = \dot{w} - \dot{w}_d = -\dot{w}_d + v_{ped}^{ds} \qquad \text{III.132}$$

$$v_{ped}^d = \dot{w_d}$$
 III.133

Sachant que  $\psi_d = \psi_r$  et  $w_d = w_r$ , les équations III.129, III.131 et III.133 permettent d'écrire tous les éléments du vecteur d'état désiré  $\xi_{yh}^d$  et du vecteur de commande  $v_{yh}^d$  du sous-système de la dynamique de lacet-soulèvement. Le calcul d'une commande optimale  $v_{yh}^{fb}$  capable de ramener le sous-système d'erreur décrit par III.117 vers son état d'équilibre, suit la même procédure que celle appliquée sous-système de la dynamique latérale-longitudinale.

## **III.6.**Résultats des simulations

## III.6.1.Manœuvre de décollage suivi d'un vol stationnaire :

Dans cette manœuvre, le mini hélicoptère est commandé pour exécuter un décollage suivi d'un vol stationnaire selon un profil de vitesse et une orientation désirés.

Les trajectoires désirées sont illustrées dans les figures suivantes :



Figure III.19 : profils des vitesses de référence  $u_d$ ,  $v_d$ ,  $w_d$  et de l'angle psi\_d

Le calcul de l'état désiré  $\xi_d$  pour l'hélicoptère est effectué par deux blocs Simulink qui prennent en charge le calcul des paires de vecteurs ( $\xi_{ll}^d, v_{ll}^d$ ) et ( $\xi_{yh}^d, v_{yh}^d$ ) pour les sous-système de la dynamique latérale-longitudinale et lacet-soulèvement, respectivement.



Figure III.20 : Détail du bloc Simulink pour le calcul de la paire  $(\xi_{ll}^d, v_{ll}^d)$ 



Figure III.21 : Détail du bloc Simulink pour le calcul de la paire $(\xi_{yh}^d, v_{yh}^d)$ 

Les sorties des deux blocs Simulink pour les valeurs désirées des variables d'état sont représentées dans les figures qui suivent.



Figure III.22 : profils désirés calculés pour les angles  $theta_{d_i} phi_d$ 







Figure III.24 : profils désirés des angles de battement Beta\_1s\_d, Beta\_1c\_d

On veut que l'hélicoptère atteints une première position par un vole verticale, et pour cela on désire d'avoir vitesse verticale  $w_d$  de 6 m/s.



Figure III.25 : signaux des commandes directes $u_{long}$ ,  $u_{lat}$ 



Figure III.26 : signaux de commandes directes  $u_{ped}$   $u_{col}$ 

Pour avoir la position désirée on donne l'entrée de commande  $u_{col}$  une excitation et une entrée nulle pour les autre entrées de commande.

Pour commencer la manœuvre on a donné tous les entrées de commande une valeur nulle et la vitesse verticale $w_d$  une valeur qui atteints 6 m/s pour donné l'hélicoptère une première position par un vole verticale.



Figure III.27 : Poursuite des vitesses de translation

On remarque que la sortie de la vitesse de translation longitudinale est presque égale a la consigne et une erreur constante presque nulle de la vitesse de translation latérale et encore une erreur qui tend vers zéro dans l'espace de 16sec de la vitesse de translation verticale ce qui implique que l'erreur est presque nulle de la poursuite des vitesses de translation.



Figure III.28 : poursuite des angles Ph, Th, Ps

On remarque un régime transitoire qui se stabilise dans a peu près 8sec de la poursuite des vitesses de rotation q, p, et une erreur de vitesse de rotation r un peu grande et le contrôleur a pris un temps considérable 23sec à la réduire.



Figure III.29 : Poursuite des angles de battement Beta1c, beta1s

On remarque aussi un régime transitoire oscillatoire qui se stabilise dans à peu près 8sec de la poursuite des angles de battement Beta1c, beta1s



Figure III.30 : Signaux de commande générés par le contrôleur $u_{long}$ ,  $u_{lat}$ 



Figure III.31 : Signaux de commande générés par le contrôleur  $u_{ped}$ ,  $u_{col}$ Le régulateur génère des nouveaux signaux de commande pour stabiliser le système de commande.





Figure III.32 : Trajectoire 3D de la manœuvre décollage

la trajectoire motre que le système est stable et qu'il suit la consigne avec peu de'erreur qui se termine par un vole stationnaire (la stabilité).

# **Introduction général**

# **IV.1. Introduction:**

La surveillance n'est qu'un module d'un processus complet permettant à une installation de fonctionner en respectant des critères de sécurité, de productivité et de qualité même en présence de défaillance. La commande du système peut être conçue de manière à utiliser les informations fournies par le module de surveillance. On parle alors de « commande tolérante aux défaillances ».

# IV.2. Type de défauts :

Les défauts sont des événements qui apparaissent à différents endroits du système. Dans la littérature, les défauts sont classés en fonction de leur location, définissant alors des types de défauts [40].



Figure IV.1 - Types de défauts

# IV.2.1. Défauts actionneurs :

Les défauts actionneurs agissent au niveau de la partie opérative et détériorent ainsi le signal d'entrée du système. Ils représentent une perte totale ou partielle d'au actionneur agissant sur le système. Par exemple dans le cas d'une perte totale, lorsque un actionneur est resté "coller" sur une position entrainant une incapacité à commander le système par le biais de cet actionneur.

Les défauts actionneurs partiels sont des actionneurs réagissent de manière similaire au régie nominal mais en partie seulement, c'est-à-dire avec une certaine dégradation dans leurs action sur le système.

## IV.2.2.Défauts capteurs :

Ce type de défauts est la cause d'une mauvaise image de l'état physique du système. Un défaut capteur partiel produit un signal avec plus au moins d'adéquation avec la valeur vraie de la variable à mesurer. Ceci peut se traduire par une réduction de la valeur affichée par rapport à la valeur vraie, ou de la présence d'un biais ou de bruit accru empêchant une bonne lecture. Un défaut capteur totale produit une valeur qui n'est pas en rapport avec la grandeur à mesurer.

## IV.2.3.Défauts systèmes ou composants :

Ce sont des défauts qui apparaissent dans les composants du système lui-même, c'est-à dire les défauts qui ne peuvent être classifiés ni parmi les défauts capteurs, ni parmi les défauts actionneurs. Ils représentent des changements dans les paramètres du système, ce qui induit un changement du comportement dynamique de ce dernier.

Comme aussi, les défauts peuvent être classés relativement à leurs effets sur les performances du système, dont deux classes de défauts peuvent être distingués : des défauts additifs et des défauts multiplicatifs:



Figure IV.2 - Classification des défauts : additifs et multiplicatifs

# IV.3. Modélisation des défauts :

Supposons que l'on dispose d'un modèle linéaire d'un procédé sous la forme d'une représentation d'état, telle que :

 $\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) + Du(k) \end{cases}$ 

Où x(k) représente le vecteur d'état, u(k) le vecteur de commande et y(k) le vecteur de sortie du système, tels que :  $x \in R_n$ ,  $u \in R_m$  et  $y \in R_p$ . A, B, C et D sont des matrices de dimensions respectives  $n \times n$ ,  $n \times m$ ,  $p \times n$  et  $p \times m$ . Alors :

Les défauts actionneurs sont modélisés comme des signaux additifs aux signaux d'entrée.

Les défauts composants sont modélisés comme une dynamique additionnelle avec une matrice de distribution.

Les défauts capteurs sont modélisés par des signaux additifs aux signaux de sortie.

Si l'on suppose que les trois types de défauts agissent sur le système, la modélisation mettant en évidence ces derniers peut être donnée par :

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Hf_{p}(t) + B(u(k) + f_{a}(t)) \\ y(k) = Cx(k) + Du(k) + f_{c}(t) \end{cases}$$

Où  $f_a(t)$ ,  $f_p(t)$  et  $f_c(t)$  représentent respectivement les défauts d'actionneurs, les défauts Composant et les défauts des capteurs tels que :

 $f_a(t) \in \mathbb{R}^{m*1}, f_p(t) \in \mathbb{R}^{c*1} et f_c(t) \in \mathbb{R}^{p*1}$  La matrice H est dite matrice de distribution  $def_p(t)$ .

## **IV.4. MODELISATION DES PERTURBATIONS:**

En plus des défauts, le système peut être soumis à d'autres signaux dits entrées inconnues (perturbations et bruits), ainsi qu'à des incertitudes de modélisation. Si l'influence de ces signaux sur le système est connue, alors il est possible de réécrire les équations précédentes sous la forme suivante :

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Hf_p(t) + B(u(k) + f_a(t) + Ed_a(t)) \\ y(k) = Cx(k) + Du(k) + f_c(t) + d_c(t) \end{cases}$$

 $d_a(t) \in \mathbb{R}^{d*1} et \, d_c(t) \in \mathbb{R}^{p*1}$  Représentent respectivement les perturbations et les bruits agissant sur le système. La matrice E est dite matrice de distribution de  $d_a(t)$ 

L'origine des perturbations est souvent due à une modélisation imparfaite du système, engendrant une action non connue sur ce dernier. Les perturbations font l'objet de caractéristiques particulières. Lorsque ces dernières sont d'ordre statistique, le système est dit bruité. Cet axe de recherche (stochastique) est particulier et a fait l'objet de peu d'études [58].

## IV.5.Système tolérants aux défauts :

L'objectif d'une commande tolérante aux défauts consiste à déterminer une stratégie de commande qui permet de limiter, voir d'annuler, les effets d'un défaut sur les performances du système.

## **IV.5.1.** Classification des approches FTC :

La classification des approches de la commande tolérante aux défauts peut se reposée sur les effets d'un défaut sur les performances du système. Dont, en présence d'un défaut de faible gravité, une simple commande robuste peut assurer le maintien des performances nominales.

Mais dont le cas d'un défaut critique, la détection et la localisation de ce dernier est nécessaire afin de mettre en œuvre une stratégie active de tolérante aux défauts. On distingue alors deux classes qui peuvent être résumées comme suivit :



Figure IV-3 : Classification des commandes tolérantes aux défauts

## IV.5 .2. Approche passive de la commande FTC :

Dans l'approche passive, les stratégies de commande sont basées sur l'idée de synthétiser une commande permettant de rendre le système insensible aux incertitudes de modélisation et à certains défauts connus a priori. Les défauts sont alors pris en compte dans la conception du système de commande. La méthode est basée sur l'idée simple que les défauts représentent des perturbations que la loi de commande doit prendre en considération dès sa conception initiale, par conséquent aucune information enligne sur ces défauts n'est nécessaire. Un bloc de détection, localisation et d'estimation des défauts n'est pas indispensable. L'inconvénient majeur de ces approches réside dans le faites que la robustesse accrue vis-à-vis de certains défauts est obtenue au dépend d'un niveau de performance dégradé en régime normale de fonctionnement.

De plus, la classe des défauts considérés est limitée, il devient, alors, très risqué d'utiliser la commande passive tolérante aux défauts seule. Néanmoins, dans certaines applications où la classe de défauts est connue est restreint, ces stratégies pourraient s'avérer suffisante [41].

## IV.5.3. Approche active de la commande FTC :

A la différence de l'approche passive, l'approche active de la commande tolérante aux défauts intègre un module de diagnostic permettant de détecter et de localiser les défauts imprévus pouvant affecter le système. Une fois qu'un défaut est détecté lors de la phase de diagnostic, la stratégie de la FTC est activée via un mécanisme de reconfiguration. Généralement, on distingue trois classes différences :
a. L'accommodation des défauts: elle agit que sur les défauts de faible amplitude.

La nouvelle loi de commande est générée par l'adaptation en ligne des paramètres du régulateur et les entrées / soties entre la loi de commande, sans modifier la structure du système.

**b. La reconfiguration du système :** elle est utilisée dans le cas où les parties défaillantes ne peuvent pas être accommodées. Elle est caractérisé par la modification des entrées / sorties entre la loi de commande et le système à contrôler à travers un changement des paramètres et de la structure de la loi de commande.

**c. La restructuration :** il consisté dans la synthétisation d'une nouvelle loi de commande en modifiant la structure et les paramètres de cette dernière. Elle est utilisée dans le cas où le problème de commande n'a pas de solution avec l'accommodation et la reconfiguration [41].

#### IV.5.4. L'architecture d'une commande FTC active :

La commande FTC active est amené à réagir aux diverses défaillances du système en accommodant ou en reconfigurant les lois de commande tout en préservant la stabilité et les performances de celui-ci. L'architecture d'une commande FTC active est décrite comme le montre la figure suivante :



Figure IV-4 : Schéma de principe d'une loi de commande FTC active

Le principe fonctionnel de la commande FTC, se repose sur le fonctionnement duel des deux blocs, à savoir le bloc FDI et le bloc FTC ; qui peut être résumé comme suit :

c) Le bloc FDI : sa fonction principale est la détection et l'estimation du défaut ainsi que les variables d'états du système en ligne. Une fois que le défaut est apparu, le bloc FDI fournit en ligne les informations identifiants le défaut et l'état du système au bloc FTC.

d) Le bloc FTC : le fonctionnement du FTC dépend des informations fournis par le bloc FDI. En fonction du mécanisme utilisé et du défaut survenu, il procède à l'accommodation ou a la reconfiguration en ligne de la loi de commande.

Nous présentons dans ce chapitre les résultats de simulation effectuées sous l'environnement Matlab/simulink afin de tester les performances d'une commande tolérante à un défaut du capteur de vitesse de translation [41].

#### IV.6.Modèles du système simulé sous MATLAB/SIMULINK :

Le modèle de système avec un défaut de capteur de vitesse de translation :

$$\begin{cases} x(k+1) = \phi_s x(k) + \Gamma_s u(k) + \Gamma_d d(k) \\ y(k) = H_s x(k) + f_c(k) \end{cases}$$

La figure (VI.5) montre le block Simulink pour la simulation du défaut sous l'environnement MATLAB.



Figure (VI.5): le bloc de génération des défauts apparition sur le vitesse de translation

#### • Influence des défauts sur le fonctionnement du capteur

La figure (VI.6) illustre la vitesse de translation apparition d'un défaut au niveau de capteur de vitesse de translation



Figure (VI.6) : Le comportement de capteur de vitesse avec défaut

La figure (VI.6) illustre le comportement de vitesse de translation, dans le cas d'apparition de défaut de type capteur, nous constations que l'hélicoptère développe un même comportement, pratiquement sans aucun problèmes.

Le fonctionnement de capteur de vitesse de translation sans défaut :

La figure (VI.7) suivante décrive le comportement de capteur de vitesse de translation sans défaut.



Figure (VI.7) : Le comportement de capteur sans défaut







La comparaison de trajectoire 3D prédéfinie avec et sans défaut (le noire sans défaut et le rouge avec défaut)

#### **IV-7** Conclusion

Ce chapitre a été consacré au principe de la commande tolérante aux défauts. Dans un premier temps, nous avons exposé les différents types de défauts qui peuvent apparaître dans un procédé, ainsi que leur modélisation. Dans un seconde temps, nous nous somme intéressés à la méthode de diagnostic à base de modèle (FDI), pour la détection et la localisation des défauts. Ensuite, nous avons présenté une analyse des différentes approches d'accommodation des défauts, à savoir l'approche active et l'approche passive, qui a permis de mettre en évidence les limitations des approches passives. Nous nous somme alors intéressé aux méthodes actives.

# Conclusion et perspective

Cette note finale clôture ce mémoire et contient deux parties. La première partie concerne les conclusions qui peuvent être faites pour chacune des principales tâches de ce projet par rapport à l'objectif principal. La deuxième partie utilise les conclusions comme base pour des considérations de développements futures du projet.

#### Conclusion

Dans ce projet on a adopté le modèle mathématique de complexité minimale de simulation d'hélicoptère (Minimum ComplexityHelicopter Simulation Mathématical Model-MCHSMM) développé par NASA. Le modèle non linéaire a été dérivé avec le but de décrire le comportement dynamique d'un hélicoptère. Pendant le processus de modélisation, le modèle a été divisé en trois parties: les équations du corps rigide, les équations des forces et des couples et les équations des angles de battement et de poussée. Dans cette modélisation, on a fait des hypothèses de simplification concernant la vitesse du vent (considérée nulle) et, l'effet aérodynamique de la force de trainée (drag force) sur le fuselage de l'hélicoptère.Chacune de ces parties a été mises en œuvre dans Simulink et ensuite assemblés dans un modèle complet.

Afin d'appliquer un contrôleur linéaire optimal pour stabiliser le modèle non linéaire, des paramètres d'un type d'hélicoptère ont été adoptés avec le modèle linéaire paramétré correspondant. L'implémentation avec le modèle non linéaire programmé sur Simulink a été réalisée avec succès.

En se basant sur ces modèles, une commande optimale avec observateur ce Kalman est réalisée où, l'hélicoptère pouvait accomplir un vol stationnaire avec succès. Ensuite, une méthode systématique, basée sur le backstepping, a été implémentée pour effectuer des manœuvres de vol en poursuite de trajectoires dans l'espace 3D.

Enfin, un essai sur la commande tolérante en présence des défauts sur les capteurs du système a été effectué. Une simulation est présentée, où le défaut apparait brusquement sur un capteur alors que l'hélicoptère exerçait une manœuvre de décollage.

#### Perspectives

Pour développer et améliorer ce travail, nous comptons réaliser les tâches suivantes :

- Améliorer le modèle non linéaire par l'introduction des perturbations dues aux rafales de vent ainsi que, les phénomènes aérodynamique causés par les effets de la force de trainée sur le corps de l'hélicoptère.
- Implémentation d'autres stratégies de commande plus sophistiquées telle la commande robuste et la commande non linéaire avec des études comparatives sur les performances.
- Développement de bloc Simulink pour modéliser les capteurs et les actionneurs embarqués sur l'hélicoptère.
- Etudier en profondeur la technique de la commande tolérante en présence des défauts sur les capteurs et/ou les actionneurs.

### Liste de figure

Figure I.1: Sikorsky Sea King	5
Figure I.2: Boeing -CH 47- Chinook	5
Figure I.3: Kamov 50	5
Figure I.4: Kamov32	5
Figure I.5: V 22 au décollage	5
Figure I.6: Figure I.6 : V22 vol de translation	5
Figure I.7 : Chaîne de transmission dans un hélicoptère monorotor	
Figure I.8 : Rotor principal	7
Figure I.9: Vol stationnaire	9
Figure I.10 : Vol vertical ascendant	10
Figure I.11 : Vol de translation	10
Figure I.12: Le stabilisateur à inertie	11
Figure I.13: Les premiers mini drones utilisés pendant la guerre du Golfe	13
Figure I.14: Exemples de VTOL : les Cypher-I et -II américains et le Vigilant français	13
Figure I.15 : Projets retenus pour le concours microdrones de l'Onera	15
Figure I.16 : Utilisation de drone dans le recherche et sauvetage	17
Figure I.17 : Utilisation de drone pour la surveillance	17
Figure I.18 : Utilisation de drone pour faire appliquer la loi	18
Figure I.19 :Utilisation de drone pour l'inspection	18
Figure I.20 : utilisation de drone dans le domaine de la cartographie	18
Figure I.21 : Utilisation de drone dans le domaine de la cinématographie	19
Figure II.1 : Représentation de la dynamique d'un corps rigide	26
Figure II.2: Définition des axes de rotation et du BF par rapport au EF	26
Figure II.3.Illustration du SF et du BF, où le BF est en rotation autour de $\omega_0$ à partir	28
d'une position initiale coïncidant avec SF	
Figure(II.4) : Vue d'ensemble des entrées et sorties du bloc 'Equations des forces et des Couples.	31
Figure (II.5) : Les angles de battement $\beta_{1c}$ et $\beta_{1s}$ entre les plans HP et TPP	32
Figure(II.6): Projections des distances utilisées pour calculer les couples générés par le	36
rotor Principal et le rotor de queue	
Figure(II.7): Le couple de trainée appliquée sur les pales du rotor principal : (a) Vue de	37
profil, (b) Vue de face	
Figure (II.8): Entrées et sorties du bloc 'Equations des angles de battement et des forces	38
de poussées	
Figure(II.9) : Vue d'ensemble sur la mise en œuvre entière SIMULINK	42

Figure III.1 : La simulation en boucle ouverte du modèle non-linéaire, initialisé en le	
point de fonctionnement	
Figure III.2: Schéma bloc de la boucle fermée du système discret	52
Figure III.3 Résultats de simulation basés sur les matrices de pesage de dans (10.3) -	55
(10.5)	
Figure III.4 : Résultats de simulation avec les matrices modifiées de poids	57
Figure III.5 : Le contrôleur optimal incluant un modèle de perturbation	59
Figure(III.6) : Une simulation en boucle fermée du système non-linéaire initialisée dans	61
le point de fonctionnement	
Figure III.7 : Une simulation en boucle fermée du système non-linéaire initialisée dans	61
le point de fonctionnement avec a valeur ajustée $K_{dist} = -0.06113$	
Figure III.8 : Le contrôleur optimal comprenant un modèle de perturbation et un modèle	63
intégral	
Figure III.9 : Une simulation de boucle fermée du système non linéaire initialisé au point	64
d'opération. Le contrôleur a l'action intégrale	
Figure III.10 : Schéma bloc d'un système avec un facteur prédictif de Kalman	66
Figure III.11 : Facteur prédictif de Kalman suivant trois états de système différents	68
Figure III.12 : Vol de translation	69
Figure III.13: les vitesses de translation [m/s]	
Figure III.14 : les vitesses de rotation [rad/s]	70
Figure III.15 : les angles de battement [rad]	71
Figure III.16: les Attitudes [rad]	72
Figure III.17: les signaux des commandes	72
Figure III.18 : Trajectoire 3D avec orientation de l'hélicoptère pendant la manœuvre du	
vol stationnaire	
Figure III.19 : profils de la désirés des vitesses $\mathbf{u}_{\mathbf{d}}, \mathbf{v}_{\mathbf{d}}, \mathbf{w}_{\mathbf{d}}$	82
Figure III.20 : Détail du bloc Simulink pour le calcul de la paire $(\xi_{ll}^d, v_{ll}^d)$	83
Figure III.21 : Détail du bloc Simulink pour le calcul de la paire( $\xi_{yh}^d, v_{yh}^d$	83
Figure III.22 : profils désirés des angles $theta_d$ , $phi_d$ , $psi_d$	84
Figure III.23 : profils désirés des vitesses de rotation $q_{d_i} p_{d_i} r_d$	85
Figure III.24 : profils désirés des angles de battement Beta_1s_d, Beta_1c_d	85
Figure III.25 : signaux des commandes directes $u_{long}$ , $u_{lat}$	86

Figure III.26 : signaux de commandes directes $u_{ped} u_{col}$	86
Figure III.27 : Poursuite des vitesses de translation	87
Figure III.28 : poursuite des angles Ph, Th, Ps	88
Figure III.29 : Poursuite des angles de battement Beta1c, beta1s	89
Figure III.29 : Signaux de commande générés par le contrôleur $u_{long}$ , $u_{lat}$	89
Figure III.23 : Signaux de commande générés par le contrôleur $u_{ped}$ , $u_{col}$	90
Figure III.24 : Trajectoire 3D de la manœuvre décollage	90
Figure IV.1 : Types des défauts	91
Figure IV.2 : Classification des défauts : additifs et multiplicatifs	92
Figure IV.3 : Classification des commandes tolérantes aux défauts	94
Figure IV.4 : Schéma de principe d'une loi de commande FTC active	95
Figure (VI.5): le bloc de génération des défauts apparition sur le vitesse de	96
translation	
Figure (VI.6) : Le comportement de capteur de vitesse avec défaut	97
Figure (VI.7) : Le comportement de capteur sans défaut	97

## Annexe

Cette annexe contient des données pou	r l'hélicoptère <b>R50</b> [Munzinger 1998].
---------------------------------------	--

Parameter	Description
R=1.539	Rayon de rotor principal [m]
$R_t = 0.26$	Rayon de rotor de queue [m]
$y_m = 0$	Distance entre la COG et arbre de rotor principal dans le
	xy avion le long de l'axe y des ordonnées [m]
$h_t = 0$	La distance entre la COG et le rotor de queue centrent dans le $xz$ -
	avion le long de l'axe de z [m]
$l_m = 0$	Distance l'arbre entre la COG et rotor principal dans le de xy-
	avion le long de l'axe xdes abscisses [m]
$l_t = 1.2$	La distance entre la COG et le rotor de queue centrent dans le de
	<i>xy</i> -avion le long de l'axe <i>x</i> des abscisses [m]
$h_m = 0.2$	Distance entre la COG et la HP le long de l'axe de $z$ [m]
$\begin{bmatrix} I = \\ 1.4668 & 0 & 0 \\ 0 & 4.5767 & 0 \\ 0 & 0 & 4.4070 \end{bmatrix}$	Matrice d'inertie [kg.m <sup>2</sup> ]
0 - 01 1062	
m = 51.1002	Vitesse angulaire de rotor principal [rad/s]
	Densité d'air $\lfloor kg/m^3 \rfloor$
A = 7.4452	Zone de disque de rotor $[m^2]$
u = 4	Pente polaire constante bidimensionnelle [1/rad]
B = Z	Nombre de lames
c = 0.1079	Longueur moyenne de corde de lame[m]
m = 44.3840	La masse d'hélicoptère [kg]
$\sigma = 0.0446$	Solidité de rotor
$f_{wake} = 0$	Paramètre d'aileron de queue
$I_b = 0.86754$	Inertie de battement d'une lame simple au sujet de charnière de
	battement [kg.m <sup>2</sup> ]
$e_{MR} = 0$	Excentrage de charnière de rotor principal [m]
$R_{CR} = .5$	Distance du centre du hub de rotor à l'extrémité du rotor de
	commande [m]
$R_{CR,p} = 0.42$	Distance du centre du hub de rotor au commencement de la
	palette de rotor de commande [m]

$i_s = 0$	Angle d'inclinaison initial d'axe [m]
$m_b = 0.3$	Poids de lame de rotor principal [kg]
$M_b = 3.4864$	La charnière de battement moment [nm]
$K_{MR}=0.2$	Gain de tringlerie de Swash-plate
$K_{CR}=0.8$	Commander le gain de tringlerie de rotor
$\gamma = 5.4037$	Fermer à clef le nombre
& = -0.502	[.]
$C_T = 0.00226$	Coefficient de poussée
$\Omega_f = 319.8428$	[.]
$k_1 = 0$	$\delta_3$ angle [rad]
$k_2 = 0$	[.]
$\mathbf{k}_{c} = 0$	Coefficient de interconnexion [.]
$A_{OMR} = 0.000360$	Coefficient de traînance de rotor principal [.]
$B_{QMR} = 0.01$	Coefficient de traînance de rotor principal [.]

Tableau .1 : Données de l'hélicoptère R-50.

## Bibliographie

[1] P. Cazin. La révolution des drones. Académie nationale de l'air et de l'espace, P87.  $n^{\circ}$ .25, 2004.

[2] N. Achotte. Conception, optimisation et dimensionnement de motrices planaires à aimants permanents pour drones miniatures en vol stationnaire. PhDthesis, Laboratoired'Electrotechnique de Grenoble, Université Joseph Fourier, 2005.

[3] R. E. Weibel and R. J. Hansman.Safety Considerations for Operation of Unmanned Aerial Vehicles in the National Airspace System. MIT International Center for Air Transportation, Report No. ICAT-2005-1, Mars 2005.

[4] J.C. Avila Vilchis, B. Brogliato, A. Dzul, R. Lozano: Nonlinear modeling and control of helicopters : J.C. Avila Vilchis et al Automatica 39 (2003) 1583 – 1596

[5] Minh-Duc Hua, Tarek Hamel, Pascal Morin : Commande par retour d'état pour des engins volants de type VTOL Sophia Antipolis 2004.

[6] Tarek Hamel, Philippe Souères :Modélisation, estimation et contrôle des drones a voilures tournantes,Toulouse, France 2006.

[7] Adnan MARTINI, François LEONARD, Gabriel ABBA :Modélisation et commande robuste d'un hélicoptère drone soumis à desrafales de vent : 18 ème Congrès Français de Mécanique Grenoble, 27-31 août 2007.

[8] MOUHINGOU Alexis, AZOUZ Naoufel : ModélisationDynamique d'un EnginVolant : 18èmeCongrès Français de Mécanique Grenoble, 27-31 août 2007

[9] Farid Kendoul, Isabelle Fantoni, RogelioLozano : Modélisation et stabilisation avec des entrées bornées d'un petit hélicoptère possédant deux rotors pivotants France 2008.

[10] MARTINI Adnan, LEONARD François, ABBAGabriel : CIFA2010Commande et observation par modes glissantsd'ordre supérieur d'un hélicoptère drone à 7DDL France 2010.

[11] W. Johnson. Helicopter Theory. Dover Publications Inc, 1994.

[12] R.W.Prouty. Helicopter Performance, Stability, and Control.Krieger, 1995.

[13] A. Gonzalez, R. Mahtani, M. Bejar, and A. Ollero. Control and stability analysis of an autonomous helicopter.World Automation Congress, 2004.Proceedings, Seville, Spain,15:399–404, 2004.

[14] C.C. Luo, C.C. Kung, and P.W. Chang.Linear helicopter model for global flight envelopecontrol.Journal of C.C.I.T, 32(1), 2003.

[15] A. Packard and J. Doyle. The complex structural singular value. Automatica, 29(1):71-109, 1993.

[16] H. Shim, T.J. Hoffmann, and S. Sastry.A comprehensive study of control design for anautonomous helicopter.In Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision and Control,Florida, USA, pages 3653–3658, 1998.

[17] B. Kadmiri, P. Bergsten, and D. Driankov.Autonomous helicopter using fuzzy-gainsheduling. Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotic and Autonomous ICRA, Seoul, Korea,3 :2980–2985, 2001.

[18] G. Stein and M. Athans. The LQG/LTR procedure for multi-variable feedback controldesign. IEEE Transactions in Automatic Control, 32(2):105–114, 1987.

[19] P. Castillo, A. Dzul, and R. Lozano.Stabilization of a mini-rotorcraft having four rotors.Proceedings of the IROS, International Conference on Intelligent Robots and Systems, Sendai,Japan, 3:2693 – 2698, 2004.

[20] L. Dzul. Commande automatique d'hélicoptères miniatures. PhDthesis, Université deTechnologie Compiègne, 2002.

[21]P. Apkarian, C. Champetier, and J.F. Magni. Design of an helicopter output feedbackcontrol law using modal and structured-robustness techniques. Int. J. Control,50(4) :1195–1215, 1989.

[22] S. Mammar. Commande multivariable robuste par les approches LQG/LTR et  $H_{\infty}$  Applicationà un hélicoptère. PhD thesis, Université de Paris-Sudcentre d'Orsay, 1992.

[23] J.J.E. Slotine and W. Li. Applied nonlinear control.Prentic-Hall, Inc, 1991.

[24] A. Isidori. Nonlinear Control Systems.Springer-Verlag, Berlin, 3rd edition edition, 1995.

[25] J.E. Hanser. Approximate Tracking for Nonlinear Systems with Application to Flight Control.PhD thesis, College of England, University of California, Berkeley, CA-USA, 1989.

[26] J. Hauser, S. Sastry, and G. Meyer. Nonlinear control design for slightly non-minimumPhase systems: Applications to V/STOL aircraft. Automatica, 28(4):665–679, 1992.

[27] T.J. Koo and S. Sastry.Output tracking control design of a helicopter model based on approximate linearization. The *37*th Conference on Decision and Control, Florida, USA,4:3636–3640, 1998.

[28] Mettler, B. [*Identification Modelling and Characteristics of Miniature Rotorcraft*, KluwerAcademic Publishers p.55, p.57 2003.

[29] Bak,T.,*Modeling of Mechanical Systems*, Available at <u>http://www.control.auc.dk/</u>. Lecture note (p.13, p.24, p.25) 2002.

[30] Wie, B, Space Vehicle Dynamics and Control, AIAA Educational Series1998.

#### **Recherche bibliographie**

[31] Craig, J. J. Introduction to Robotics Mechanics and Control, 2nd Ed, Addison Wesley 1989.

[32] Beer, F. P., jr., E. R. J. & Clausen, W. E. Vector Mechanics for Engineers, Dynamics, 7<sup>th</sup>ed, McGraw-Hillp.920 2004.

[33] Koo, T. J., Ma, Y. &Sastry, S. S. , *Nonlinear Control of a Helicopter Based Unmanned AerialVehicle Model*, Available at <u>http://citeseer.ist.psu.edu/417459.html 2001</u>.

[34] Munzinger, C. Development of a Real-time Flight Simulator for an Experimental ModelHelicopter, Georgia Institute of Technology - School of Aerospace Engineering. MasterThesis p.50 1998,

[35] Hef\_ey, R. K. & Mnich, M. A., *Minimum-Complexity Helicopter Simulation Math Model*, NASA p.19 1988.

[36] Musta\_c, E., Fogh, M. &Pettersen, R], *Non-Linear Control of a Rotary Unmanned AerialVehicle*. Master Thesis. 2005.

[37] Ulrik B. Hald « Autonomous Helicopter Modelling and Control » Université AALBORG UNIVERSITY ,2005

[38]Sørensen, O., Optimal regulating, Available at (p.2, p.7, p.13, p.15, p.16, p.21, p.36) 1995.

[39] Loannis A.Raptis et Kimon P.Valavanis, «Linear and Nonlinear Control of Small-Scale Unmanned Helicopters » Edition Springer. 2011

[40] Mickael Rodrigues, « Diagnostic et commande active aux défauts appliqués aux systèmes décrits par des multi-modèles linéaires ». Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy1. 2005

[41] Rosario T., « Commande et diagnostic des systèmes dynamiques modélisation, analyse, commande par PID et par retour d'état » .Edition Ellipses. 2005.